



# Couplage entre dynamique interne et rotation : application à l'évolution de Mercure, Japet et Mars

Guillaume Robuchon

## ► To cite this version:

Guillaume Robuchon. Couplage entre dynamique interne et rotation : application à l'évolution de Mercure, Japet et Mars. Géophysique [physics.geo-ph]. Université de Nantes, 2009. Français. NNT : . tel-00461943

**HAL Id: tel-00461943**

**<https://theses.hal.science/tel-00461943>**

Submitted on 7 Mar 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année 2009

N° attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

# Couplage entre dynamique interne et rotation : application à l'évolution de Mercure, Japet et Mars

---

## THÈSE DE DOCTORAT

Discipline : Sciences de la Terre et de l'Univers  
Spécialité : Planétologie

*Présentée  
et soutenue publiquement par*

**Guillaume ROBUCHON**

*Le 20 novembre 2009, devant le jury ci-dessous*

Présidente	Mme. Luce FLEITOUT, Directrice de recherche, ENS Paris
Rapporteurs	M. Yanick RICARD, Directeur de recherche, Université de Lyon I M. Tim Van HOOLST, Professeur, ORB, Bruxelles
Examineurs	M. Olivier FORNI, Chargé de recherche, CESR, Toulouse
Directeur de thèse	M. Olivier GRASSET, Professeur à l'Université de Nantes
Encadrant	M. Gael CHOBLET, Chargé de recherche, LPGN, Nantes M. Gabriel TOBIE, Chargé de recherche, LPGN, Nantes

*Directeur de thèse : M. Olivier GRASSET, Professeur, Université de Nantes*

ED : .....SPIGA.....  
(Uniquement pour STIM et MTGC)









## **Remerciements**

*Et bien voilà, finalement j'en ai vu le bout. Dire que pendant tous ces derniers mois je ne pensais qu'à une seule chose : écrire les remerciements !!! Ces sacrés remerciements qui sont, pour moi, le signe de la fin d'une thèse.*

*Je commencerai donc par ceux qui m'ont supporté pendant ces trois dernières années (voir même plus). Gabriel et Gaël, tout d'abord, qui m'ont permis de faire ce bon bout de chemin avec eux depuis trois ans et qui ont toujours répondu présents lors des coups durs. J'espère qu'on continuera encore longtemps comme ça. Celui qui nous surnommait les "3G", Christophe, qui m'avait fait découvrir Japet lors de ces quelques mois de stage de Master 2. Enfin Olivier, qui même en suivant mon parcours de loin était toujours là. Je n'oublie pas non plus Ondrej, qui m'a fait passer une superbe semaine à Prague entre mathématiques et visites culturelles. Merci également à tous les membres du jury qui ont bien voulu lire ce travail : les deux rapporteurs Yanick Ricard (que je remercie également pour son aide lors de ma visite à Lyon) et Tim Van Hoolst et les deux examinateurs Olivier Forni et Luce Fleitout*

*Je remercie également tout le laboratoire de Planétologie et de Géodynamique de Nantes du fin fond de la "cave" de Pétrologie au bureau 27, merci à Isabelle, Eric et tous les autres.*

*Je remercie en particulier tous les thésards nantais qui m'ont permis de passer trois belles années parmi eux. Je commencerai par les plus anciens Regis, grand spécialiste de la spectroscopie du muscadet, Mathieu qui continue à faire des glaçons sur la côte californienne et enfin François qui a plus que jamais la tête dans les étoiles. Les un peu moins vieux (quoique...), Laetitia notre martienne de Berlin, Pierre avec qui j'ai passé presque trois excellentes années à rigoler dans notre bureau et à travailler un peu aussi et enfin Charles notre spectroman du nord avec qui le sourire est toujours de mise. Enfin mon année (donc les jeunes!) Déborah qui bulle avec ces petites roches du fond des mers et Lucille qui m'aura finalement battu au nombre de pages. Ceux qui ne tarderont pas à en finir, Cécile toujours prête pour un "Warcraft" (et son mari Guillaume rapplique aussitôt), Marion que j'ai un peu embêtée (enfin pas tant que ça non plus) ces quelques années pour une vague histoire de centimètres manquants et Farzaneh qui spectroscopie cette magnifique région de Bourgneuf (sauf à marée basse à 300 mètres de la plage et avec de la vase jusqu'aux hanches hein Charles :). Un petit mot pour Katya qui comme le dit Pierre nous a trouvés bien calmes cette dernière année. Et enfin les plus jeunes : commençons par le mythique bureau 27 où siégeaient Jonathan sage du bon jeu de mot et du calembour qui se débat avec son multigrille, la mère supérieure Olivia (un petit Jet 27 ?) qui se débat avec une sombre histoire de coquille sur un Oedipus, et pour finir ce trio notre conchyliculteur du laboratoire Morgan toujours prêt à vous donner les horaires de marée et à causer football, merci à eux pour m'avoir fait passer une superbe dernière année, et dernièrement Aurore qui du fond de la "cave" bulle avec ses céramiques. Un petit mot également pour les derniers arrivés et à qui je souhaite bon courage pour ces dernières années à faire : Gaëlle notre belge de la "cave" et Karine la rochelaise et pour ceux qui commencent : Erwin, Mélanie, Thomas et Patrick merci à eux pour leur soutien sur ces derniers mois.*

*Merci également à Marie qui avec la sagesse de son post-doc a su nous aider grandement Olivia et moi sur les durs chemins des harmoniques sphériques, Alistair notre anglais de Vénus toujours prêt à discuter rugby et Johanna notre martienne du grand est. Cela fut un réel plaisir de tous vous côtoyer chaque jour et j'espère vous revoir très bientôt.*

*Comme chaque thésard, j'ai essayé d'avoir une petite vie à côté de ce travail et j'en arrive ainsi à remercier tous mes amis qui m'ont toujours soutenu durant ces quelques années. Notre petite réunion hebdomadaire m'a toujours fait beaucoup de bien (et je ne parle pas du Pastis), merci à Ronan et sa science quasi-divine des arcanes du "Magic" et des comics, à Johann qui en ayant un travail terre à terre passe bien plus de temps dans les étoiles que je ne le serais jamais (que verra t-on dans le ciel dans 10000 ans ?), Ghyslain et Nathalie (et sylvestre) toujours partant pour une petite bouffe, Christophe (dit le "Papout") pour qui les japonais n'ont aucun secret, Christophe (dit le "Papouille") champion du changement de couche en 30 secondes, Stéphanie qui évite que le "papouille" oublie sa tête et Lucille qui aime bien quand papa lui change les couches, Marc qui aimerait toujours avoir l'adresse de la demoiselle qu'il vient de croiser, Amiel pour qui la physique-chimie corse n'a aucun secret, Boris qui le premier a essayé de m'enseigner les subtilités de la langue anglaise, Julien qui vous monte un ordinateur aussi vite qu'il court après le ballon... Merci du fond coeur à tous.*

*Je finirai en remerciant ma famille, d'abord mes parents qui m'ont toujours soutenu tout au long de mon cursus même durant mes quelques erreurs d'aiguillage, mon frère Boris, qui dorénavant visite le monde entre deux cuisines et enfin toute ma belle famille. Un mot pour qui ne le lira jamais, Elmer, chat de son état, qui a envahi notre vie depuis ces derniers mois avec toute sa verve habituelle, merci gros matou. Et enfin ma chère et tendre, Mathilde, qui après avoir gentiment corrigé tout ce manuscrit (et ce ne fut pas une mince affaire) a encore bien voulu m'épouser et s'envoler avec moi sur un autre continent. Merci à elle pour son soutien de tous les instants, ses petits mots cachés dans mes affaires lors des congrès, ses petits plats à vous remonter le moral et même baver avant de les avoir goûtés et surtout à son grand sourire et sa bonne humeur de tous les instants.*

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Système Solaire et structure interne</b>	<b>5</b>
1.1 La formation du Système Solaire . . . . .	6
1.1.1 Naissance du Soleil et nébuleuse solaire . . . . .	6
1.1.1.1 Isotopes à courte durée vie et CAI . . . . .	6
1.1.1.2 Chondrites et classification des météorites . . . . .	8
1.1.2 Formation des planétésimaux . . . . .	9
1.1.3 Des planétésimaux aux planètes . . . . .	11
1.1.4 Sources de chaleur . . . . .	13
1.1.4.1 Énergie d'accrétion des corps . . . . .	13
1.1.4.2 Différenciation . . . . .	13
1.1.4.3 Chauffage radioactif . . . . .	14
1.1.4.4 La dissipation de marée . . . . .	16
1.1.5 État des corps à la fin de l'accrétion . . . . .	16
1.1.6 Le Système Solaire à l'heure actuelle . . . . .	18
1.1.6.1 Mercure . . . . .	20
1.1.6.2 Mars . . . . .	22
1.1.6.3 Japet . . . . .	23
1.2 Structure interne des corps et rhéologies des matériaux . . . . .	26
1.2.1 Structure interne . . . . .	26
1.2.1.1 Corps telluriques . . . . .	27
1.2.1.2 Satellites de glace . . . . .	29
1.2.2 Rhéologies des matériaux . . . . .	30
1.2.2.1 Rhéologie générale . . . . .	30
1.2.2.2 Viscosité . . . . .	31
1.2.2.3 Viscoélasticité . . . . .	33
<b>2 Dynamique</b>	<b>41</b>
2.1 Évolution Thermique . . . . .	42
2.1.1 Conduction . . . . .	42
2.1.2 Convection . . . . .	43
2.1.2.1 Nombres caractéristiques . . . . .	46
2.1.3 Modèle numérique : <i>Oedipus</i> . . . . .	46
2.1.3.1 La Sphère Cubique . . . . .	47
2.1.3.2 Résolution des équations de conservation . . . . .	49

2.1.3.3	Parallélisme . . . . .	50
2.1.3.4	Contributions au bilan de chaleur . . . . .	52
2.1.3.5	Détermination du début de la convection . . . . .	52
2.2	Interaction de marée, dissipation et conséquence pour la rotation . . . . .	57
2.2.1	Principe des interactions de marée . . . . .	57
2.2.2	Nombres de Love et facteur de dissipation . . . . .	59
2.2.2.1	Nombres de Love . . . . .	59
2.2.2.2	Facteur de dissipation . . . . .	60
2.2.3	Conséquences pour la rotation des corps . . . . .	61
2.2.4	Chauffage de marée . . . . .	64
2.2.5	Calcul de la dissipation . . . . .	64
2.2.5.1	Équations résolues . . . . .	65
2.2.5.2	Exemples de sorties . . . . .	67
2.3	Forme des corps et dynamique axiale . . . . .	69
2.3.1	Déformation d'un corps sphérique . . . . .	69
2.3.2	Tenseur d'inertie . . . . .	70
2.3.3	Calcul de la relaxation . . . . .	71
2.3.3.1	Les harmoniques sphériques . . . . .	72
2.3.3.2	Résolution des équations . . . . .	73
2.3.3.3	Conditions aux limites . . . . .	75
2.3.3.4	Tests et exemples . . . . .	76
2.4	Dynamique de l'axe de rotation . . . . .	77
2.4.1	True Polar Wander . . . . .	77
2.4.1.1	Équation de Liouville . . . . .	80
2.4.1.2	Formules de MacCullagh . . . . .	80
2.4.2	Potentiel gravitationnel, Topographie et Géoïde . . . . .	81
2.4.2.1	Anomalie du potentiel gravitationnel . . . . .	82
2.4.2.2	Topographie et Géoïde . . . . .	83
<b>3</b>	<b>Mercure</b>	<b>85</b>
3.1	Modèle . . . . .	86
3.1.1	Structure et composition de Mercure . . . . .	86
3.1.2	État thermique . . . . .	87
3.1.3	Dynamique et rhéologie . . . . .	88
3.1.3.1	Évolution du noyau . . . . .	88
3.1.3.2	Viscosité . . . . .	90
3.1.4	Dissipation et rotation . . . . .	91
3.1.5	Changement de forme et contrainte de surface . . . . .	94
3.2	Résultats . . . . .	97
3.2.1	Évolution primordiale . . . . .	97
3.2.1.1	Dissipation . . . . .	97
3.2.1.2	Relaxation . . . . .	100
3.2.2	Évolution à long terme . . . . .	104
3.2.2.1	Convection et évolution thermique . . . . .	104
3.2.2.2	Évolution du noyau . . . . .	106
3.2.3	Implication pour la tectonique de Mercure . . . . .	111

3.3	Discussion . . . . .	114
3.3.1	Formation de Mercure et différenciation . . . . .	114
3.3.2	Rôle de l'état thermique initial . . . . .	116
3.3.3	Rôle de la rhéologie . . . . .	116
3.3.4	Rôle de la structure interne . . . . .	118
3.3.5	Rôle du noyau . . . . .	118
<b>4</b>	<b>Japet</b>	<b>121</b>
4.1	Model . . . . .	123
4.1.1	Structure and initial conditions . . . . .	123
4.1.2	Radioactive sources . . . . .	123
4.1.3	Dynamics and rheology . . . . .	126
4.1.4	Dissipation and despinning . . . . .	126
4.1.5	Global shape evolution . . . . .	128
4.2	Results . . . . .	130
4.2.1	Thermal evolution . . . . .	130
4.2.1.1	Role of short-lived radiogenic isotopes . . . . .	131
4.2.1.2	Role of long-lived radiogenic isotopes . . . . .	134
4.2.1.3	Onset time of convection . . . . .	134
4.2.2	Coupling evolution of despinning and shape relaxation . . . . .	135
4.3	Discussion . . . . .	140
4.3.1	Role of the initial content in radiogenic elements . . . . .	140
4.3.2	Role of rheology . . . . .	141
4.3.3	Internal structure and differentiation . . . . .	142
4.3.4	Role of contaminants and porosity . . . . .	143
4.3.5	Onset of convection . . . . .	143
4.3.6	Implication for the origin and evolution of the equatorial ridge . . . . .	144
<b>5</b>	<b>Vers un couplage True Polar Wander - convection</b>	<b>147</b>
5.1	Convection à bas degré . . . . .	148
5.1.1	Obtention d'une convection de bas degré . . . . .	148
5.1.2	Description du modèle choisi . . . . .	150
5.1.2.1	Dépendance en profondeur de la viscosité . . . . .	151
5.2	Résultats préliminaires . . . . .	152
5.2.1	Convection avec viscosité non-dépendante de la profondeur . . . . .	152
5.2.1.1	Convection isovisqueuse . . . . .	152
5.2.1.2	Viscosité dépendante de la température . . . . .	154
5.2.2	Viscosité dépendante de la profondeur . . . . .	157
5.3	Couplage True Polar Wander - convection . . . . .	160
5.3.1	Interaction entre les différents programmes . . . . .	160
5.3.2	Rotation d'harmoniques sphériques . . . . .	161
5.3.3	Résolution de l'équation de Liouville . . . . .	162
5.4	Conclusions . . . . .	164
	<b>Conclusions générales</b>	<b>165</b>



<b>A</b>	<b><i>OEDIPUS</i> : tests numériques</b>	<b>167</b>
A.1	Influence de la perturbation . . . . .	167
A.2	Influence de la précision du solveur . . . . .	168
A.3	Exemple de calcul complet et traitement des données . . . . .	169
A.3.1	Lancement du calcul . . . . .	171
A.3.2	Les sorties . . . . .	171
<b>B</b>	<b>Divers</b>	<b>177</b>
B.1	Calcul des fonctions radiales . . . . .	177
B.2	Relation pour le système de coordonnées de la sphère cubique . . . . .	178
	<b>Références</b>	<b>181</b>

# Introduction

Depuis maintenant quelques décennies, de multiples sondes ont été lancées en direction des corps de notre Système Solaire. Elles nous ont fait découvrir une variété de mondes assez différents les uns des autres. Afin d'expliquer leur état actuel, la compréhension de leur évolution depuis la fin de leur période d'accrétion est essentielle. Cette évolution est à la fois thermique, orbitale et de rotation, et on ne peut considérer chacune d'entre elles séparément. Ainsi l'évolution thermique contraint le taux de dissipation des forces de marées qui elles mêmes agissent sur l'orbite et la période de rotation. De même cette dissipation, est une source de chaleur supplémentaire pour l'évolution thermique. Les corps que nous voyons ainsi aujourd'hui sont donc le résultat de ces évolutions couplées.

Actuellement, le développement de tels modèles est balbutiant. Pour Mercure, [Matsuyama et Nimmo \(2009\)](#) proposent de décrire les contraintes à la surface liées à la fois à la dynamique de rotation et à la dynamique orbitale mais sans prendre en compte l'évolution thermique. [Hauck et al. \(2004\)](#), utilisent un modèle thermique mais négligent la dissipation visqueuse due aux forces de marée. Dans le cas de Japet, [Castillo-Rogez et al. \(2007\)](#) tiennent compte de la dynamique de rotation mais leur modèle thermique est incomplet (non prise en charge d'une possible convection). Le développement de modèles d'évolutions doit donc tenir compte de ces différents couplages. C'est l'objet du travail présenté dans ce mémoire qui considère trois études, pour trois objets distincts :

Mercure est à l'heure actuelle la planète la moins connue de notre Système Solaire. Les connaissances que nous avons proviennent d'observations terrestres et de son survol par deux sondes : Mercury 10 et Messenger. Cette planète possède plusieurs caractéristiques étonnantes. Elle possède un champ magnétique, ce qui est surprenant pour un corps aussi petit (elle est la plus petite planète du Système Solaire). Elle possède une période de rotation de 59 jours, alors que les périodes de rotations initiales de tels corps sont supposées être de l'ordre de quelques heures. Les images de sa surface révèlent des escarpements lobés pouvant atteindre plusieurs centaines de kilomètres de long et ayant un relief de quelques kilomètres au maximum. De telles structures pourraient être causées par des contraintes générées par le refroidissement de la planète et/ou au ralentissement de sa période de rotation. Il semble ainsi, à travers ce dernier élément, qu'une étude couplée entre une évolution thermique et une évolution de la période de rotation soit essentielle pour comprendre les mécanismes d'évolution de Mercure.

Japet est un corps fort différent de Mercure, en effet celui-ci orbite autour de la géante Saturne. De plus sa structure est composée à plus de 90 % (en volume) de glace. Les premières images et mesures sont dues aux sondes Voyager. Mais depuis quelques années,

la sonde Cassini en orbite autour de Saturne a permis d'augmenter considérablement nos connaissances de ce satellite. Une caractéristique particulière de Japet est sa forme. On observe ainsi que son rayon équatorial est plus grand de 35 kilomètres que son rayon polaire. Elle aurait donc une forme en équilibre hydrostatique avec une période de révolution de 16 heures, mais actuellement sa période de révolution est d'environ 79 jours (elle est également en orbite synchrone). Sa forme serait donc la preuve d'une rotation beaucoup plus rapide par le passé et aurait "gelé" durant son évolution. Comme pour Mercure, une étude de l'évolution thermique doit donc être couplée à une étude de l'évolution de sa période de rotation. Les contraintes engendrées par son aplatissement et sa période de rotation actuels devraient nous permettre de produire un modèle d'évolution à la fois thermique et de rotation.

Mars est différente des deux précédents corps, pour elle, il n'existe aucune interaction de marée notable. Elle est plus grande que Mercure, mais presque deux fois moins que la Terre. Cette planète est le corps ayant reçu le plus grand nombre de sondes de notre Système Solaire. Sa principale caractéristique est une profonde différence entre ses deux hémisphères nord et sud. Le nord montre des plaines peu cratérisées et une faible élévation moyenne. Dans le sud, au contraire, les terrains sont fortement cratérisés et ont une élévation moyenne de plusieurs kilomètres supérieure aux plaines du nord. Plusieurs hypothèses ont été émises pour expliquer cette dichotomie. L'une d'elle propose une convection possédant un seul panache ascendant et un seul descendant. Ce panache aurait déséquilibré la planète provoquant ainsi un mouvement de son axe de rotation. Une étude de l'obtention d'une convection de ce type ainsi que de la réorientation conséquente de l'axe de rotation pourrait être menée afin de contraindre ce modèle.

Afin d'obtenir des conditions initiales pour nos modèles et de déterminer les comportements des matériaux, le premier chapitre de cette thèse est consacrée à la formation du Système Solaire ainsi qu'aux lois de comportements rhéologiques. Nous passons d'abord en revue les différentes étapes de la formations des corps. La naissance de notre étoile est abordée brièvement, puis nous nous focalisons sur la formation et la composition des premières "briques" de matériaux : les chondrites. L'accrétion de ces matériaux permet dans un premier temps la formation des planétésimaux puis leur accrétion donne naissance à des corps de taille planétaire. Les différentes sources de chaleur disponible durant cette accrétion sont explicitées. Un bilan de l'état des corps à la fin de leur période d'accrétion est à cet instant possible et cela permet d'établir des conditions initiales à nos modèles. Nous effectuons alors une description détaillée des corps traités par la suite. Dans une deuxième partie, une description de la structure interne des corps est proposée. Nous regardons ensuite les lois de comportements rhéologiques de ces matériaux.

Le deuxième chapitre est dédié aux lois physiques qui régissent l'évolution des corps ainsi que les moyens numériques mis en place pour les traiter. Dans un premier temps nous considérons l'évolution thermique à travers les phénomènes de conduction et de convection. Le programme numérique *OEDIPUS* est alors décrit ainsi que les moyens informatiques mis en place. Dans une seconde partie nous présentons le principe des forces de marée et la dissipation à l'intérieur des corps qui en découle. Les conséquences pour l'évolution de la période de rotation sont alors examinées ainsi que le programme de cal-

cul mis en place pour traiter ce problème. Une troisième partie présente les lois permettant de déterminer l'évolution de la forme des corps ainsi que les contraintes en surface qui en découlent. Le programme calculant cette évolution est alors explicité. Dans une dernière partie nous détaillons les mécanismes et les lois à l'origine de la réorientation de l'axe de rotation d'une planète.

Le modèle numérique et les résultats des simulations liés à l'étude de Mercure sont présentés dans le troisième chapitre. Dans un premier temps, nous décrivons le modèle mis en place pour étudier son évolution primordiale. Ce modèle prend en compte la paramétrisation d'un noyau ainsi que le couplage de rotation entre le manteau et le noyau. Ces deux éléments sont spécifiques à l'étude de Mercure. Nous envisageons spécifiquement deux phases pour l'évolution : les cent premiers millions d'années pendant lesquels la période de rotation actuelle est obtenue et les contraintes en surface associées, puis l'évolution à plus long terme avec un soin particulier pour la mise en place de la convection et la structure du noyau qui en est une conséquence. Nos résultats confortent certaines interprétations pour l'origine des escarpements lobés et précisent les conditions initiales autorisant l'existence aujourd'hui d'une dynamo magnétique.

L'évolution de Japet est traitée dans le quatrième chapitre. Nous commençons par décrire le modèle numérique et ses spécificités. L'incorporation d'éléments radioactifs à courtes durées de vie est ainsi un aspect essentiel du scénario que nous proposons. Nous présentons d'abord les résultats concernant l'apparition puis les modalités de la convection thermique et la structure visqueuse qu'elle façonne. Dans un deuxième temps, nous présentons les résultats concernant l'aplatissement de Japet et l'évolution de sa période de rotation. Nous discutons, dans une dernière section, le rôle des différents paramètres impliqués et ainsi que les hypothèses faites dans ces simulations.

Enfin, dans un dernier chapitre nous présentons les premiers résultats d'un couplage de l'évolution de la position de l'axe de rotation d'une planète (True Polar Wander) avec une convection de bas degré. Ce type d'évolution couplée est présentée pour expliquer la dichotomie martienne. Nous commençons par définir une convection à bas degré ainsi que les différents moyens qui ont permis de l'obtenir dans de précédentes études. À partir de ces travaux, nous choisissons une stratégie afin d'acquérir une convection de ce type. Les premiers résultats sont présentés dans une seconde partie. Enfin, une dernière partie est consacrée à la présentation d'un programme de couplage True Polar Wander - convection. Nous définissons les différentes composantes de ce programme ainsi que les communications entre elles. Nous donnons également un exemple simple de résolution des équations de Liouville.



# Chapitre 1

## Système Solaire et structure interne

L'état actuel des corps de notre Système Solaire découle d'une lente évolution qui dure depuis leur formation il y a 4,5 milliards d'années. Certaines caractéristiques de ces corps, comme l'aplatissement de Japet ou la période de rotation de Mercure, ont sans doute été acquises très tôt durant leur évolution. L'étude actuelle des particularités de ces corps est donc subordonnée à l'étude de l'évolution primordiale de ceux-ci. Cette étude commence dès la fin de leur accréation et découle de leur état à la fin de cette période. Une étude de la formation des corps de notre Système Solaire doit donc être développée, afin de mieux appréhender leurs caractéristiques physiques (période de rotation, température interne, différenciation, ...) à la fin de cette accréation.

Dans une première partie j'exposerai les différentes étapes de la formation des corps de notre Système Solaire : de la formation du Soleil, à l'apparition des premiers planétésimaux et à leurs accréations en planètes. Un état des corps à la fin de l'accréation sera développé. Les corps que nous traiterons plus tard (Mercure, Japet et Mars) sont décrits plus en détails également.

Une seconde partie donnera une description de l'intérieur des différents corps que nous serons amenés à étudier par la suite. Nous verrons enfin les lois de comportements rhéologiques des matériaux qui composent ces intérieurs.

## 1.1 La formation du Système Solaire

### 1.1.1 Naissance du Soleil et nébuleuse solaire

Notre galaxie, la Voie Lactée, est composée d'étoiles et de nuages de gaz interstellaire (principalement de l'hydrogène et de l'hélium). Les observations montrent que la naissance d'une étoile, de la masse du Soleil, provient de l'effondrement d'un de ces nuages de gaz interstellaire. Celui-ci est déstabilisé soit par une onde de choc provenant d'un événement cataclysmique proche (nova, supernova ...) ou bien par de puissants vents solaires provenant d'une étoile voisine. Les corps de notre Système Solaire hériteront de certaines des caractéristiques du nuage comme sa vitesse de rotation à travers la conservation du moment angulaire. La matière commence à s'agglomérer en un centre où la densité augmente progressivement. Cet événement se serait déroulé, il y a environ 4,568 milliard d'années pour le Soleil ([McKeegan et Davis, 2007](#)). Si la quantité de gaz du nuage avait été beaucoup plus importante, l'étoile formée aurait pu être une géante bleue. La durée de vie de telle étoile ne dépasse pas le milliard d'années rendant ainsi l'évolution des corps d'un tel Système Solaire totalement différent.

La future étoile passe ainsi par une phase dite T-Tauri où elle commence à rayonner grâce à l'énergie de la contraction gravitationnelle. La température et la pression continuent toujours à s'élever en son cœur pour finalement atteindre des valeurs compatibles avec les réactions de fusion thermonucléaire. L'étoile est alors née et a rejoint la séquence principale du diagramme de Hertzsprung-Russel. La matière qui ne s'est pas agglomérée dans l'étoile est la nébuleuse proto-planétaire (cf Fig. 1.1 et 1.3a). À cet instant des mécanismes d'accrétions ont déjà débutés.

#### 1.1.1.1 Isotopes à courte durée vie et CAI

Peu après l'initiation de la contraction du nuage interstellaire, dans les régions les plus chaudes près du centre de celui-ci, les premiers minéraux se forment à partir de grains de poussières pré-solaire. Environ 1 million d'années après le début de la contraction, les scénarios de formation font l'hypothèse de l'injection dans les parties les plus internes de la nébuleuse d'isotopes à courte durée de vie ([McKeegan et Davis, 2007](#)). Leur contribution au bilan de chaleur des corps du Système Solaire est sans doute très importante, leur instant de formation peut donc avoir de fortes répercussions sur l'évolution future de corps comme nous le verrons par exemple pour Japet. La présence de ces isotopes a été déduite des excès observés, dans les échantillons de météorites, de leurs produits de décroissance radioactive. Leurs faibles durées de vie indiquent qu'ils ont une origine contemporaine de la formation du disque. [Goswami et Vanhala \(2000\)](#) ou encore [Tachibana et al. \(2006\)](#) font l'hypothèse que ces éléments auraient été injectés dans le nuage interstellaire juste avant sa contraction par une supernova proche ou encore une étoile de type Wolf-Rayet (étoile chaude, massive et évoluée qui montre une perte de masse très élevée due à un fort vent stellaire, elles pourraient être les descendantes d'étoile massive de type O ou B). Ces éléments pourraient également avoir été produits par des processus d'irradiation du disque dus aux rayons cosmiques émis par le jeune Soleil ([Chaussidon et Gounelle, 2007](#)).

La table 1.1 fournit la liste de ces éléments. Si ces éléments ont été homogénéisés dans la nébuleuse, ils peuvent alors servir de chronomètre afin de dater les météorites qui contiennent leurs produits de décroissance. Ainsi, sur cette base, les plus vieux éléments

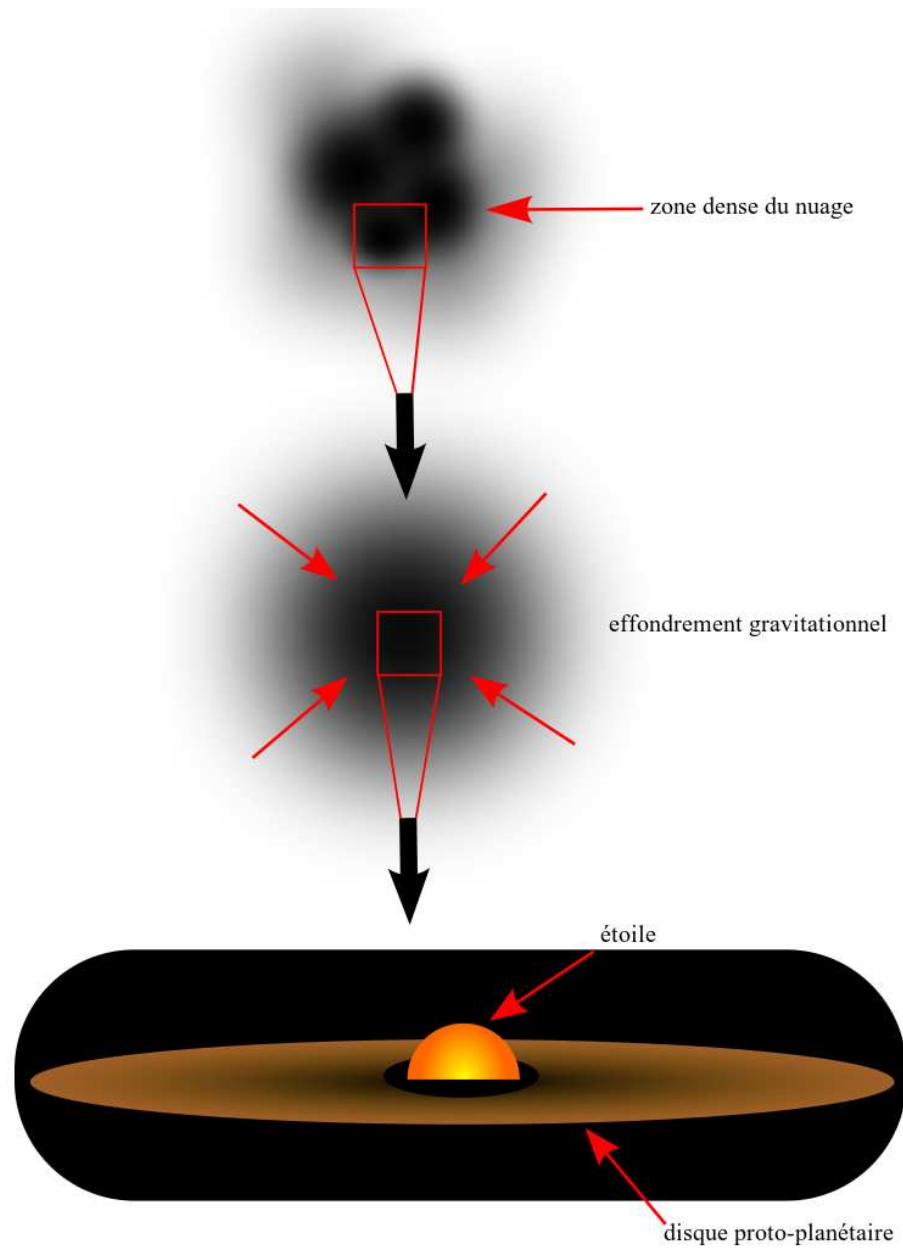


FIG. 1.1 – Principales étapes de formation d’une étoile de type solaire : en haut : nuage de gaz interstellaire comportant des zones de densité plus importante, au centre : contraction par effondrement gravitationnel d’une de ces zones, en bas : étoile formée avec la présence d’un disque de matière gravitant autour.



Isotope parent	Demi-vie (Ma)	Isotope fils
$^{41}\text{Ca}$	0,1	$^{41}\text{K}$
$^{26}\text{Al}$	0,7	$^{26}\text{Mg}$
$^{10}\text{Be}$	1,5	$^{10}\text{B}$
$^{53}\text{Mn}$	3,7	$^{53}\text{Cr}$
$^{60}\text{Fe}$	1,5	$^{60}\text{Ni}$
$^{107}\text{Pd}$	6,5	$^{107}\text{Ag}$
$^{187}\text{Hf}$	9	$^{187}\text{W}$
$^{129}\text{I}$	15,7	$^{129}\text{Xe}$
$^{92}\text{Nb}$	36	$^{92}\text{Zr}$
$^{244}\text{Pu}$	82	produit de fission
$^{146}\text{Sm}$	103	$^{142}\text{Nd}$

TAB. 1.1 – Liste des éléments à courte durée de vie d’après (McKeegan et Davis, 2007).

trouvés dans le Système Solaire sont les CAI (Calcium Aluminum rich Inclusion), leur rapport isotopique  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$  est compris entre  $3 \times 10^{-5}$  et  $6 \times 10^{-5}$  (Chaussidon et Gounelle, 2007). Elles sont ainsi datées de 4,567 milliards d’années (Amelin et al., 2002). Les CAI sont des inclusions riches en aluminium et calcium, de taille sous-millimétrique à centimétrique qu’on observe dans les météorites de type chondritique. Elles ont subi des échanges avec le gaz de la nébuleuse, des chauffages pouvant conduire à un ou plusieurs épisodes de fusion, des chocs induits par des impacts et des re-condensations dans la nébuleuse ou encore dans un astéroïde (MacPherson, 2007). La faible gamme des rapports  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$  présents dans les CAI suggère qu’elles aient été formées en une même zone de la nébuleuse et dans une période de temps très courte (quelques centaines de milliers d’années) (Chambers, 2007).

### 1.1.1.2 Chondrites et classification des météorites

Dans les météorites où les CAI ont été trouvées, et qui serviront de “briques” à nos corps étudiés, un autre type de structures a été observé. Celles-ci présentent des rapports  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$  moindres de l’ordre de  $0,6 \times 10^{-5}$  à  $1,9 \times 10^{-5}$  (Rudraswami et Goswami, 2007). Elle sont donc interprétées comme postérieures aux CAI, et se seraient formées 1 à 2 millions d’années après celles-ci (Rudraswami et Goswami, 2007). Ces structures sont des chondrules, ce sont des objets de taille sous-millimétrique à millimétrique de forme sphérique, observés dans les météorites chondritiques (dont le nom dérive de la présence de chondrules). Elles peuvent représenter jusqu’à 80% de la masse de ces météorites et ont été créés à partir de gouttelettes fondues de matériel silicaté (olivines et pyroxene en majorité (Scott et Krot, 2007)) ayant refroidi sur des échelles de temps de quelques heures

(Zanda, 2004).

Les météorites chondritiques peuvent donc être considérées comme des témoins des premiers âges de notre Système Solaire. On peut, de manière plus générale, classer les météorites tombées sur Terre suivant la présence ou non de chondrules (Bischoff, 2001; Krot et al., 2007; Scott et Krot, 2007) (Fig. 1.2). Les météorites chondritiques sont indifférenciées et peuvent se répartir en quatre groupes distincts. Les chondrites carbonées se basent sur leur abondance en élément réfractaire, qui doit être supérieure ou égale à celle des chondrites CI (Scott et Krot, 2007). Les sous groupes représentent des météorites types analysées (CI pour Ivuna, CO pour Ornans ...). Les chondrites ordinaires représentent environ 80% des météorites tombées sur Terre, elles sont divisées en trois selon leur teneur en fer, H pour les teneurs les plus élevées à LL pour les plus faibles. Les chondrites à enstatites sont divisées en deux groupes suivant leur teneur en fer. Elles pourraient provenir d'un ou de deux mêmes corps (Scott et Krot, 2007). Les classes R (rumuruti-chondrites) et K (Kakangari-chondrites, non représentées sur la figure) sont typiques de deux météorites ayant donné leur nom à ces classes.

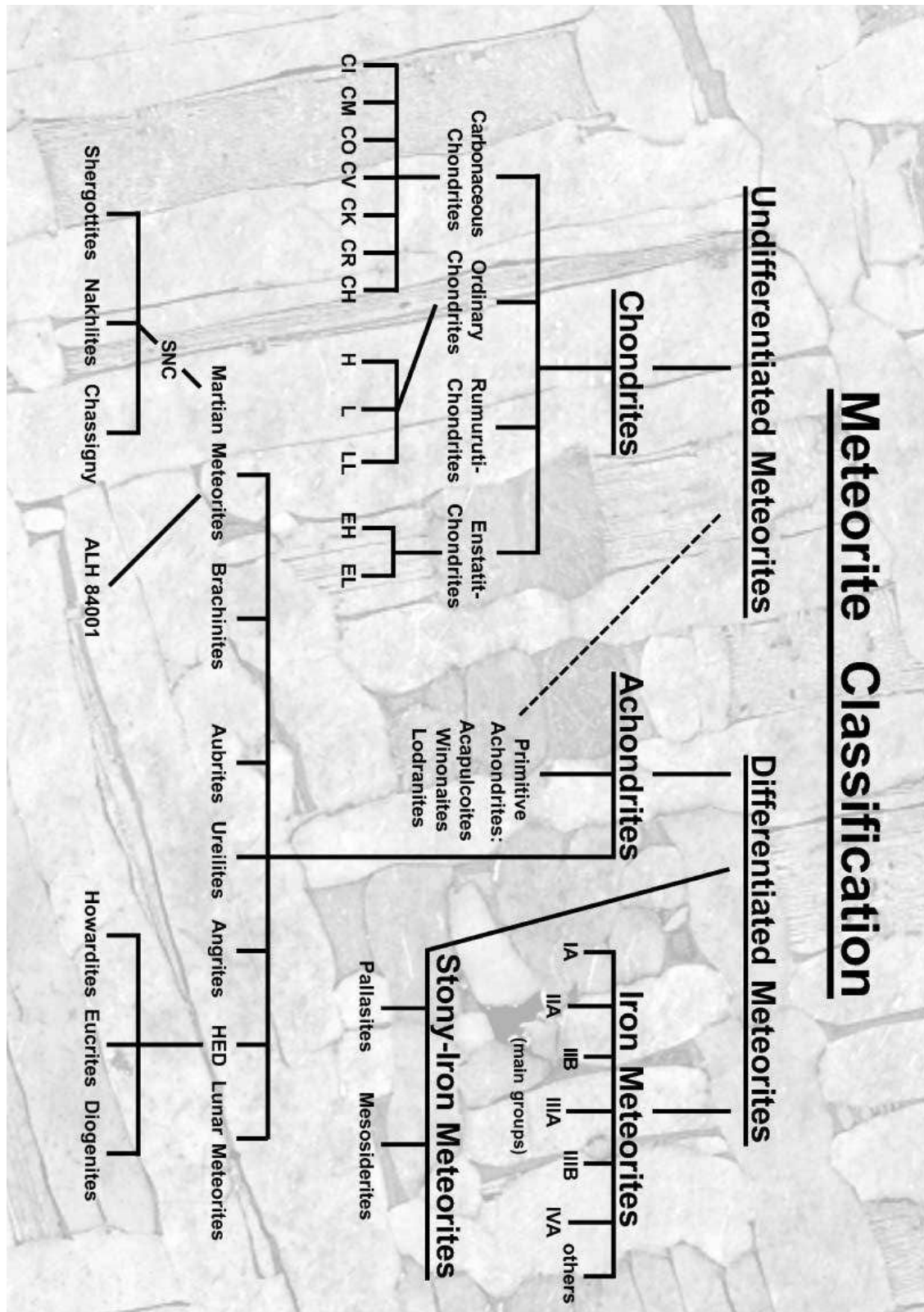
Les autres météorites se distinguent par l'absence de matériel présent dans les météorites chondritiques. Elles sont issues de ces mêmes météorites par différenciation et fractionnement. Elles peuvent être séparées en deux groupes selon leur degré de fusion : les primitives et les différenciées. Les primitives ont une composition approximativement chondritique mais elles se différencient par leurs textures. Elles pourraient être des résidus de fusion de météorites chondritiques ou bien des météorites chondritiques ayant subi un très fort métamorphisme. Les différenciées sont séparées en trois groupes suivant leur teneur en fer : les achondrites pour les teneurs les plus basses aux ferreuses pour les plus hautes (Krot et al., 2007). Elles sont issues de corps parents différenciés, et leur teneur en fer est un indice de leur localisation dans ce corps. Une météorite ferreuse peut ainsi provenir du noyau d'un corps différencié.

La chronologie de la formation de ces différentes météorites présentée ici est d'abord basée sur leur état différencié ou non. Sur cette base, les plus anciennes sont les météorites chondritiques. La présence de CAI à l'intérieur de celles-ci conforte cette hypothèse. Parmi tous les groupes de météorites chondritiques, les plus primitives sont les météorites carbonées et plus particulièrement le sous-groupe CI. Celui-ci ne présente pas de fractionnement chimique par rapport aux abondances de la photosphère solaire (Lodders, 2003). Les autres météorites chondritiques ont pu se former quelques centaines de milliers à un million d'années plus tard. Les météorites achondrites sont plus tardives et prennent place quelques millions d'années après. Enfin, les météorites différenciées proviendraient de corps dont les âges sont compris entre la formation des planétésimaux à il y a quelques millions d'années pour des météorites de types lunaires ou martiennes.

Les différents types de météorites présentées servent à former nos corps par la suite. Leurs caractéristiques telles que leur densité ou encore leur teneur en éléments radioactifs permettent de contraindre la composition initiale de corps comme Japet ou Mercure.

### 1.1.2 Formation des planétésimaux

On définit par planétésimaux des objets d'une taille d'environ 1 kilomètre (Chambers, 2007). La première étape de la formation des planétésimaux serait le refroidissement de la nébuleuse solaire. Cela entraîne une condensation des poussières qui en même temps

FIG. 1.2 – Classification des météorites d'après [Bischoff \(2001\)](#).

migrent vers un disque fin de matière en orbite autour du Soleil (cf Fig. 1.3b). La formation de ce disque est la conséquence de la conservation du moment angulaire du nuage gazeux à l'origine du système. Dans les parties les plus proches du Soleil, et donc les plus chaudes, les observations montrent que se condensent des silicates et des poussières riches en fer. Dans les zones externes du disque la glace d'eau peut se condenser (Goldreich et Ward, 1973; Chambers, 2007). Les poussières "tomberont" vers le disque d'autant plus vite que leurs tailles sont importantes. Weidenschilling (1980) montre que cette accumulation dans le disque peut s'effectuer en 1000 à 10000 ans à 1 unité astronomique du Soleil et en moins de 1 million d'années à 10 unités astronomiques.

Dans le même temps, les poussières commencent à s'agglomérer de différentes manières. Dans le scénario de Goldreich et Ward (1973), des instabilités gravitationnelles naissent dans le disque et provoquent, par effondrement, la naissance de planétésimaux d'environ 0,1 km de diamètre, qui se forment en environ 1 an. Dans un autre scénario, la formation peut également avoir lieu par coalescence de particules, il leur faut néanmoins une vitesse minimum (moins de quelques mètres par seconde (Poppe et al., 2000)) afin que cela ait lieu. Ces deux phénomènes doivent se dérouler dans le gaz de la nébuleuse, on doit donc le prendre en compte afin de traiter par exemple la turbulence. Johansen et al. (2007) ont fait les premières simulations numériques de croissance de planétésimaux dans un gaz turbulent. Ils montrent qu'il y a accréation dans les zones de forte densité en gaz et que des corps de la taille d'embryons planétaires (100 à 1000 km de diamètre) peuvent être formés en quelques orbites. On pourrait donc passer très rapidement (en quelques centaines à 1 million d'années) des chondres aux planétésimaux (cf Fig. 1.3c). La formation des corps semble ainsi se dérouler de manière rapide, des éléments comme les isotopes à courte durée de vie pourraient donc ainsi se retrouver plus facilement dans les corps étudiés.

### 1.1.3 Des planétésimaux aux planètes

Une fois les planétésimaux formés, les interactions gravitationnelles entre eux doivent devenir non négligeables. Les plus gros d'entre eux commenceraient par croître de manière exponentielle en accréant les plus petits situés dans leur environnement direct. On peut parler d'embryons planétaires quand les plus gros d'entre eux atteignent des tailles d'environ 100 fois supérieures à la moyenne (Chambers, 2007). À partir de ce stade, commencerait une croissance dite oligarchique où seulement quelque uns des embryons ayant des masses comparables continueraient leurs croissances, le reste des planétésimaux ne pourrait alors plus croître (Kokubo et Ida, 1998) (cf Fig. 1.3d). Un dernier stade supposé de formation des planètes est celui des collisions géantes entre corps de la taille de Mars ou de la Lune (Canup, 2004). Ce stade permettrait d'acquérir la masse actuelle des planètes, voir de les modifier tel que nous les connaissons aujourd'hui (par exemple Mercure et l'hypothèse d'une collision tardive qui lui enlèverait une partie de son manteau (Weitherill, 1988)).

Les simulations numériques d'accréation des planétésimaux et d'embryons planétaires conduisent à des corps de la taille de la Terre en quelques dizaines de millions d'années (O'Brien et al., 2006). Pour les planètes géantes, les observations astronomiques de la durée de vie des disques gazeux donnent un temps maximal de formation d'environ 10 millions d'années (Calvet et al., 2000). Les simulations numériques rejoignent cette échelle de temps, en donnant une formation de Jupiter ou Saturne entre 1 et 10 millions

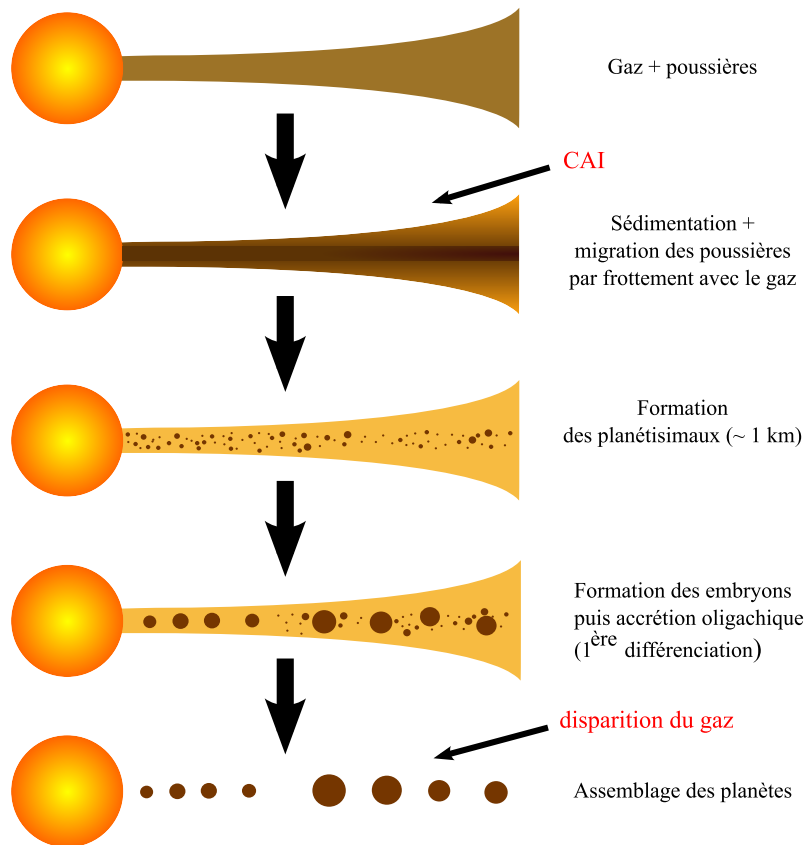


FIG. 1.3 – Les différentes étapes de la formation de corps de taille planétaire.

d'années et entre 2 et 16 millions d'années pour Uranus ([Pollack et al., 1996](#)). Autour de ces planètes géantes se développe une nébuleuse gazeuse qui est un équivalent, à plus petite échelle, de ce qui se passe autour d'une étoile. Néanmoins des interactions entre les disques des géantes gazeuses et celui du Soleil existent ([Mosqueira et al., in review](#)). De plus, les simulations numériques ne peuvent reproduire exactement la configuration actuelle du Système Solaire interne. Par exemple, les simulations de [O'Brien et al. \(2006\)](#) produisent une planète Mars trois fois plus massive ainsi que la non-présence de la ceinture d'astéroïdes entre Mars et Jupiter. De la même manière que pour les planètes, des satellites doivent se former dans l'environnement planétaire des géantes gazeuses. Ainsi, pour un satellite comme Japet, [Mosqueira et Estrada \(2003\)](#) donnent un temps de formation de 1 à 10 millions d'années, ou encore [Barr et Canup \(2008\)](#) donnent pour Rhéa un temps compris entre 2 et 7 millions d'années. Cette phase d'accrétion aurait donc pu se dérouler très rapidement de la même manière que les phases précédentes. Ainsi, nous pouvons supposer par la suite que les caractéristiques des corps étudiés acquises durant leur formation n'auront pas évolué à la fin de l'accrétion. De plus, cette formation rapide renforce l'hypothèse de la présence d'éléments radioactifs à courte période dans les matériaux planétaires comme supposé par la suite.



### 1.1.4 Sources de chaleur

Durant l'accrétion des corps, de la formation des CAI aux embryons planétaires, différentes sources de chaleur agissent afin de faire évoluer les corps. La radioactivité de certains éléments est la première source à se mettre en œuvre, puis avec l'accrétion des corps l'énergie dégagée par les collisions permet un autre apport énergétique. Enfin la différenciation métal - silicate et les forces de marées ajoutent de nouvelles sources lors des dernières étapes de la formation des corps.

#### 1.1.4.1 Énergie d'accrétion des corps

Les multiples collisions entre les planétésimaux puis entre les embryons planétaires permettent d'apporter une quantité d'énergie non négligeable au corps. Pour un planétésimal l'impact dispose d'une énergie totale égale à son énergie cinétique (Kaula, 1979). Néanmoins seule une fraction  $h$  de cette énergie d'impact est conservée par le corps impacté. Le reste de l'énergie est dissipé à la fois par les différents éjectas qui ne retombent pas sur le corps ainsi que par rayonnement. On peut calculer l'élévation de température à un rayon donné en fonction de la fraction d'énergie retenue (Schubert et al., 1981; Ellsworth et Schubert, 1983) :

$$T_a(r) = h \frac{GM(r)}{C_p r} \left( 1 + \frac{rv^2}{2GM(r)} \right) + T_{surf} \quad (1.1)$$

où  $G$  est la constante de gravitation universelle,  $M(r)$  est la masse à un rayon  $r$ ,  $C_p$  est la chaleur spécifique,  $v$  est la vitesse de l'impacteur et  $T_{surf}$  est la température de surface. La figure 1.4 représente cette équation dans le cas de Japet. L'énergie est supposée être répartie immédiatement et de manière homogène à la surface du corps. Cette hypothèse est correcte pour un corps plongé dans la nébuleuse solaire et subissant de multiples collisions. On peut ainsi dire que le nombre de collisions permet d'homogénéiser la distribution d'énergie à la surface. Néanmoins si un corps a subi des interactions orbitales quelconques (bloquées en résonance avec le même hémisphère exposé au Soleil par exemple) et qu'il existe une orientation préférentielle des impacts cette hypothèse se révèle incorrecte. La distribution de chaleur serait dans ce cas in-homogène et un hémisphère pourrait se voir beaucoup plus cratérisé qu'un autre. La portion d'énergie gardée par le corps est estimée, dans le cas des satellites de Saturne, à 40% par Ellsworth et Schubert (1983). Pour Mercure, Schubert et al. (1988) estime que  $h = 20\%$  suffit pour que la température atteigne celle de fusion du matériau accrété. La dernière inconnue est la vitesse des impacteurs. Pour des vitesses importantes Kaula (1979) estime un  $h$  compris entre 0,8 et 0,9. Le terme  $GM/(rv^2)$  est typiquement 4 (Ellsworth et Schubert, 1983). Nous avons retenu cette valeur dans le cadre de notre étude sur Japet.

#### 1.1.4.2 Différenciation

La formation des corps s'accompagne d'un stockage d'énergie sous forme d'énergie potentielle qui s'écrit :

$$U = - \int_V \frac{GM(r)}{r} \rho(r) dV \quad (1.2)$$

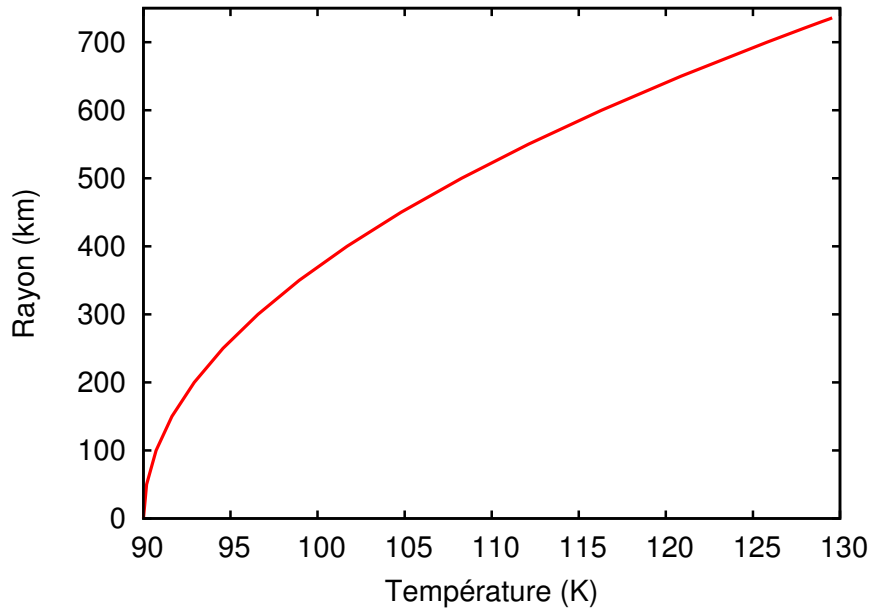


FIG. 1.4 – Profil de température à la fin de l'accrétion pour Japet suivant l'équation 1.1.

Dans le cas d'un satellite homogène cette énergie est de  $U_h = -3GM^2/5R$ . Elle est relâchée comme énergie cinétique et comme chaleur durant les processus d'accrétion (Husmann et al., in review). L'énergie de différenciation  $U_d$  est l'énergie relâchée par la séparation métal-silicate (ou encore silicate-glace pour un satellite de glace) lors de la formation du noyau. Dans le cas d'un corps qui se différencie en plusieurs niveaux (glace-manteau-noyau par exemple), l'énergie totale rendue disponible dans le corps est  $U = U_h - U_d$ . Dans le cas de Mercure, cette énergie est de  $4,46 \times 10^{-9} \text{ W.kg}^{-1}$ . Par comparaison, l'énergie liée aux éléments radioactifs à longue période donne au début de l'évolution une énergie d'environ  $10^{-11} \text{ W.kg}^{-1}$ . L'énergie de différenciation peut ainsi être considérée comme non négligeable dans un cas comme Mercure. L'hypothèse d'un manteau chaud est donc plausible pour ce corps. Dans le cas de Japet, aucune différenciation n'est avancée contene de la faible vigueur de la convection, l'énergie reste donc stockée. Par la suite, nous commençons notre étude à la fin de la période d'accrétion. Pour Mercure la différenciation est supposée avoir eu lieu à cet instant, alors que pour Japet nous la négligeons dans nos calculs (cf sec. 4).

#### 1.1.4.3 Chauffage radioactif

La radioactivité est un phénomène physique par lequel un noyau instable se désintègre, en émettant de l'énergie, pour se transformer en un noyau plus stable de masse inférieure. Les éléments radioactifs les plus fréquents dans les roches terrestres sont les isotopes de l'uranium (le 238 et le 235), le potassium 40 ainsi que le thorium 232. Par exemple, l'uranium 238 va ainsi se désintégrer en thorium 234 avec une demi-vie de 4,468 milliards d'années et le thorium 234, qui est lui aussi radioactif, se désintègre en palladium 234 avec une demi-vie de 24 jours (National Nuclear Data Center : <http://www.nndc.bnl.gov/>). Dans les corps que nous étudions ici d'autres éléments sont à prendre en compte.

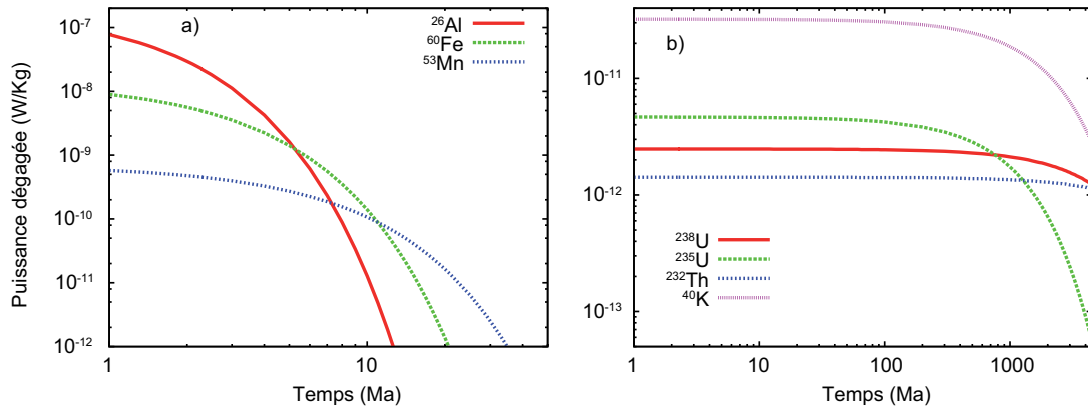


FIG. 1.5 – Production de chaleur par kilogramme de roche pour les éléments à longue période (droite) et à courte période (gauche).

Eléments	Demi-vie $\tau_0$ (en Ma)	Concentration $C$ (ppb)	$H_0$ (W/Kg)
$^{238}\text{U}$	4468	26,2	$94,65 \times 10^{-6}$
$^{235}\text{U}$	703,81	8,2	$568,7 \times 10^{-6}$
$^{232}\text{Th}$	14030	53,8	$26,38 \times 10^{-6}$
$^{40}\text{K}$	1277	1104	$29,17 \times 10^{-6}$
$^{26}\text{Al}$	0,716	600	0,341
$^{60}\text{Fe}$	1,5	200	0,071
$^{53}\text{Mn}$	3,7	25,7	0,027

TAB. 1.2 – Liste des éléments radioactifs et des valeurs associées pour Japet.  $H_0$  est par kilogramme d'éléments.

En effet des éléments à plus courte période comme l'aluminium 26, le fer 60 ou encore le manganèse 53 peuvent fournir, durant les premiers millions d'années de l'évolution d'un corps, une quantité d'énergie non négligeable (Castillo-Rogez et al., 2007). Par la suite nous désignons ces derniers éléments comme les éléments à courte période (SLRI : Short-Lived Radioactive Isotopes) alors que l'uranium, le thorium et le potassium seront appelés éléments à longue période (LLRI : Long-Lived Radioactive Isotopes).

La concentration initiale en éléments radioactifs dépend de la nature des briques primordiales qui ont formé le corps. Par exemple pour Japet, Castillo-Rogez et al. (2007) supposent une composition de la fraction silicatée correspondant à des chondrites ordinaires. La table 1.2 liste les données de radioactivité aussi bien que les concentrations de chaque isotope radioactif estimées au temps de formation des CAI. En supposant une concentration d'aluminium dans les silicates de 1,2 % en masse et un rapport  $^{26}\text{Al} / ^{27}\text{Al}$  de  $5 \times 10^{-5}$  au moment de la formation des CAI, on obtient une concentration initiale en  $^{26}\text{Al}$  de 600 ppb. D'autres types de chondrites vont avoir des concentrations en aluminium différentes. Dans le cadre d'une chondrite carbonée les teneurs vont de 0,9 % à 1,7 % en masse respectivement pour des types CI et CV, pour une chondrite à enstatite cela va de



1,06 à 1,18 % en masse (Lodders et Fegley, 1998). Pour comparaison la valeur terrestre est de 1,4 % en masse (Lodders et Fegley, 1998). L'aluminium 26 peut également avoir été présent de manière hétérogène dans le disque d'accrétion (Gounelle et Russell, 2005), néanmoins il semble logique de concevoir l'homogénéisation des éléments si tous ont été dans une phase gazeuse au début de l'évolution du disque (Chaussidon et Gounelle, 2007). La quantité exacte d'aluminium incorporée dans Japet au moment de sa formation est ainsi aujourd'hui inconnue et peut varier suivant le type de chondrite. Des missions comme Stardust peuvent apporter dans un futur proche des éléments de réponse.

La quantité de chaleur  $H$  ainsi dégagée par un élément radioactif contenu dans un kilogramme de roche va être à un temps  $t$  de :

$$H = CH_0 \exp\left(\frac{-t \ln 2}{\tau_0}\right) \quad (1.3)$$

où  $C$  est la concentration de l'élément radioactif dans cette roche,  $H_0$  est la quantité d'énergie dégagée par un kilogramme de l'élément radioactif et  $\tau_0$  la demi-vie de l'élément radioactif. Cette demi-vie est la durée au bout de laquelle le nombre d'éléments radioactifs présents est réduit de moitié. Les figures 1.5a et 1.5b donnent les décroissances de l'énergie dégagée par un kilogramme de roche pour chaque élément au cours du temps. Dans les éléments à courte période l'aluminium 26 est prédominant dans les 5-6 premiers millions d'années puis le fer 60 et enfin le magnésium 53 sont les principaux. Ainsi suivant la période d'accrétion du corps, ces éléments contribueront de manière différente à la production de chaleur totale. Les éléments radioactifs à longue période ont une production quasi-constante durant le premier milliard d'années. L'évolution primordiale est ainsi contrôlée quasi-exclusivement par les éléments à courte période. La figure 1.6 donne la contribution des SLRI et des LLRI ainsi que la production totale pour les premiers millions d'années. Les SLRI sont ainsi de trois ordres de grandeur supérieurs au LLRI après 1 million d'années et décroissent rapidement pour être inférieurs au LLRI après 17 millions d'années.

#### 1.1.4.4 La dissipation de marée

La dissipation des forces de marée peut contribuer à fournir de la chaleur dans les intérieurs des corps planétaires. Comme pour le cas de Mercure, dès lors qu'un corps orbite autour d'un autre des interactions gravitationnelles se créent et des forces de marées naissent. L'énergie de rotation va ainsi être transférée sous forme de chaleur dans l'intérieur des corps grâce à la dissipation de ces forces. L'énergie relâchée peut être de plusieurs ordre de grandeurs supérieurs à celle des éléments radioactifs à courte période (cf Fig. 2.12). La température interne des corps peut donc être fortement augmentée de cette manière. Le calcul précis de la dissipation et de l'énergie disponible est donné plus en détails dans la section 2.2.

#### 1.1.5 État des corps à la fin de l'accrétion

Les planètes telluriques, à la fin de leur période d'accrétion, peuvent être considérées comme différenciées. Dans une précédente étude, sur la base du chronomètre hafnium - tungstène, la différenciation fer/silicate est datée à 30 millions d'années (Yin et al., 2002).

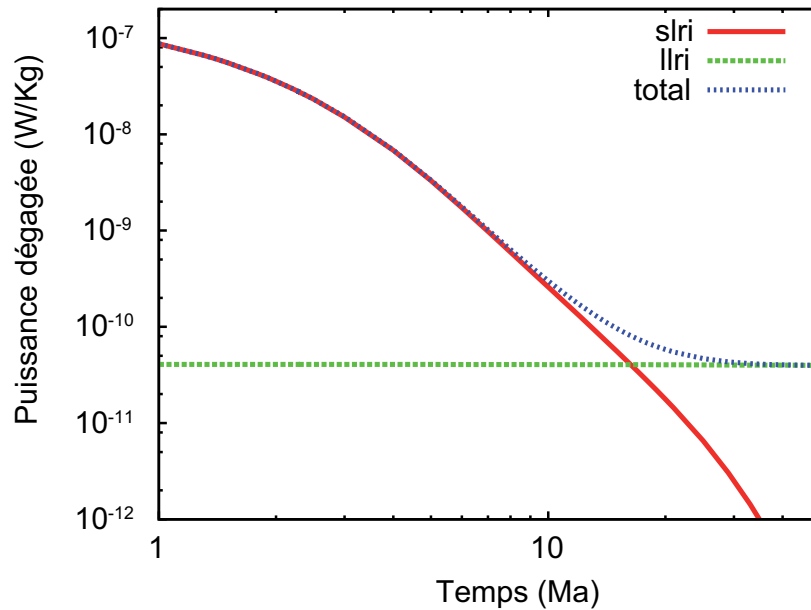


FIG. 1.6 – Production de chaleur par kilogramme de roche pour les éléments à longue période (en vert), à courte période (en rouge) et au total (en bleu). Les LLRI deviennent prédominants à partir de 17 millions d’années.

Avec des simulations numériques, [Ricard et al. \(2009\)](#) ont montré que cette ségrégation métal-silicate pouvait être encore plus rapide et se dérouler en quelques centaines de milliers d’années durant la phase de croissance des embryons planétaires. Les corps rocheux les plus gros peuvent ainsi être considérés comme comportant un noyau ferreux surmonté d’un manteau de silicate à la fin de leur accréation. Lors de notre étude de Mercure, nous supposons ainsi une structure interne comportant un noyau surmonté d’un manteau. Les satellites de glace, ne sont eux pas tous différenciés à la fin de leur accréation. Dans le cas de Callisto, [Nagel et al. \(2004\)](#) proposent un modèle où la différenciation glace-silicate est achevée en environ 1 milliard d’années. Notre cas de Japet propose ainsi un modèle non-différencié.

Cette différenciation s’est accompagnée d’un relâchement de l’énergie gravitationnelle accumulée lors de la formation. La température de l’intérieur du corps a pu donc s’élever très fortement dans le cas des corps différenciés. De plus, le bombardement météoritique responsable de l’accréation dans les premiers stades de la formation des corps, puis les impacts géants dans la phase finale permettent d’obtenir des températures assez élevées en surface pour au moins fondre, voire même vaporiser, les silicates ([Tonks et Melosh, 1993](#)). Pour les corps plus froids, comme les satellites de glaces, l’estimation du profil de température à la fin de la période d’accréation est fonction de la proportion d’énergie gardée par le corps après un impact météoritique ([Schubert et al., 1981](#)). Suivant ce profil, les températures les plus élevées sont en surface et décroissent vers l’intérieur du corps (cf Fig. 1.4). Les températures atteintes ne permettent néanmoins pas de fondre la glace d’eau.

Durant la formation et l’évolution initiale des corps d’autres sources de chaleurs sont disponibles. La dissipation des forces de marée à l’intérieur de corps ayant des interactions

gravitationnelles notables, peut fournir une source de chaleur non négligeable. Dans le cas de Mercure, cette source de chaleur est prépondérante par rapport à une source comme les éléments radioactifs (Fig. 2.12). Par contre, dans le cas de Japet, les isotopes à courtes périodes sont les principales sources de chaleur. Ces isotopes radioactifs sont par la suite la source de chaleur majeure aussi bien pour un corps tellurique comme Mercure que pour satellite de glace comme Japet.

L'état thermique des corps à la fin de leur période d'accrétion dépend donc de tous ces différents paramètres. Nous utilisons par la suite cet état comme condition initiale pour nos études de Mercure ou de Japet.

Les vitesses de rotation des corps étaient plus élevées il y a 4,5 milliards d'années qu'à l'heure actuelle. Les mesures de période de rotation actuelle de certains astéroïdes donnent des valeurs comprises entre 4 et 17 heures (Riccioli et al., 2001). Ceux-ci n'ayant subi aucun ralentissement de leur période de rotation dû à un corps parent, ces valeurs doivent être du même ordre de grandeur qu'à la formation du Système Solaire. Castillo-Rogez et al. (2007) supposent pour Japet une période de rotation de quelques heures équivalente à celle des astéroïdes. Pour des corps plus gros tels que Mercure on peut supposer des périodes de l'ordre de quelques dizaines d'heures (20 heures suivant Melosh et Dzurisin (1978)). Le système Terre-Lune permet également, grâce à la conservation du moment angulaire, de définir une vitesse de rotation inférieure à 10 heures pour la Terre à la fin de son accrétion (Mignard, 1981). La dissipation à l'intérieur des corps est en partie fonction de cette vitesse de rotation (avec la température, la taille de grain, ... cf sec. 2.2). Une vitesse et une température interne élevée favoriseront donc une plus forte dissipation et donc un plus grand apport de chaleur dans le corps. Pour Mercure, une période de rotation de 20 heures est supposée, alors que pour Japet on déduit de notre étude une période de rotation de seulement 9,5 heures (cf sec. 4).

Les corps à la fin de leur période d'accrétion présentent donc un aspect différent de celui vu aujourd'hui. L'évolution qui s'en suit va également profondément changer l'aspect du Système Solaire. Tsiganis et al. (2005) montrent ainsi que les orbites des planètes géantes ont pu fluctuer faisant migrer Neptune au-delà de l'orbite d'Uranus. Cette migration s'est accompagnée de la déstabilisation d'un disque de planétésimaux créant ainsi un épisode intense de bombardements météoritiques sur les planètes internes (Mercure à Mars) environ 700 millions d'années après la formation du Système Solaire (Gomes et al., 2005). Cet épisode est connu comme le "Late Heavy Bombardment" (LHB). Depuis lors, aucun évènement aussi cataclysmique ne semble avoir perturbé le Système Solaire.

### 1.1.6 Le Système Solaire à l'heure actuelle

Depuis maintenant moins de 100 ans, avec la découverte de Pluton en 1930, l'ensemble des principaux corps du Système Solaire a été découvert (Fig. 1.7) (si l'on excepte les découvertes de ces dernières années dans la ceinture de Kuiper). Nous pouvons décomposer celui-ci en deux zones. Sur les orbites les plus proches du Soleil, quatre planètes orbites : Mercure, Vénus, la Terre et Mars, celles-ci constituent les planètes telluriques. Puis vient une ceinture d'astéroïdes, avant de trouver dans une deuxième zone beaucoup plus étendue les quatre géantes gazeuses : Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Enfin, sur les bords externes du Système, dans la ceinture de Kuiper, on trouve la plupart des planètes naines telles que Pluton ou encore Eris. Au-delà, se situe le nuage de Oort qui est

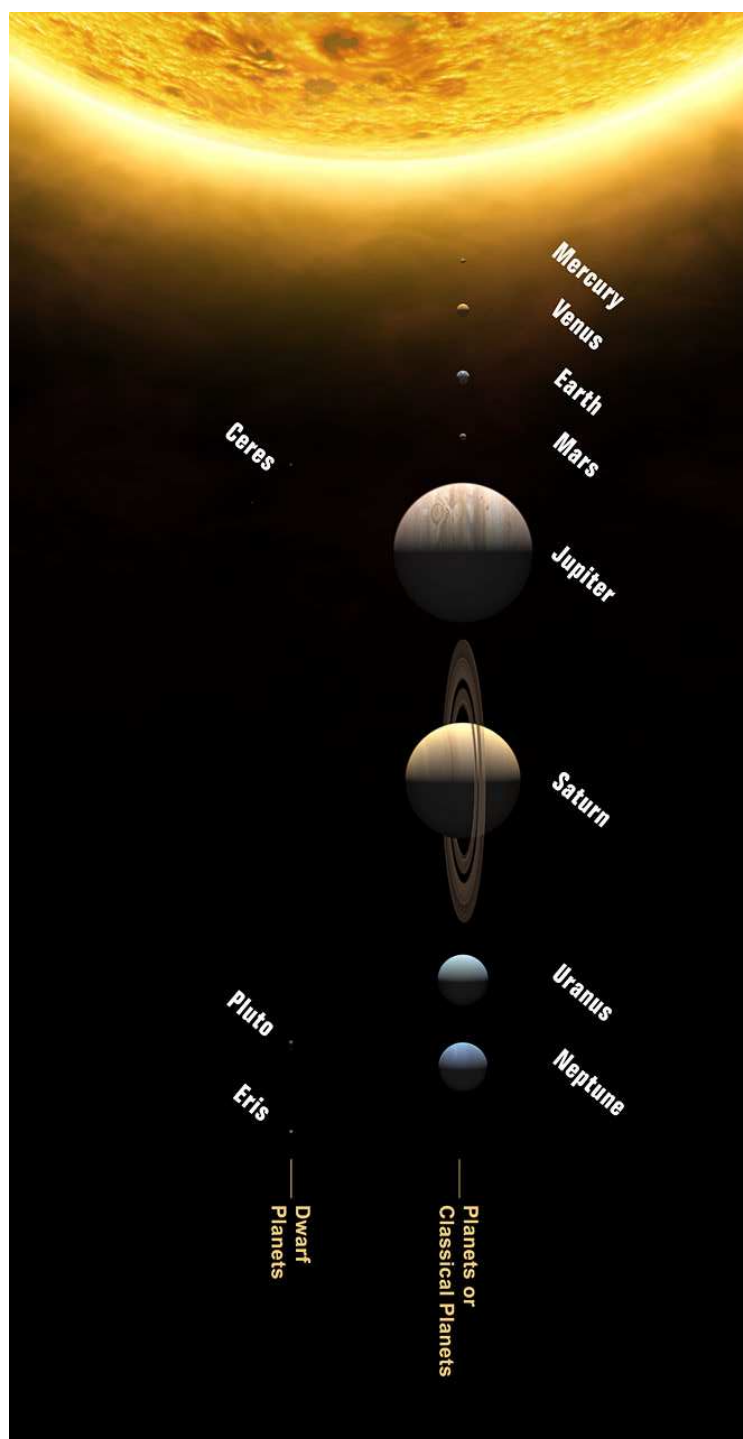


FIG. 1.7 – Vue du Système Solaire avec ses principaux corps. L'échelle de grosseur a été respectée mais pas celle de distance. Credit : The International Astronomical Union/Martin Kornmesser.

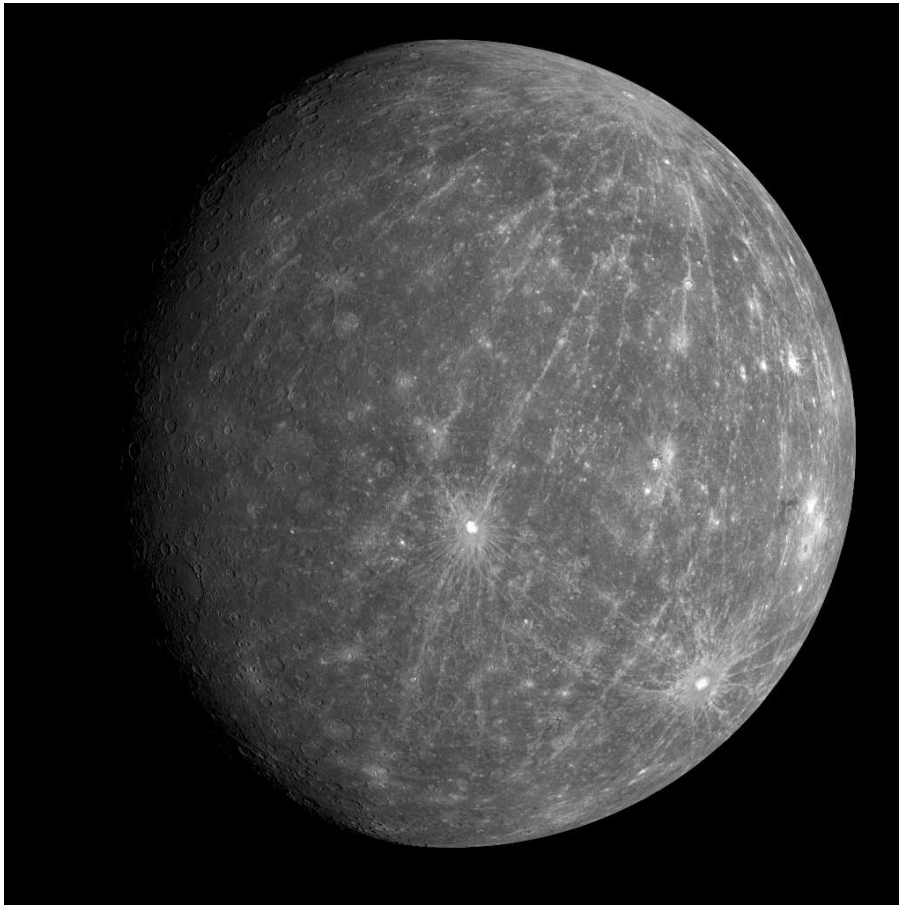


FIG. 1.8 – Photographie de Mercure prise par la sonde Messenger lors de son deuxième survol en octobre 2008. Credit : NASA/Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory/Carnegie Institution of Washington.

un réservoir de comètes potentielles. Nous étudions, par la suite, l'évolution primordiale de quelques uns de ces corps : Mercure et Mars, des planètes telluriques et Japet, un satellite de glace. Ces corps, forts différents aujourd'hui, montrent des évolutions contrastées depuis la fin de leur accréation. Dans le cas de Mercure et Japet des interactions gravitationnelles fortes les ont conduits à une orbite respectivement en résonance 3:2 et synchrone. De plus, ils montrent des caractéristiques liées à ce changement de vitesse de rotation (forme de Japet, escarpements lobés de Mercure). Dans le cas de Mars, il n'existe aucune interaction gravitationnelle notable, néanmoins sa surface exhibe une dichotomie nord-sud dont l'origine pourrait être une forme particulière de convection liée à un mouvement de l'axe de rotation. Nous regardons, ici, plus en détails chacun de ces corps ainsi que leurs caractéristiques principales.

#### 1.1.6.1 Mercure

Elle est la planète la plus proche du Soleil (Fig. 1.7), orbitant à moins de 60 millions de kilomètres de lui. On peut la repérer à quelques degrés du Soleil (au maximum presque une trentaine) comme un point brillant de magnitude -0,4 au mieux, le matin peu avant



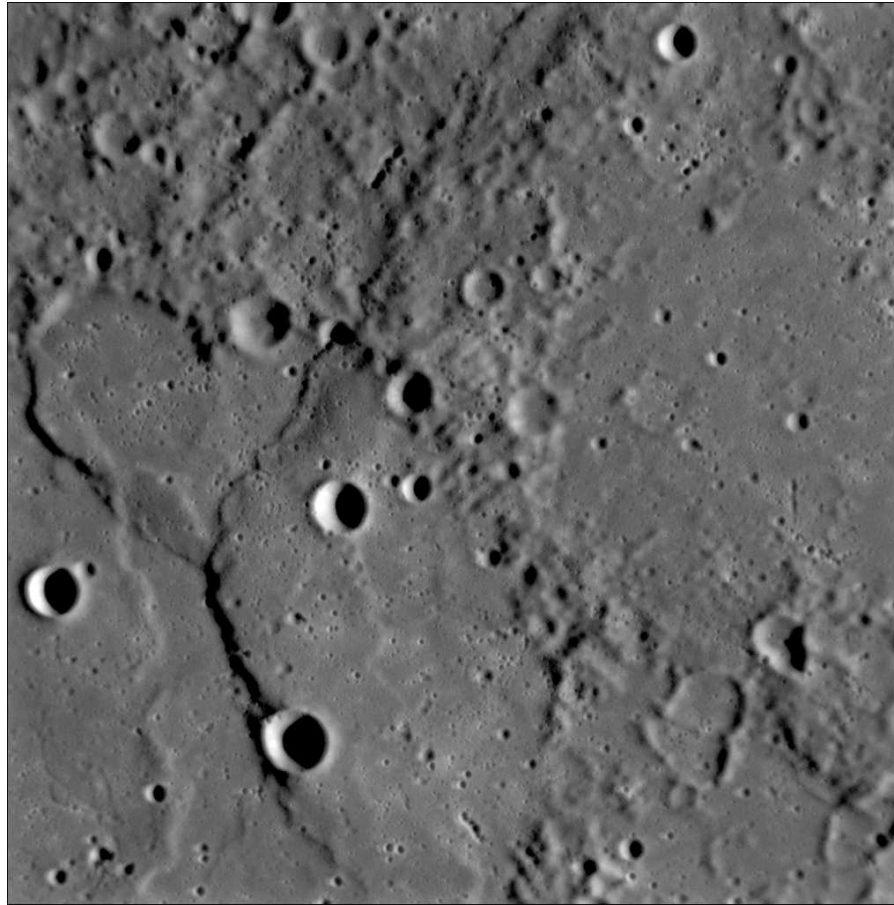


FIG. 1.9 – Photographie d’un escarpement lobé prise par la sonde Messenger lors de son premier survol en janvier 2008. Credit : NASA/Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory/Carnegie Institution of Washington.

le lever du Soleil ou le soir peu après le coucher du Soleil. Elle est la plus petite des planètes de notre Système Solaire avec un rayon de 2440 km, certains satellites de géantes gazeuses comme Ganymède ou Titan possèdent même un diamètre plus grand. Elle se distingue néanmoins par sa très forte densité par rapport à ces satellites (5,43). Elle ne possède pas d’atmosphère mais seulement quelques traces de molécules de gaz près de sa surface. Sa période de rotation est de 58,6 jours et sa période de révolution autour du Soleil de 88 jours, elle est ainsi en résonance 3:2 (elle fait deux tours autour du Soleil pendant qu’elle fait 3 tours sur elle-même). Son orbite possède également l’inclinaison la plus forte de toutes les planètes du Système Solaire avec une valeur de près de 0,2. Cette valeur provient d’une évolution orbitale chaotique et de la capture à travers la résonance 3:2 ([Correia et Laskar, 2009](#)). La proximité du Soleil et l’absence d’atmosphère procurent de très forts contrastes de température à sa surface, la face éclairée peut atteindre 700 K alors que celle non-éclairée peut descendre jusqu’à 90 K.

Deux sondes ont survolé Mercure, la première fut Mariner 10 en 1974 puis vint Messenger en 2008. Ces sondes ont détecté un champ magnétique intrinsèque à Mercure d’une valeur d’environ 300 nT à sa surface ([Schubert et al., 1988](#)). Les photographies de Mer-

cure montrent un corps hautement cratérisé signe d'une surface datant des premiers âges du Système Solaire (Fig. 1.8). On peut néanmoins distinguer quelques structures particulières à sa surface comme le bassin d'impact Caloris, d'environ 1300 km de diamètre (Lodders et Fegley, 1998) ou encore des escarpements lobés (Strom et al., 1975). Ceux-ci sont présents sur toute la surface de Mercure et possèdent une orientation préférentielle nord-sud (Fig. 1.9) (Watters et al., 1998). Ils pourraient être la trace d'une contraction passée liée à son refroidissement (Watters et al., 2004). Leurs orientations pourraient provenir de la période de ralentissement de la vitesse de rotation (Matsuyama et Nimmo, 2009). Certains de ces escarpements possèdent des différences de relief pouvant atteindre plusieurs kilomètres. Néanmoins aucune étude prenant en compte à la fois l'évolution thermique, orbitale et des contraintes de surface n'a encore été effectuée.

Après un premier survol le 14 janvier 2008 (Solomon et al., 2008), un deuxième le 6 octobre de la même année et un dernier le 29 septembre 2009, la sonde Messenger effectuera une mise en orbite autour de Mercure en 2011. Puis, en 2014, l'ESA (European Space Agency) enverra une autre sonde en orbite autour de Mercure : BepiColombo. Elle mettra 6 ans pour effectuer le voyage pour une mise en orbite prévue en 2020.

### 1.1.6.2 Mars

Mars (Fig. 1.10) est connue depuis l'antiquité, cette planète, d'aspect rougeâtre dans le ciel, est observable une grande partie de l'année. Durant les périodes d'observations les plus favorables, elle apparaît comme un point de magnitude -2,9 surpassant en éclat Jupiter. Elle est d'une taille deux fois moindre que la Terre (diamètre d'environ 3394 km) et orbite à environ 228 millions de kilomètres du Soleil. Elle possède une atmosphère ténue composée en majorité de dioxyde de carbone (à plus de 95 %). Sa période de rotation est quasi-équivalente à celle de la Terre avec 24 h 37 min, tandis que sa période de révolution autour du Soleil représente environ 2 années terrestres (1,88 pour être précis). Elle possède également une orbite très peu excentrique (0,09) comparable à celle de la Terre (0,02) et son obliquité d'environ 25° lui procure également des saisons comparables à la Terre. Les températures à la surface de Mars sont comprises entre 148 et 290 K, les températures maximales étant atteintes à l'équateur en été, tandis que celles minimales sont atteintes aux pôles.

Mars est la planète la plus visitée de notre voisinage, plus d'une trentaine de sondes ont tenté de l'atteindre depuis les années 1960 mais seulement la moitié a réussi. Sa surface a été intégralement photographiée et a révélé de fortes disparités. On voit ainsi un hémisphère sud fortement cratérisé et possédant une élévation moyenne de 2000 à 3000 mètres alors que l'hémisphère nord est lui composé de plaines enregistrant peu de cratères et ayant une altitude moyenne de -3000 mètres. Cette dichotomie martienne (Fig. 1.11) est source de nombreuses interrogations et un certain nombre d'explications a été donné (panache mantellique (Zhong et Zuber, 2001; Roberts et Zhong, 2006; Ke et Solomatov, 2006), impact géant (Nimmo et al., 2008) ...). Un mouvement de l'axe de rotation de la planète ("True Polar Wander"), lié à la différence de masse en surface après l'évènement ayant causé cette dichotomie, est également avancé pour expliquer cette orientation hémisphérique (Roberts et Zhong, 2007; Rouby et al., 2008). On trouve également des anciens volcans comme sur le plateau de Tharsis où le mont Olympe culmine à près de 27 km d'altitude. L'hypothèse de la présence d'eau liquide à la surface dans des temps passés

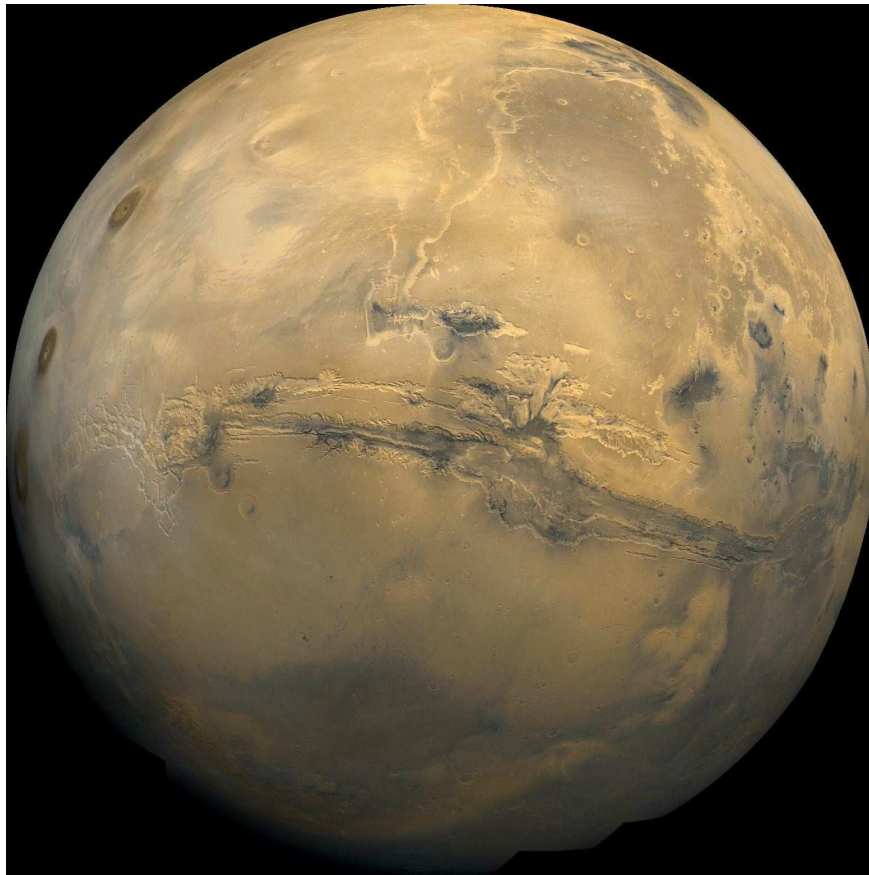


FIG. 1.10 – Photographie de Mars centrée sur Valles Marineris, le plateau de Tharsis apparaît sur la gauche. Source : NASA/JPL.

est très souvent avancée pour expliquer les différents chenaux, embouchures et rivières décelés.

Actuellement plusieurs sondes orbitent autour de Mars. On y compte la sonde MRO (Mars Reconnaissance Orbiter) de la NASA ou encore Mars Express de l'ESA. À sa surface, deux rovers sont en activité Spirit et Opportunity. Dans les années à venir, d'autres sondes seront lancées comme le rover Mars Science Laboratory, et un retour d'échantillons est programmé vers l'horizon 2020.

### 1.1.6.3 Japet

Japet<sup>1</sup> (Fig. 1.12) est un satellite de la géante gazeuse Saturne. Son observation nécessite l'emploi de télescope ou de lunette astronomique du fait de sa proximité avec Saturne (mais qui est quant à elle parfaitement observable à l'œil nu). Il orbite à environ 3,5 millions de kilomètres de Saturne sur une orbite synchrone. Sa période de rotation égale donc sa période de révolution qui dure environ 79,3 jours. Cela implique qu'une de ses faces est toujours visible de Saturne et l'autre non, à la manière de la Lune avec la Terre. Ce satellite fait partie des plus gros satellites de Saturne avec un rayon de 735,6

---

<sup>1</sup>Iapetus en anglais



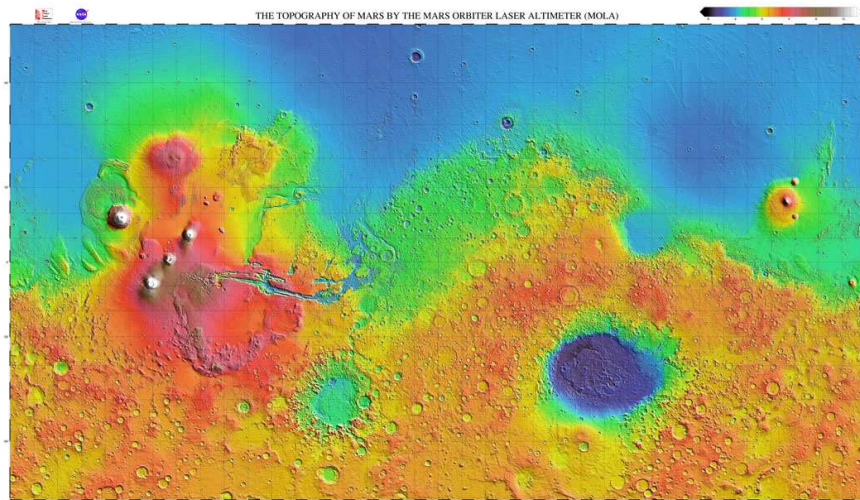


FIG. 1.11 – Carte topographique de Mars d’après les résultats de l’altimètre laser MOLA embarqué sur la sonde Mars Global Surveyor. Source : MOLA Science Team.

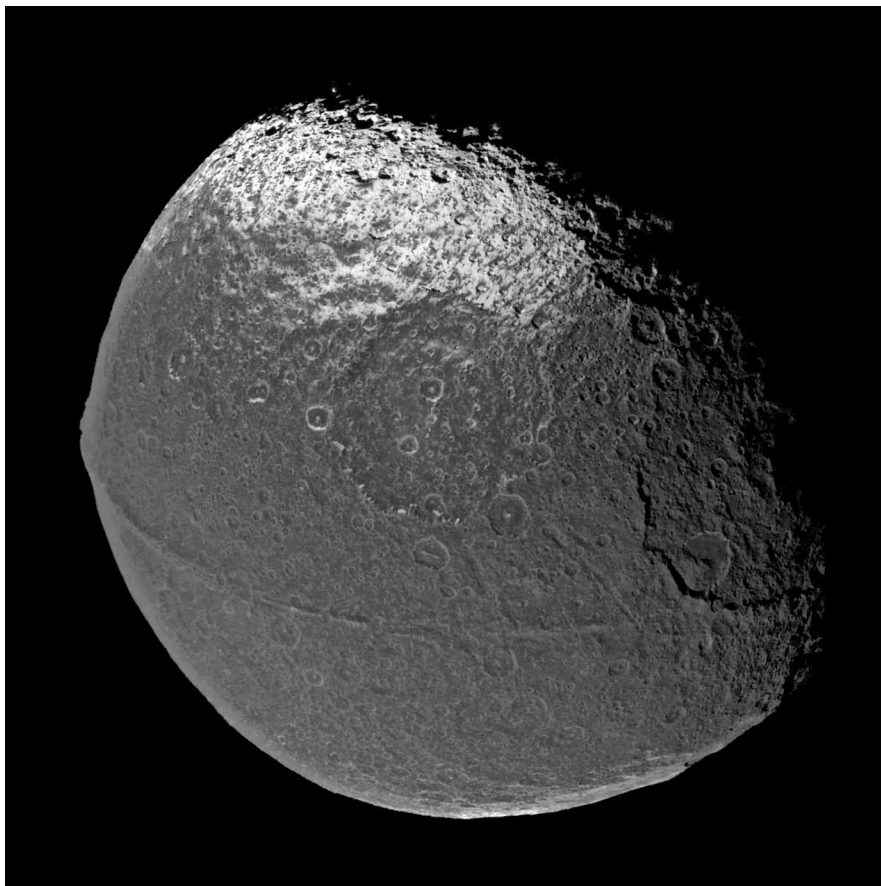


FIG. 1.12 – Photographie de la face visible (depuis Saturne) de Japet par la sonde Cassini. Source : NASA/JPL/Space Science Institute.

km. Néanmoins ceci est un rayon moyen car il existe une différence entre le rayon équatorial et le rayon polaire d'environ 35 km. Cette différence aurait été acquise assez tôt dans son évolution et serait due à la conjonction entre une vitesse de rotation rapide et une faible viscosité interne ([Castillo-Rogez et al., 2007](#)). L'implication d'éléments radioactifs à courtes périodes pourrait avoir permis d'obtenir de telle viscosité. La compréhension de l'acquisition de cette forme peut ainsi donner des informations sur le temps de formation de ce satellite. Il reste encore à déterminer le temps nécessaire au ralentissement de la période de rotation, ainsi que l'évolution thermique d'un tel corps. Il possède une faible densité (1,083) ce qui indique une forte proportion de glace, de plus de 93 %, dans sa composition. Japet n'a aucune atmosphère et les températures enregistrées à sa surface sont de l'ordre de la centaine de kelvins.

Deux sondes ont pu prendre des images de Japet : Voyager 2 en 1981 lors de son passage dans le système saturnien et enfin Cassini depuis sa mise en orbite autour de Saturne en 2004. Japet exhibe deux particularités très voyantes sur les images prises. Tout d'abord un fort contraste de couleur entre l'hémisphère faisant face au mouvement orbital ("leading") et l'hémisphère opposé ("trailing"). L'un montre une couleur blanche alors que l'autre est plutôt noire. La deuxième caractéristique visible est le fort relief qui parcourt le satellite tout le long de son équateur. Cette ride équatoriale surplombe les terrains environnants d'environ 13 km ([Giese et al., 2008](#)).

Actuellement deux survols de Japet ont été effectués par la sonde Cassini et à l'heure actuelle aucun autre survol n'a été programmé. En l'état actuel, il faudra donc attendre encore quelques dizaines d'années avant de pouvoir obtenir des informations supplémentaires sur ce satellite.

## 1.2 Structure interne des corps et rhéologies des matériaux

Au travers de Mercure, ou encore Japet, je viens de décrire différents corps du Système Solaire. L'étude de l'évolution primordiale de ces corps nous permet d'obtenir leur structure interne possible actuellement. Des informations sur cette structure actuelle sont essentielles afin de mieux contraindre nos modèles évolutions. Dans le cas de Mercure, nos modèles doivent ainsi donner un noyau externe liquide après environ 4,5 milliards d'années d'évolution. Je présente maintenant la structure interne de corps telluriques et de satellites de glace. Par la suite, je décrirai le comportement des matériaux qui les composent.

### 1.2.1 Structure interne

Une fois leur formation et leur différenciation terminée, les corps planétaires adoptent une structure composée de différentes couches successives (Fig. 1.13). La détermination et l'agencement de ces différentes couches sont des informations importantes de ces corps. Plusieurs méthodes permettent de déterminer la structure interne d'un corps. La méthode la plus simple est celle déterminant les paramètres physiques comme la masse et le rayon d'un corps. Ceux-ci sont déterminés directement depuis la Terre grâce à des observations du mouvements de ces corps sur leur orbite. Cela permet, à l'aide d'hypothèse sur les matériaux composant le corps, de déterminer, comme dans le cas de Mercure, la taille approximative d'un noyau métallique ou encore pour un satellite de glace le pourcentage d'eau dans ce corps. Des observations peuvent également être faite concernant leur rotation. L'inclinaison de l'axe de rotation, la mesure d'un taux de précession, le moment d'inertie ou encore de libration donnent des informations sur la structure interne. De cette manière, [Margot et al. \(2007\)](#) en déduisent la présence d'un noyau externe liquide sur Mercure grâce à des mesures radars de libration ou bien à partir de sondes lors de survols proches. Les sondes envoyées en orbite autour des corps donnent accès à d'autres informations. La mesure du champ de gravité de ces corps permet de déterminer plus précisément la masse du corps ainsi que le coefficient  $J_2$  (cf sec. 2.3.1). Les sondes donnent également des informations sur la présence ou non d'un champ magnétique. On peut ainsi faire l'hypothèse de la présence d'une dynamo à l'intérieur d'un noyau liquide. Enfin, les photographies de la surface, ainsi que les mesures spectroscopiques permettent d'avoir des informations sur les matériaux composant le corps ainsi que les différents processus ayant eu lieu à sa surface. Ceux-ci peuvent refléter des informations sur la structure. La forme de Japet pourrait avoir été acquise suite une vitesse de rotation élevée au début de son évolution. On peut également lors d'un atterrissage poser des stations sismiques. On obtient, à partir des ondes sismiques des informations directes des enveloppes constituant la structure interne. Cette méthode n'a pour l'instant été appliquée que pour la Terre et la Lune.

Toutes ces différentes informations peuvent ainsi, dans le cas d'un corps tellurique tel que Mercure ou encore la Terre, donnée une structure composée d'un noyau métallique possédant en majorité du fer avec quelques traces d'autres éléments lourds comme le nickel et d'éléments légers tels que le soufre. Au-dessus de celui-ci apparaît ensuite un manteau de silicate dont les principaux composants sont le silicium et le magnésium ([Schubert et al.](#),

2001). Pour un satellite de glace comme Japet, nous devons rajouter la glace dans la composition. La question de la différenciation peut se poser pour ces satellites, s'ils ne sont pas différenciés leur structure est beaucoup plus simple et composée d'une seule couche homogène avec différentes fractions volumiques de silicate-métal et de glace. Dans le cas des plus gros satellites comme Ganymède ou Titan, nous pouvons avoir un noyau métallique surmonté par une couche de silicate. La glace forme une couche soit solide soit liquide qui surmonte cette couche de silicate. En surface la croûte est formée par une couche de glace.

### 1.2.1.1 Corps telluriques

**La croûte.** Dans le détail, et en prenant pour exemple de corps tellurique la Terre, dont la structure est la mieux connue, nous pouvons séparer la partie supérieure en différentes zones. En partant de la surface, la première couche qui apparaît et qui est en contact avec l'atmosphère (ou le vide spatial s'il n'y a pas d'atmosphère) est la croûte (Fig. 1.13a et 1.13b). Elle est le dernier produit de la différenciation du manteau (Schubert et al., 2001). Sur Terre, on peut faire la différence entre la croûte océanique, d'un âge moyen de 80 millions d'années et la croûte continentale, d'un âge moyen de 2 milliards d'années. La présence de ces deux types de croûte sur Terre provient d'une tectonique des plaques actives qui permet un renouvellement de la croûte terrestre. Sur Mercure ou sur les autres corps telluriques, aucune preuve d'une tectonique des plaques n'a été découverte. La croûte est donc majoritairement contemporaine des débuts du Système Solaire. Les seules possibilités de renouvellement de la croûte proviennent des impacts météoriques et du volcanisme. Des altérations de la croûte dues aux vents solaires et aux flux de particules cosmiques peuvent également avoir lieu pour les corps sans atmosphère comme Mercure. Pour ce corps, des mesures spectroscopiques de la croûte laissent apparaître une faible teneur en oxyde de fer dans les éjectas de cratère (McClintock et al., 2008). De plus l'origine de certaines plaines pourrait être attribuée à un volcanisme passé (Head et al., 2008). Des modèles d'évolution thermique prenant en compte la production de liquide magmatique peuvent ainsi être contraint par ces observations.

**Le manteau.** Dans le cas de la Terre, on trouve à la base de la croûte une zone de discontinuité sismique où les vitesses des ondes augmentent brusquement. Cette frontière se nomme la discontinuité de Mohorovicic ou encore Moho, elle sépare la croûte du manteau. Du fait même de sa définition, il est difficile sans mesure sismique de contraindre sa présence sur les autres corps telluriques. On peut néanmoins faire l'hypothèse d'une frontière entre la croûte d'un corps comme Mercure et son manteau. Cette frontière peut être par exemple basée sur un changement de rhéologie. La composition des manteaux est principalement basée sur celle des chondrites. On retrouve ainsi en majorité du silicium (olivine) et du magnésium.

Le manteau est la zone principale du corps, pour la Terre il comporte plus de 50% de sa masse totale. On peut le séparer en deux : le manteau supérieur et inférieur. Ces deux zones sont séparées par une discontinuité de vitesse des ondes sismiques. Le manteau est également le siège de la convection, sur Terre la question se pose d'une convection sur tout le manteau ou bien sur deux zones de convection distincte : dans le manteau inférieur et dans le manteau supérieur. Pour les autres corps telluriques, il n'existe pas de contrainte

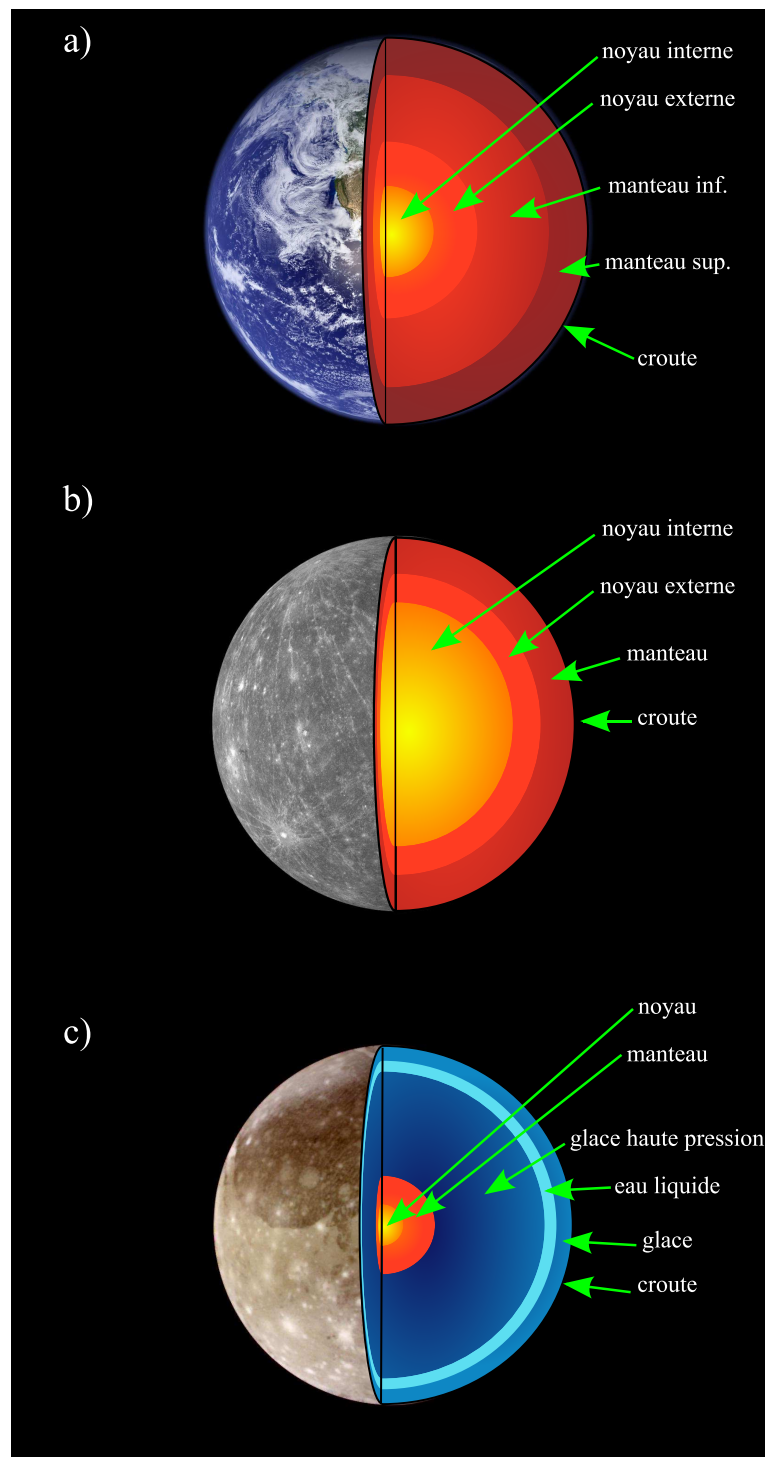


FIG. 1.13 – Exemples de différentes structures internes : a) la Terre, b) Mercure et c) un satellite de glace possédant un niveau d'eau liquide.



sur un éventuel partage du manteau en zone distincte. Des contraintes peuvent néanmoins être apportées sur la taille du manteau grâce aux mesures de moment d'inertie, du  $k_2$  et de topographie. Pour Mars, les mesures ont donné un moment normalisé de  $0,365 \pm 0,0012$ , les mesures du  $k_2$  liées au marée solaire de 0,153 et l'épaisseur de croute due aux mesures topographiques de l'altimètre MOLA de 30 et 60 km respectivement pour les hémisphères nord et sud (Yoder, C. F. and Konopliv, A. S. and Yuan, D. N. and Standish, E. M. and Folkner, W. M., 2003; Neumann et al., 2004). Ceci permet d'avancer une structure composée d'une croute, d'un manteau d'environ 1500 à 1850 km et d'un noyau compris entre 1520 et 1840 km.

**Le noyau.** Le noyau métallique des corps telluriques se construit probablement sous une forme liquide résultant de la plus faible température de fusion et de la plus grande densité du fer métallique par rapport à la composante silicatée qui compose aussi ces planète. Une partie solide (ou graine) résultant de la cristallisation de ce liquide est souvent présente après plusieurs milliards d'années de refroidissement. Il demeure qu'une partie liquide existe probablement toujours aujourd'hui au sein ces corps. En effet, le noyau, composé principalement de fer et d'autres éléments lourds comme le nickel, comporte aussi des éléments légers tel que le soufre (Chen et al., 2008), qui abaissent le point de fusion de l'alliage métallique et en favorisent l'existence. Les noyaux de la Terre ou Mercure possèdent probablement une telle structure. On peut détecter la présence de la partie liquide d'un noyau par son action sur la rotation de la planète (exemple de Mercure (Margot et al., 2007)) ou sur les marées (exemple de Mars (Yoder, C. F. and Konopliv, A. S. and Yuan, D. N. and Standish, E. M. and Folkner, W. M., 2003)). Dans le noyau externe liquide, bon conducteur du champ électrique, l'écoulement peut donner naissance à un champ magnétique, c'est l'effet dynamo.

### 1.2.1.2 Satellites de glace

**La croute.** Pour un satellite de glace, la croute est majoritairement composée de glace d'eau. Suivant l'éloignement du satellite au Soleil, et donc de sa température de surface, on peut avoir d'autres composants comme de la glace de dioxyde de carbone (Cruikshank et al., 2005). La croute d'un tel satellite peut dater de sa formation si aucune activité géologique n'a renouvelé sa surface, seules les altérations liées à la non présence d'atmosphère ont pu faire évoluer sa surface. Mais, depuis les sondes Voyager, Galileo ou encore Cassini, les connaissances de ces lunes ont évolué. Ainsi, des traces d'évolutions, liées sans doute à un océan sous-jacent à une croute de glace ou à une convection dans la croute de glace, ont été observées sur Europe (Greenberg et al., 1999; Tobie et al., 2003). Des geysers d'eau ont été photographiés sur Encelade et Triton et des lacs ont été vus sur Titan. La croute des satellites de glaces peut donc évoluer dans le temps et nous apparaît fortement couplée à ses couches sous-jacentes.

**Le manteau glacé.** Sur les satellites de glaces différenciés, différentes possibilités peuvent prendre place. Dans le cas de la présence d'une couche d'eau liquide sous la croute de glace (Hussmann et al., 2006), nous pouvons avoir, avant le noyau métallique, une deuxième couche de glace à hautes pressions et une couche de silicate (Schubert et al., 1981) (Fig. 1.13c). Cette couche de glace à hautes pressions provient d'un réarrangement

de la structure cristalline de la glace avec la pression. La couche d'eau liquide peut être facilitée par la présence d'ammoniaque qui abaisse alors le point de fusion de la glace (Grasset et Pargamin, 2005). On peut également évoquer les forces de marée, elles fourniraient un apport d'énergie suffisant pour élever la température au-dessus de ce point de fusion (Tobie et al., 2005a). S'il n'y a pas de couche liquide, alors la présence d'une deuxième enveloppe de glace, mais à haute pression, puis d'une couche de silicate est alors évoquée. La possibilité de convection est présente dans les couches de glaces ainsi que dans les couches de silicates (Barr et McKinnon, 2007).

**Le noyau rocheux.** Le champ de gravité mesuré par les sondes spatiales (Galileo pour le système de Jupiter et Cassini pour le système de Saturne) suggère que la plupart des gros satellites des planètes géantes (Europe, Ganymède, Titan) possèdent un noyau rocheux, constitué d'un mélange de silicate et de fer (Sohl et al., 2002). Dans le cas de Ganymède, Europe et Io, la partie interne rocheuse est probablement différenciée en un noyau de fer liquide entouré d'un manteau silicaté, de manière analogue aux planètes telluriques. Sur Ganymède, le noyau de fer liquide serait à l'origine du champ magnétique intrinsèque qui fût détecté par Galileo (Kivelson et al., 1996). Callisto et Titan ne seraient quant à eux que partiellement différenciés, avec une séparation des glaces et des silicates, entraînant une concentration plus ou moins importante de roches silicatées vers leur centre, mais pas de séparation du fer et des minéraux silicatés. Sur les plus petits satellites, tels que Rhéa ou Japet, une séparation des roches et des glaces ne s'est probablement pas produite, et leur intérieur est potentiellement constitué d'une mixture de glace et de roche. Dans le cas d'Encelade, malgré sa très petite taille, l'activité thermique observée à son pôle sud suggère que son intérieur est différencié en un noyau rocheux entouré d'un épais manteau de glace et d'eau liquide (Schubert et al., 2007; Spencer et al., 2009).

## 1.2.2 Rhéologies des matériaux

La rhéologie nous renseigne sur le comportement d'un matériau qui se déforme sous l'action d'une contrainte, ainsi que les relations entre déformations et contraintes. La présentation qui suit est basée sur celles de Schubert et al. (2001) et Karato (2008).

### 1.2.2.1 Rhéologie générale

Un matériau soumis à une contrainte pendant une très courte période de temps (où à basse température) se déforme de manière élastique. Cela signifie que la déformation est immédiate et que le matériau reprend sa forme originelle une fois la contrainte dissipée. Si la contrainte est une fonction linéaire de la déformation le matériau suit la loi de Hooke :

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \sum_k \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (1.4)$$

$$\text{avec } \lambda = K - \frac{2}{3}\mu \quad (1.5)$$

où  $\sigma$  est le tenseur des contraintes,  $\lambda$  est la constante de Lamé,  $K$  le module élastique d'incompressibilité (qui mesure la résistance d'un matériau à une pression uniforme),  $\mu$

le module élastique de rigidité,  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker<sup>2</sup> et  $\epsilon_{ij}$  est le tenseur des déformations. On peut également écrire le tenseur des contraintes en fonction de la pression hydrostatique  $p$  et de sa partie déviatorique  $\tau$  comme :  $\sigma = \tau + pI$

Si le matériau est soumis à une contrainte sur une période de temps beaucoup plus longue, il subit une déformation dite plastique. Dans ce cas, bien qu'il y ait une résistance à la contrainte, la déformation subie est définitive. Dans le cas d'un matériau isotrope et newtonien (la contrainte déviatorique  $\tau_{ij}$  est proportionnelle au taux de déformation déviatorique  $\dot{\epsilon}'_{ij}$ ) on a :

$$\tau_{ij} = 2\eta\dot{\epsilon}'_{ij} \quad (1.6)$$

où le coefficient de proportionnalité est la viscosité  $\eta$ . Dans le cas d'une rhéologie non-newtonienne et pour un matériau isotrope la contrainte déviatorique et le taux de déformation déviatorique peuvent être reliés par une quantité scalaire  $B$  qui est fonction de la contrainte déviatorique :

$$\dot{\epsilon}'_{ij} = B(\tau_{ij}) \cdot \tau_{ij} \quad (1.7)$$

Comme  $B$  est un scalaire il ne doit utiliser que les invariants du déviateur des contraintes. Seul le deuxième invariant est à prendre en compte, il s'écrit en fonction des contraintes principales :  $II_\sigma = -\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1$ . On peut également l'écrire en fonction de la contrainte effective de cisaillement  $\tau_e = (3II_\sigma)^{1/2}$ . Cette contrainte effective de cisaillement ainsi que le taux effectif de déformation  $\dot{\epsilon}'_e$  sont ainsi définis comme les seconds invariants des tenseurs des contraintes et des taux de déformations déviatoriques. De cette manière  $B$  s'écrit :

$$B = \bar{B} \cdot \tau_e^{(n-1)} \quad (1.8)$$

où  $\bar{B}$  est fonction de certains paramètres du matériau (température, pression ...). De cette manière, même en régime non linéaire nous pouvons définir une contrainte effective newtonienne  $\eta_e$  :

$$\eta_e = \frac{\tau_e}{2\dot{\epsilon}'_e} \quad (1.9)$$

Pour séparer les cas de comportements élastiques, de ceux de comportements plastiques on utilise le temps de Maxwell  $\tau_M$ . Il s'exprime comme :

$$\tau_M = \frac{\eta_e}{\mu} \quad (1.10)$$

Si la contrainte est appliquée pendant un temps  $t \ll \tau_M$ , le matériau a un comportement élastique sinon il a un comportement plastique. Dans le cas où  $t \approx \tau_M$ , le matériau a un comportement viscoélastique.

### 1.2.2.2 Viscosité

Les déformations engendrées à l'intérieur d'un matériau par l'application d'une contrainte peuvent être de différents types. Dans les intérieurs planétaires, il y a principalement deux types de fluage : par diffusion ou par dislocation. La diffusion résulte de la migration de défauts ponctuels de la structure cristalline à travers le solide. Ce mécanisme conduit à un comportement de fluide newtonien. Le deuxième mécanisme met en jeu le

---

<sup>2</sup> $\delta_{ij} = 1$  pour  $i = j$  et  $\delta_{ij} = 0$  pour  $i \neq j$



déplacement de dislocation. Ce sont des défauts linéaires de la structure cristalline du solide, ceux-ci migrent à travers le solide et engendrent sa déformation.

Les expériences et la théorie montrent qu'on peut avoir une relation entre le taux de déformation  $\dot{\epsilon}$  et la contrainte déviatorique valide à la fois pour un fluage en diffusion et pour un fluage en dislocation :

$$\dot{\epsilon} = A \left( \frac{\sigma}{\mu} \right)^n \left( \frac{b}{d} \right)^m \exp \left( -\frac{E_a + pV_a}{RT} \right) \quad (1.11)$$

où  $A$  est une constante,  $b$  est la norme du vecteur de Burgers,  $d$  est la taille de grain,  $n$  et  $m$  sont des constantes dépendant du type de fluage,  $E_a$  et  $V_a$  sont respectivement l'énergie et le volume d'activation (qui dépendent également du type de fluage),  $p$  est la pression,  $R$  est la constante des gaz parfaits et  $T$  est la température. On peut donc définir une relation pour la viscosité valide pour les deux types de fluage :

$$\eta = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu}{A} \right) \left( \frac{d}{b} \right)^m \left( \frac{\sigma}{\mu} \right)^{(1-n)} \exp \left( \frac{E_a + pV_a}{RT} \right) \quad (1.12)$$

Les paramètres de l'équation vont ainsi dépendre du type de matériau utilisé et du mécanisme de déformation. De plus, les conditions comme la teneur en eau du matériau peuvent modifier ces dernières équations. Dans le cas d'un fluage en diffusion, il y a dépendance par rapport à la taille de grain mais pas par rapport à la contrainte ( $n = 1$ ), la viscosité est alors newtonienne. Pour un fluage en dislocation, la viscosité est non-newtonienne car dépendant de la densité de dislocation elle-même fonction de la contrainte.

L'équation 1.12 peut être approximée par une fonction exponentielle, dans ce cas nous utilisons l'approximation de Frank-Kamenetskii (e.g [Stemmer et al., 2006](#)) :

$$\eta = \exp \left( \ln \Delta\eta_T (T_{ref} - T) + \ln \Delta\eta_p (R_s - r - T_{ref}) \right) \quad (1.13)$$

avec

$$\Delta\eta_T = \frac{\eta_T(R_s)}{\eta_T(R_n)} \quad \text{et} \quad \Delta\eta_p = \frac{\eta_p(R_n)}{\eta_p(R_s)} \quad (1.14)$$

où  $\Delta\eta_T$  et  $\Delta\eta_p$  sont respectivement les contrastes de viscosité en température et pression,  $R_s$  le rayon de surface,  $R_n$  le rayon à la base de la couche modélisée,  $r$  le rayon,  $T$  la température et  $T_{ref}$  la température de référence.

Dans le cas d'un manteau planétaire comme la Terre et sans doute dans les silicates des satellites de glaces, le minéral le plus abondant est l'olivine. De nombreuses expériences ont été faites afin de modéliser son comportement ([Karato et Wu, 1993](#); [Hirth et Kohlstedt, 2003](#); [Korenaga et Karato, 2008](#)). Néanmoins, les gammes de pressions et de températures utilisées sont différentes de celles du manteau, de plus les taux de déformations sont beaucoup plus élevés que ceux dus à la convection mantellique. Les paramètres pour l'olivine d'après [Korenaga et Karato \(2008\)](#) sont résumés dans le tableau 1.3, ce sont ceux que nous utiliserons par la suite. La norme du vecteur de Burgers  $b$  est pris à 0,5 nm suivant [Karato et Wu \(1993\)](#).

Dans les satellites de glace, le principal matériau utilisé est la glace. Pour une contrainte élevée ( $\sigma > 0,1$  MPa), le fluage de la glace se fait par le glissement de dislocation, alors

Mécanismes	Paramètres	Valeurs
Diffusion	$\mu/A$	$10^{9,25 \pm 0,03}$
	$m$	$2,98 \pm 0,02$
	$n$	1
	$E_a$	$261 \pm 28$
	$V_a$	$6 \pm 5$
Dislocation	$\mu/A$	$10^{6,09 \pm 0,11}$
	$m$	0
	$n$	$4,94 \pm 0,05$
	$E_a$	$610 \pm 30$
	$V_a$	$13 \pm 8$

TAB. 1.3 – Liste des paramètres synthétisés à partir de différentes études pour de l’olivine sèche d’après [Korenaga et Karato \(2008\)](#). L’énergie d’activation est donnée en  $\text{kJ.mol}^{-1}$  et le volume d’activation en  $\text{cm}^3.\text{mol}^{-1}$ .

que pour des contraintes plus faibles et des températures proches du point de fusion, on peut avoir un fluage par glissement aux joints de grains ([Goldsby et Kohlstedt, 2001](#)) ou encore par glissement intragranulaire suivi par un autre mécanisme dépendant de la taille de grain ([Durham et Stern, 2001](#)). Le fluage par diffusion n’a jamais été observé en laboratoire, il est néanmoins suspecté à basse contrainte et pour des hautes températures ([Goldsby, 2007](#)). Toutes les mesures de laboratoire sont faites à des taux de contraintes plus importants ( $\sigma > 0,01 \text{ MPa}$ ) que ceux impliqués dans la convection des satellites de glace ( $\sigma < 0,001 \text{ MPa}$ ). L’extrapolation à des valeurs de contraintes plus faibles est ainsi problématique et une surestimation des valeurs de viscosité à basse contrainte peut avoir lieu ([Tobie, 2003](#)). La taille de grain influence également le fluage de la glace en participant à un glissement des limites de grains ([Durham et al., 1997](#)).

Les paramètres de l’équation 1.12 peuvent être déduits de la compilation faite par [Goldsby et Kohlstedt \(2001\)](#). Il en ressort que l’énergie d’activation est de l’ordre de 50 à 60  $\text{kJ.mol}^{-1}$ . Le facteur  $m$ , qui relie la dépendance à la taille de grain, est estimé entre 1 et 1,5. Dans notre étude sur Japet, nous emploierons une énergie d’activation de 50  $\text{kJ.mol}^{-1}$  et nous négligerons la dépendance à la taille de grain et au volume d’activation en raison des faibles valeurs de pressions atteintes sur Japet.

### 1.2.2.3 Viscoélasticité

Dans le cas des fréquences de marées, les intérieurs planétaires se comporteront de manière viscoélastique. Cela implique que la déformation du matériau n’est pas instantanée mais retardée par rapport à l’instant d’application de la contrainte. La présentation qui suit est inspirée de celle de [Karato \(2008\)](#).

**Compliance dynamique** Prenons le cas de l'application d'une contrainte  $d\sigma$  à un temps  $t = t'$ . La réponse du matériau à un temps  $t$  dépend du temps passé depuis l'application de la contrainte, la déformation sera :

$$d\epsilon(t) = D(t - t')d\sigma(t') \quad (1.15)$$

où  $D(t)$  est la fonction réponse de fluage<sup>3</sup>. La déformation totale après un temps  $t$  s'écrit donc :

$$\epsilon(t) = \int_{-\infty}^t D(t - t')d\sigma(t') = \int_{-\infty}^t D(t - t')\frac{d\sigma(t')}{dt'}dt' \quad (1.16)$$

À un temps  $t < 0$ , la fonction réponse de fluage est nulle, car le principe de causalité impose que la déformation arrive après l'application de la contrainte. À  $t = 0$ , la fonction  $D$  correspond à la déformation instantanée, c'est à dire à la déformation élastique, on peut écrire cette fonction comme  $D_U = D(0)$ . En utilisant  $D_U$ , on peut réécrire l'équation 1.16 :

$$\epsilon(t) = D_U\sigma(t) - \int_0^\infty (D(t) - D_U)\frac{d\sigma(t')}{dt'}dt' \quad (1.17)$$

Si on suppose une contrainte harmonique  $\sigma(t) = \sigma_0 \exp(i\omega t)$  de fréquence  $\omega$ , l'équation 1.16 prend la forme :

$$\epsilon(t) = i\omega\sigma_0 \exp(i\omega t) \int_{-\infty}^t D(t - t') \exp(-i\omega(t - t'))d\sigma(t') \quad (1.18)$$

$$\equiv \sigma(t)D^*(\omega) \quad (1.19)$$

où  $D^*(\omega)$  est la compliance dynamique. On peut donc la définir comme :

$$D^*(\omega) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma(t)} \quad (1.20)$$

$$= i\omega \int_{-\infty}^t D(t - t') \exp(-i\omega(t - t'))d\sigma(t') \quad (1.21)$$

$$= i\omega \int_0^\infty D(t) \exp(-i\omega t)dt \quad (1.22)$$

En réutilisant la fonction  $D_U$  on peut également écrire la fonction de compliance sous la forme :

$$D^*(\omega) = D_U + i\omega \int_0^\infty (D(t) - D_U) \exp(-i\omega t)dt \quad (1.23)$$

Dans le cas où un délai existe entre l'application de la contrainte et sa réponse, on peut séparer la fonction de compliance en une partie réelle et une partie imaginaire :

$$D^*(\omega) = D_1(\omega) - iD_2(\omega) \quad (1.24)$$

avec

$$D_1(\omega) = D_U + \omega \int_0^\infty (D(t) - D_U) \sin(\omega t)dt \quad (1.25)$$

---

<sup>3</sup>on peut également trouver dans la littérature cette fonction notée  $J(t)$

et

$$D_2(\omega) = -\omega \int_0^\infty (D(t) - D_U) \cos(\omega t) dt \quad (1.26)$$

On peut maintenant définir l'angle de déphasage  $\delta$  entre la contrainte appliquée  $\sigma(t) = \sigma_0 \exp(i\omega t)$  et la réponse du matériau  $\epsilon(t) = \epsilon_0 \exp(i\omega t - i\delta)$  en fonction des parties réelle et imaginaire de la compliance dynamique :

$$\tan \delta = \frac{D_2(\omega)}{D_1(\omega)} \quad (1.27)$$

**Modèles rhéologiques** On peut modéliser la réponse viscoélastique d'un matériau en utilisant différents modèles rhéologiques. Ceux-ci sont construits avec des ressorts (pour représenter l'élasticité) et des pistons (pour représenter la viscosité). On peut ainsi avoir un ressort et un piston en série pour un modèle de Maxwell ou en parallèle pour un modèle de Voigt. Le modèle de Burgers est simulé grâce à un modèle de Voigt et de Maxwell monté en série. Des modèles plus perfectionnés comme le modèle de Burgers généralisé de [Faul et Jackson \(2005\)](#) permettent d'inclure plusieurs mécanismes d'atténuations liés par exemple à la taille de grain et à la température.

On doit réécrire les parties réelle et imaginaire de la compliance dynamique pour chaque modèle. Dans le cas de la dissipation dans une couche de glace nous avons utilisé deux rhéologies différentes : Maxwell et Burgers. Pour un modèle de Maxwell les fonctions  $D_1(\omega)$  et  $D_2(\omega)$  s'écrivent :

$$D_1 = \frac{1}{\mu} \quad \text{et} \quad D_2 = \frac{1}{\eta(T)\omega} \quad (1.28)$$

et pour un modèle de Burgers :

$$D_1 = \frac{1}{\mu} + \frac{\frac{1}{\mu_B}}{1 + \omega^2 \tau_B^2} \quad \text{and} \quad D_2 = \frac{1}{\eta(T)\omega} + \frac{\frac{\omega \tau_B}{\mu_B}}{1 + \omega^2 \tau_B^2} \quad (1.29)$$

où le terme de droite décrit un processus de relaxation à basse température se produisant avant que le temps de Maxwell soit atteint. Ce nouveau temps de relaxation  $\tau_B = \eta_B(T)/\mu_B$  (où on prend  $\mu_B = \mu$  pour le module de rigidité transitoire et on fait varier le rapport  $\eta(T)/\eta_B(T)$  avec  $\eta_B$  une viscosité à court terme). On suppose que les deux viscosités ont la même dépendance en température. Pour la glace, ce rapport a été évalué à 17 par [Reeh et al. \(2003\)](#) pour expliquer les effets de marée océanique sur les glaciers polaires terrestres. Sur les satellites de glace, comme par exemple Japet, il se peut que ce facteur soit significativement différent.

La figure 1.14 montre le facteur de dissipation pour de la glace avec les modèles de Burgers et de Maxwell. Deux cas différents sont donnés : sur la figure 1.14a on a une température fixe à 250 K et une période de rotation  $\omega$  qui évolue entre  $10^{-4}$  et 100 jours et la figure 1.14b présente le cas contraire où la période  $\omega$  est fixée à 16 heures (soit 0,67 jours) et où on fait évoluer la température entre 90 et 273 K. Afin de mieux appréhender le plan 3D constitué par la dissipation en fonction de la température et de la période celui-ci est donné sur la figure 1.15 pour un modèle de Burgers possédant un rapport  $\eta(T)/\eta_B(T)$  de 50. La dissipation à période de rotation constante est maximale pour les hautes températures dans le cas du modèle de Maxwell alors que pour un modèle de Burgers un

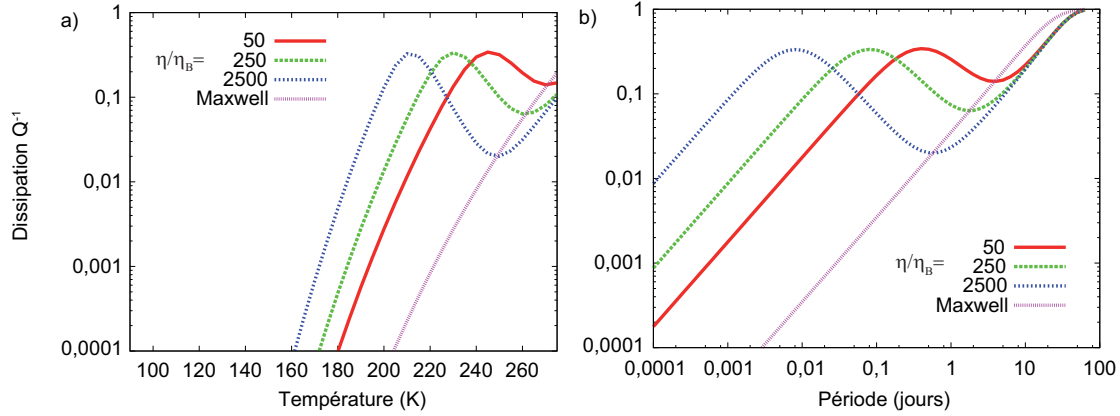


FIG. 1.14 – Facteur de dissipation  $Q^{-1}$  en fonction de la température et de la période de rotation dans le cas de Japet. À droite la température est fixée à 260 K et à gauche la période est fixée à 16 heures.

deuxième pic de dissipation est présent à plus basse température. La variation du facteur  $\eta(T)/\eta_B(T)$  montre que ce deuxième pic de dissipation glissera vers des températures plus faibles, mais en contrepartie, le facteur de dissipation connaît des valeurs de plus en plus basses à hautes températures. Ce “creux” glisserait également vers les basses températures si on augmentait le facteur  $\eta(T)/\eta_B(T)$ . Le principal avantage du modèle de Burgers est donc de produire plus de dissipation à faible température alors que le modèle de Maxwell la sous-estime. Dans le cadre de la dissipation dans une couche de silicate (notre cas pour Mercure), nous avons utilisé un modèle de Burgers dit “généralisé”, qui a été développé par [Faul et Jackson \(2005\)](#) afin d’expliquer la dissipation liée aux ondes sismiques dans le manteau terrestre. Ce modèle permet d’incorporer à la fois une réponse élastique, puis une déformation anélastique non définitive et enfin une réponse visqueuse définitive. Dans ce modèle, les fonctions  $D_1$  et  $D_2$  sont selon la fréquence  $\omega$ , de la température  $T$ , de la pression  $P$  et de la taille de grain  $d$  :

$$D_1 = D_U(P) \left( 1 + \delta \ln J_U + \frac{\alpha_Q \Delta}{\tau_H^{\alpha_Q} - \tau_L^{\alpha_Q}} \int_{\tau_L}^{\tau_H} \frac{\tau^{\alpha_Q-1}}{1 + \omega^2 \tau^2} d\tau \right) \quad (1.30)$$

$$D_2 = D_U(P) \left( \frac{1}{\omega \tau_M} \frac{\omega \alpha_Q \Delta}{\tau_H^{\alpha_Q} - \tau_L^{\alpha_Q}} \int_{\tau_L}^{\tau_H} \frac{\tau^{\alpha_Q}}{1 + \omega^2 \tau^2} d\tau \right) \quad (1.31)$$

avec

$$\delta \ln D_U = (T - T_R) \left( \frac{\partial \ln D_U}{\partial T} \right)_R \left( \frac{d}{d_R} \right)^{-m_J} \quad (1.32)$$

où  $\alpha_Q$  caractérise la dépendance en fréquence,  $\Delta$  est la force de la relaxation visco-élastique,  $\tau$  est le temps de relaxation,  $\tau_L$  et  $\tau_H$  sont des bornes inférieure et supérieure à  $\tau$  :  $\tau_L < \tau < \tau_H$ ,  $T$  est la température,  $d$  la taille de grain et  $T_R$  et  $d_R$  sont les références pour respectivement la température et la taille de grain.  $\delta \ln D_U$  permet de prendre en compte une relaxation anélastique supplémentaire du matériau afin d’ajuster la réponse élastique  $J_U$  au-dessus d’une température de 900°C. Les différentes valeurs impliquées dans les équations précédentes sont indiquées dans la table 1.4.

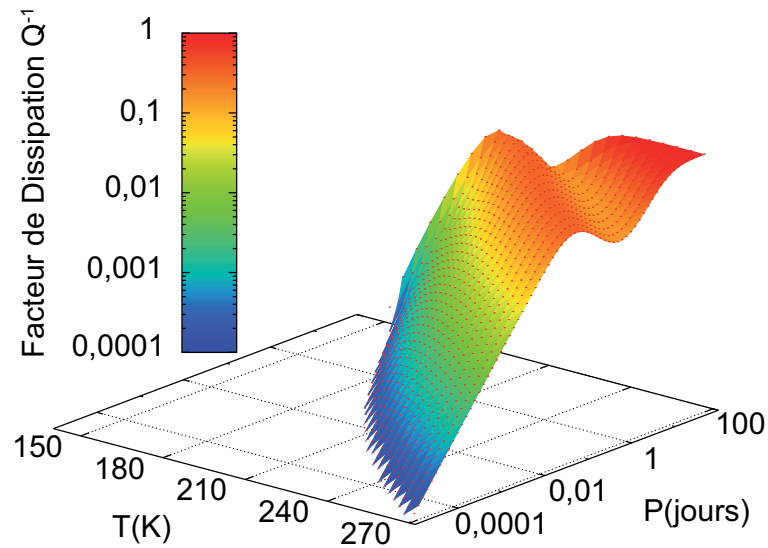


FIG. 1.15 – Facteur de dissipation  $Q^{-1}$  en fonction de la température et de la période dans le cas de Japet. Un modèle de Burgers avec un rapport  $\eta(T)/\eta_B(T)$  de 50 est donné sous forme de plan 3D.

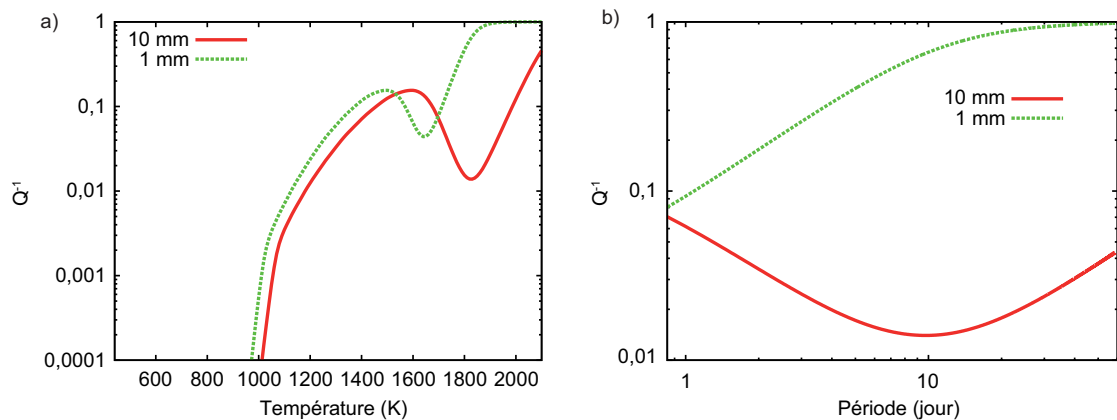


FIG. 1.16 – Facteur de dissipation  $Q^{-1}$  en fonction de la température et de la période de rotation dans le cas de Mercure. À droite la température est fixée à 1700 K et à gauche la période est fixée à 20 heures. Les deux courbes de chaque graphique montrent la dissipation pour différentes tailles de grain à 1 (en vert) et 10 mm (en rouge).

Couche/Modèle	Paramètres	Valeurs	Unité
Glace	$T_{ref}$	273	K
	$\eta_{T_{ref}}$	$10^{14}$	Pa.s
	$\mu_g$	3.33	GPa
Silicate	$T_{ref}$	2100	K
	$d$	0.01	m
	$\eta_{T_{ref}}$	$4.99 \times 10^{18}$	Pa.s
	$\mu_{sil}$	73.9	GPa
Modèle de Burgers suivant <a href="#">Faul et Jackson (2005)</a>	$T_R$	1223	K
	$d_R$	$10^{-5}$	m
	$D_U$	0.0149	GPa $^{-1}$
	$\partial \ln D_U / \partial T$	$9.1 \times 10^{-4}$	K $^{-1}$
	$\Delta$	1.4	
	$\alpha_Q$	0.270	
	$\tau_L$	$3.981 \times 10^{-3}$	
	$\tau_H$	$5.26 \times 10^6$	
	$\tau_M$	$4.31 \times 10^6$	
	$m_J$	0.16	

TAB. 1.4 – Paramètre rhéologique de la glace et des silicates utilisés dans les modèles de dissipation. La viscosité est calculée suivant l'équation 1.12. On donne également les paramètres utilisés dans le modèles de dissipation de [Faul et Jackson \(2005\)](#).

Pour ce modèle, les figures 1.16a et 1.16b montrent respectivement l'influence de la taille de grain en fonction de la période de rotation pour une température de 1700 K et en fonction de la température pour une période de 20 heures. On retrouve dans le cas d'une période fixe la même dissipation que pour le cas de la glace. Un premier pic de dissipation est présent à haute température puis un deuxième pic apparaît à plus basse température. La taille de grain influence le modèle en décalant vers des températures plus basses le deuxième pic de dissipation si on abaisse la taille de grain, cela permet également d'augmenter la dissipation à des hautes températures. Dans le cas d'une température fixe, la plage de période de rotation considérée nous donne une dissipation différente selon la taille de grain. Avec une taille de grain de 1 mm la dissipation augmente continuellement avec la période de rotation alors que pour une taille de grain plus importante (10 mm), un minimum apparaît pour une période de 10 jours. Comme pour la glace, la période de rotation et la température doivent être considérées ensemble pour déterminer la dissipation, les courbes peuvent avoir des tendances différentes suivant la température ou la période considérée.

La taille de grain dans le manteau de Mercure est supposée être dans des gammes de 1 à 10 mm ([Solomatov, 2002](#)) du fait des faibles contraintes liées à la convection sur Mercure. Dans le cas de la Terre les tailles de grain du manteau sont plutôt de l'ordre de 10 à 1000  $\mu\text{m}$  ([Karato et Wu, 1993](#); [Hirth et Kohlstedt, 2003](#)).



## Résumé

Les corps actuels de notre Système Solaire ont connu une évolution qui a débutée il y a environ 4,5 milliards d'années. Les plus vieux éléments dont nous disposons sont des inclusions riches en aluminium et en calcium (les CAI). À l'aide des isotopes à courte durée de vie, comme l'aluminium 26, l'âge de ces inclusions a été daté à 4,567 milliards d'années. Ces isotopes ont également permis un chauffage des corps lors de la différenciation des premiers embryons planétaires. La formation de notre Système Solaire fut achevée en à peu près 200 millions d'années. Les différents corps qui le composent peuvent se séparer en trois groupes : les planètes telluriques, celles gazeuses et les corps glacés comme les satellites de glaces. Leurs intérieurs se composent de différentes couches concentriques s'ils se sont différenciés. On peut ainsi avoir pour un corps comme Mercure un noyau métallique, puis un manteau de silicate et enfin une croûte. Pour un satellite de glace, au dessus d'un noyau et d'un manteau peuvent prendre place une couche de glace de haute pression puis une couche d'eau liquide ou/et une couche de glace. Ces intérieurs répondront de manière viscoélastique si on les soumet à des contraintes liées à des périodes de forçages de quelques jours. On peut modéliser leurs réponses par des modèles rhéologiques tels que le modèle de Burgers.

# Chapitre 2

## Dynamique

Nous présentons dans ce chapitre les différents concepts physiques qui seront par la suite utilisés pour déterminer la dynamique interne de rotation et de forme de ces corps ainsi que les différents couplages existant entre elles.

Dans une première partie nous nous intéressons aux principes régissant l'évolution thermique des corps. Nous commencerons par décrire les équations gouvernant la conduction thermique dans un corps, à travers un exemple. Nous décrirons alors dans un deuxième temps les lois de mécanique des fluides qui régissent la convection thermique. L'exemple de la convection de Rayleigh-Benard est donné. Enfin, l'outil numérique *OEDIPUS* qui permet la résolution des équations de la convection sera décrit. Cette évolution thermique va par exemple influencer la forme de notre corps (selon sa vitesse de rotation) et être influencée par la présence ou non d'un satellite qui crée des forces de marées.

Ainsi, dans une deuxième partie nous nous intéresserons aux interactions de marée et à la dissipation d'énergie qui en découle à l'intérieur des corps planétaires. Cette dissipation apparaîtra comme une source de chaleur qui influence l'évolution thermique. Nous commencerons par décrire le potentiel gravitationnel créé par une planète et qui agit sur son satellite et nous en déduirons le potentiel de marée. Puis, nous introduirons les principes de déformation de marée et la dissipation créée dans un milieu viscoélastique. Les conséquences de cette dissipation sur la rotation des corps et le ralentissement de la période de rotation qui en découle seront traitées à la suite. Enfin nous aborderons la résolution numérique de ces calculs et leur implémentation dans *OEDIPUS*.

La dernière partie présentera l'évolution de la forme des corps ainsi que leur dynamique axiale. L'évolution thermique globale déterminée précédemment, ainsi que l'évolution de la période de rotation déduite des forces de marées permet de déterminer l'évolution de l'aplatissement du corps. Nous décrirons tout d'abord la déformation d'un corps sphérique soumis à un potentiel gravitationnel et/ou centrifuge. Puis, une seconde partie décrira brièvement le tenseur d'inertie d'un corps et nous décrirons l'évolution de l'axe de rotation d'un corps ainsi que les équations qui contrôlent cette évolution. Une dernière partie sera, comme précédemment, consacrée à la résolution numérique de ces calculs.

Nous concluons sur la nécessité de prendre en compte tous les différents phénomènes ainsi que les différentes interactions entre eux dans l'évolution primordiale des corps planétaires.

## 2.1 Évolution Thermique

La compréhension de la structure interne des corps planétaires et de leur évolution passée implique la connaissance de leur évolution thermique. Ces corps perdent petit à petit la chaleur accumulée lors de leur formation ainsi que celle qu'ils produisent continuellement grâce aux différentes sources de chaleur (éléments radioactifs, dissipation de marée ...). Nous devons donc expliciter les mécanismes de transferts de chaleur qui conduisent à leurs états actuels. Ces mécanismes sont au nombre de trois : la conduction, la convection et la radiation. Ce dernier ne sera pas traité ici car son influence sur la dynamique interne est négligeable.

### 2.1.1 Conduction

La conduction est provoquée par une différence de température entre deux régions d'un même milieu. Les molécules constituant ce milieu vont ainsi subir des collisions entre elles provoquant des transferts d'énergie cinétique et propageant ainsi une température. Les premières études de ce phénomène ont été faites au début du XIX<sup>e</sup> siècle et on doit à Fourier et Biot la transcription mathématique de la loi de propagation de la chaleur :

$$q = -k \cdot \nabla T \quad (2.1)$$

où  $q$  est le flux de chaleur,  $k$  est la conductivité thermique, celle-ci est propre à un matériau donné et peut varier en fonction de la température  $T$ . À titre d'exemple, le flux de chaleur moyen pour la Terre est de  $87 \text{ mW.m}^{-2}$  (Turcotte et Schubert, 2002) et pour Io, le satellite galiléen de Jupiter, de  $2500 \text{ mW.m}^{-2}$  (Lodders et Fegley, 1998). Ces deux corps présentent les flux de chaleur moyens les plus élevés de notre Système Solaire, on verra qu'il ne s'agit pas de flux conductifs dans la totalité de ces intérieurs (à l'inverse les corps géologiquement morts et ayant dissipé toute leur énergie présentent des flux de chaleur quasi nuls).

La résolution de cette équation dans le cadre de l'évolution thermique d'un corps donne lieu à une nouvelle forme de cette équation. Le bilan des flux de chaleur entrant et sortant d'un volume infinitésimal d'un corps permet de mettre l'équation 2.1 sous une nouvelle forme :

$$0 = k \nabla^2 T + \rho H \quad (2.2)$$

où  $H$  est une production de chaleur à l'intérieur du volume et  $\rho$  est la masse volumique de l'élément de volume. Cette dernière équation présente toujours un caractère invariant dans le temps. La plupart des phénomènes qui seront pris en compte dans la suite évoluent à travers le temps. On se doit donc de prendre en compte cette évolution temporelle, et on rajoute cette dépendance à l'équation 2.2 :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T + \frac{H}{C_p} \quad (2.3)$$

où l'on fait intervenir le terme  $\kappa = k/(\rho C_p)$ , la diffusivité thermique avec  $t$  le temps et  $C_p$  la capacité calorifique. Si un changement de température se produit sur un intervalle de temps caractéristique  $\tau$ , il se propagera à une distance  $\sqrt{\kappa \tau}$ .  $\kappa$  varie en fonction des milieux considérés, pour la glace à 250 K il vaut  $1,47 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$  et pour des silicates

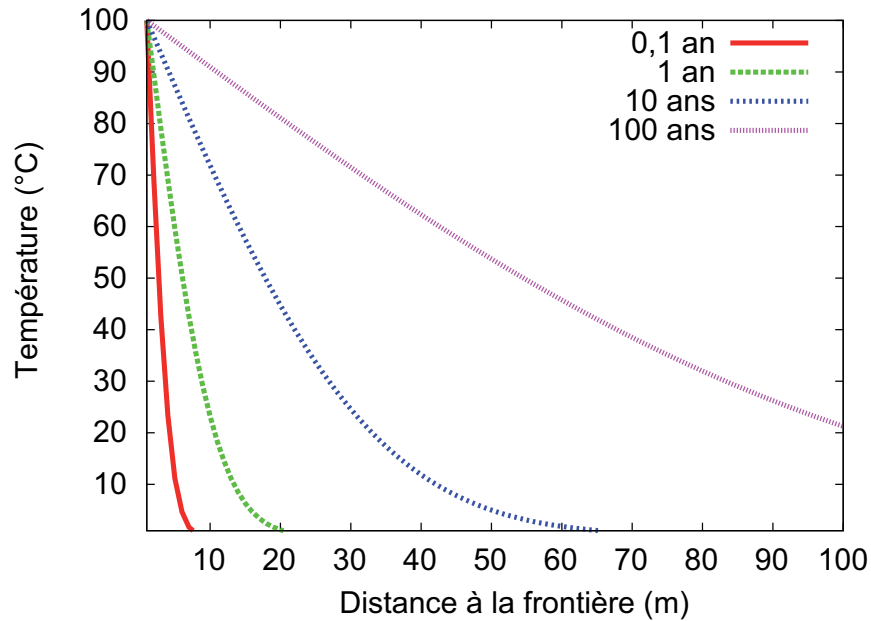


FIG. 2.1 – Exemple d'évolution conductive d'un espace semi-infini après différents temps  $t$ . A un temps  $t = 0$  on applique une température de  $100^\circ\text{C}$  à une limite externe du milieu puis la chaleur se propage à l'intérieur du corps.

$10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ .

À titre d'exemple, si on applique l'équation 2.3 au cas d'un espace semi-infini de température initiale  $0^\circ\text{C}$  soumis sur sa frontière à une augmentation de température de  $100^\circ\text{C}$ , on peut voir augmenter la température progressivement en fonction du temps à l'intérieur du milieu (Fig. 2.1).

## 2.1.2 Convection

A l'inverse de la conduction, dans laquelle aucun déplacement de matière ne se produit, la convection permet une propagation de la chaleur par déplacement de matière. Dans un cas simple de ce phénomène physique, un milieu chauffé par la base et refroidi par le dessus, le matériau chauffé commence à se dilater sous l'effet de la chaleur entraînant une baisse de sa densité. Les forces de flottabilité vont ainsi augmenter et quand elles commencent à dépasser les forces qui s'opposent au mouvement, la convection s'engage (voir pour exemple Fig. 2.2). Dans les intérieurs planétaires, sous l'effet des hautes températures, la convection est le principal mode de propagation de la chaleur. Les manteaux des corps planétaires se comportent comme des fluides si on les regarde sur des échelles de temps de plusieurs millions d'années.

D'un point de vue mathématique, on peut décrire la convection par les équations de conservation de la mécanique des fluides :

- La conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.4)$$

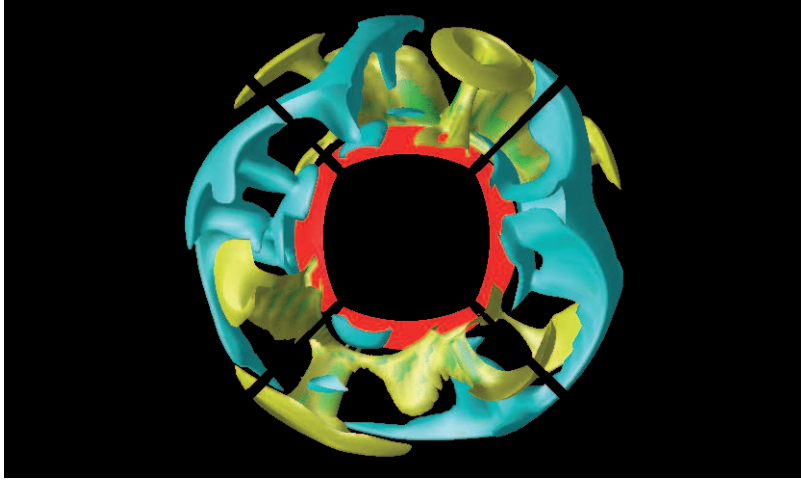


FIG. 2.2 – Exemple de convection de Rayleigh-Benard. Le milieu est chauffé par la base (en rouge) et refroidi par la surface. Le matériau chaud (en jaune) devenu plus léger s'élève pour former un panache. Il se refroidit en surface et retombe vers le noyau (en bleu).

où  $\rho$  est la masse volumique,  $\vec{v}$  la vitesse du fluide et  $t$  le temps. Cette équation permet de conserver une masse constante dans un volume infinitésimal en calculant le changement de masse dû à une variation temporelle de masse volumique et au flux de matière.

- La conservation de la quantité de mouvement où équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \vec{g} \quad (2.5)$$

avec  $\boldsymbol{\sigma}$  le tenseur des contraintes et  $\vec{g}$  l'accélération de la pesanteur. On pose également  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x_i}$  où les  $x_i$  sont x,y ou z en cartésien pour  $i = 1, 2$  ou 3. Le terme de gauche de l'équation est le produit de la masse d'un élément de fluide par son accélération, les termes de droite représentent respectivement les contraintes agissant en surface et les forces volumiques. On peut également transformer le premier terme de droite par  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\tau} + p\mathbf{I}$  où  $\boldsymbol{\tau}$  est la partie déviatorique du tenseur des contraintes,  $p$  est la pression et  $\mathbf{I}$  est le tenseur identité. Par la suite le fluide est supposé newtonien (cf sec. 1.2.2.1).

- La conservation de l'énergie :

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \Phi + \nabla q + \rho H \quad (2.6)$$

où  $s$  est l'entropie et  $H$  les sources de chaleur. Cette équation découle de la deuxième loi de la thermodynamique ( $dq = Tds$ ). Les termes de droite sont respectivement la production de chaleur liée à la dissipation des forces visqueuses, la conduction thermique et la production de chaleur interne. Le terme lié à la dissipation des forces visqueuses peut se décomposer en deux parties : la dissipation due à un changement de volume (à travers  $K$  le module d'incompressibilité) et la dissipation liée aux contraintes cisailantes (à travers  $\eta$  la viscosité dynamique).

Les variations de masses volumiques due à la température sont assez faibles pour qu'on puisse les négliger sauf dans l'équation de Navier-Stokes où les termes faisant intervenir la masse volumique peuvent être importants. Ceci est l'approximation de Boussinesq. Cette hypothèse impose que certaines autres grandeurs physiques doivent être considérées comme constantes : l'expansion thermique  $\alpha$  qui est directement fonction de la variation de densité avec la température où l'énergie calorifique  $C_p$ . La conductivité thermique  $k$  peut également être prise constante pour l'étude de corps tellurique, mais pour des satellites de glace on peut tenir compte de sa dépendance en température (en  $1/T$ ). La gravité  $\vec{g}$  peut être prise comme constante pour l'étude de manteau peu profond. Pour Mercure sa valeur fluctue d'environ 10% entre la surface et l'interface manteau-noyau. Par la suite seul la viscosité dynamique sera utilisées avec une dépendance en température. Les forces de dissipation visqueuse de l'équation 2.6 sont également négligées. En effet, la dissipation liée à un changement de volume est nul (fluide incompressible) et la dissipation liée aux contraintes cisailantes est négligeable devant les autres sources chaleurs due à la très faible vitesse du fluide. Néanmoins, la dissipation visqueuse peut être plus importante localement comme dans les panaches ([Van Den Berg et Yuen, 1997](#)). Les équations 2.4, 2.5 et 2.6 peuvent alors s'écrire :

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.7)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla (\vec{v}) = \rho \vec{g} - \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2.8)$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + \rho H \quad (2.9)$$

Les équations 2.7, 2.8 et 2.9 sont utilisées dans nos simulations numériques sous une forme adimensionnée. Ceci permet de simplifier les calculs et en même temps de réduire les erreurs numériques : les variables étant normalisées, elles ne peuvent prendre de valeurs trop élevées ou trop faibles. Cette formulation permet de mettre en œuvre le principe de similitude, on peut donc appliquer ces équations à différents corps. Les échelles utilisées sont :

- $t = d^2/\kappa$ , échelle de temps diffusive
- $d$  la hauteur de la couche considérée. Celle-ci pourrait être soit la couche convective soit le rayon de la planète. Par la suite nous utilisons le rayon de la planète.
- $\Delta T = T_{ref} - T_{surf}$  avec  $T_{ref}$  la température de référence (température à la base ou bien température de fusion) et  $T_{surf}$  la température en surface.
- $\eta_0$  la viscosité dynamique à la température de référence.
- $h = Hd^2/k\Delta T$  le chauffage interne

Les équations prennent alors la forme :

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.10)$$

$$\nabla \cdot \eta (\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^t) = \nabla p + RaT\vec{\gamma} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T = \nabla^2 T + h \quad (2.12)$$

où toutes les variables sont sous la forme adimensionnées,  $\vec{\gamma}$  est un vecteur unitaire et  $Ra$  est le nombre de Rayleigh.

### 2.1.2.1 Nombres caractéristiques

**Nombre de Prandtl** Il représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité thermique. Il s'exprime comme :

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} = \frac{\eta}{\rho\kappa} = \frac{\eta C_p}{k} \quad (2.13)$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique et  $\kappa = k/(\rho C_p)$  la diffusivité thermique. Le calcul pour un manteau silicaté ( $\rho = 3300 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\eta = 10^{21} \text{ Pa.s}$  et  $\kappa = 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ) donne  $Pr = 10^{23}$  alors que pour de la glace à une température de 250 K, on obtient  $Pr = 5,6 \times 10^{17}$  (avec  $\rho = 920 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\eta = 7,6 \times 10^{14} \text{ Pa.s}$  et  $\kappa = 1,47 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ). Les expériences numériques font ainsi l'hypothèse d'un nombre de Prandtl infini. On peut donc négliger le terme de gauche de l'équation 2.8.

**Nombre de Rayleigh** Ce nombre est caractéristique de la vigueur de la convection, c'est le rapport entre les forces motrices du fluide (forces d'Archimède) et les termes de dissipation visqueuse et thermique. Dans le cas d'un fluide chauffé par la base :

$$Ra = \frac{\alpha \rho g \Delta T d^3}{\eta_0 \kappa} \quad (2.14)$$

Dans un cas simple d'un chauffage par le bas et des conditions limites libres, le nombre de Rayleigh minimum permettant de démarrer la convection est de 657,5 (e.g. [Turcotte et Schubert, 2002](#)).

**Nombre de Nusselt** L'efficacité de la convection par rapport à la conduction est mesurée par un nombre adimensionné : le nombre de Nusselt  $Nu$ . Ce nombre se définit pour une couche convective comme le rapport entre le flux de chaleur en surface  $q_{conv}$  et le flux qu'on obtiendrait pour un état purement conductif  $q_{cond}$  :

$$Nu = \frac{q_{conv}}{q_{cond}} \quad (2.15)$$

### 2.1.3 Modèle numérique : *Oedipus*

Afin d'étudier l'évolution thermique de corps du Système Solaire comme Mercure ou Japet, des programmes numériques capables de reproduire des phénomènes tels que la conduction ou la convection ont été développés. Ces codes sont en trois dimensions et possèdent une géométrie sphérique. Une telle géométrie permet de mieux appréhender la dynamique de ces corps mais également de pouvoir effectuer des comparaisons avec les observables géophysiques tel que le flux de chaleur.

Les premiers programmes de convection 3D datent des années 1980 avec le programme de [Baumgardner \(1985\)](#). Ce premier code utilisait les éléments finis et considérait une valeur de viscosité constante. Puis, dans les années 1990, [Hsui et al. \(1995\)](#) développent sur la base du programme de [Baumgardner \(1985\)](#) un code à viscosité variable en 3D sphérique. Enfin au début des années 2000 le code de [Zhong et al. \(2000\)](#) *CITCOMs* basé sur le code 2D cartésien de [Moresi et Solomatov \(1995\)](#) *CITCOM* a été créé. Plus récemment sont



apparus entre autres les codes de [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#) et *OEDIPUS* de [Choblet \(2005\)](#).

Les codes de convection 3D doivent s'affranchir du problème des singularités aux pôles, ainsi, par exemple, ces 2 derniers codes utilisent des grilles qui permettent de les résoudre. Le code de [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#) est basé sur la grille Ying-Yang ([Kageyama et Sato, 2004](#)) qui enlève ces pôles et le code de [Choblet \(2005\)](#) utilise lui la sphère cubique. Nous allons par la suite décrire le maillage de la sphère cubique employée dans le code *OEDIPUS* puis le code en lui-même et enfin les différents éléments qui ont été rajoutés dans ce code durant cette thèse.

### 2.1.3.1 La Sphère Cubique

Certains codes 3D imposent de discrétiser le volume traité, c'est à dire qu'il faut créer un maillage qui puisse représenter de la meilleure manière possible ce volume. Cette discrétisation s'effectue habituellement pour une sphère le long des lignes de latitude et de longitude. Cette méthode entraine une singularité au niveau des pôles. Les lignes de méridien se rapprochent et vont créer des termes non bornés dans les équations de conservation. Il est donc nécessaire d'utiliser un système de maillage d'une sphère qui permette de s'affranchir de ce problème.

La méthode de la sphère cubique a été développée dans ce but par [Ronchi et al. \(1996\)](#), son but est de :

- ne présenter aucune singularité
- préserver la forme générale des équations de conservation
- la grille ainsi définie doit se rapprocher au maximum d'une grille uniforme

Cette méthode divise une sphère en 6 blocs de taille identique (Fig. 2.3). Pour cela on projette un cube sur la sphère circonscrite pour définir six régions identiques. Le maillage est ainsi défini en surface par l'intersection de 2 ensembles de grands cercles dont l'espacement angulaire est constant. Le maillage d'un bloc est imagé sur la figure 2.4, les grands cercles ne vont s'intersecter à  $90^\circ$  seulement le long de l'équateur et de ce fait le système de coordonnées d'un bloc est non-orthogonal.

Nous définissons les variables angulaires  $\xi$  et  $\eta$ , celles-ci doivent être comprises entre  $-\pi/4$  et  $\pi/4$ . Ce maillage est ensuite repris à un rayon  $r - \Delta r$  afin de construire un ensemble de sphères de même discrétisation angulaire et espacé d'une distance radiale  $\Delta r$ . [Choblet et al. \(2007\)](#) introduisent dans *OEDIPUS* un nouveau système de coordonnées pour la sphère cubique, qui diffère légèrement de celui initialement noté par [Ronchi et al. \(1996\)](#), et qui permet une meilleure discrétisation du problème.

Nous pouvons voir sur la figure 2.4 que la surface d'un élément de maillage diffère légèrement entre le centre et le bord du bloc (surface  $\sim 30\%$  inférieure sur les bords par rapport au centre). Il faudra donc en tenir compte dans le calcul du flux de chaleur ou encore celui de la température moyenne.

Afin d'écrire les équations de conservation dans le système de coordonnées  $(r, \xi, \eta)$ , il est utile d'introduire comme le proposent [Ronchi et al. \(1996\)](#) les variables auxiliaires

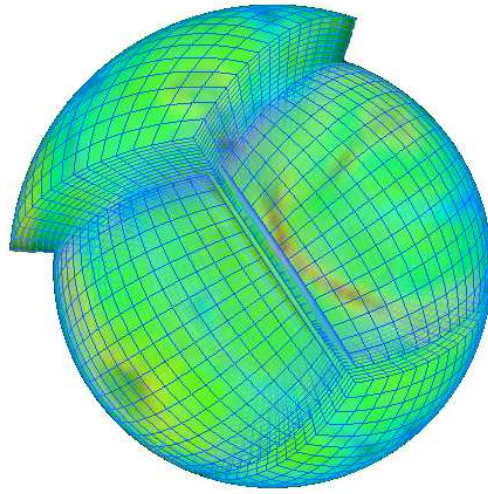


FIG. 2.3 – La sphère cubique avec son maillage surimposé. On voit également en couleur le champ de température.

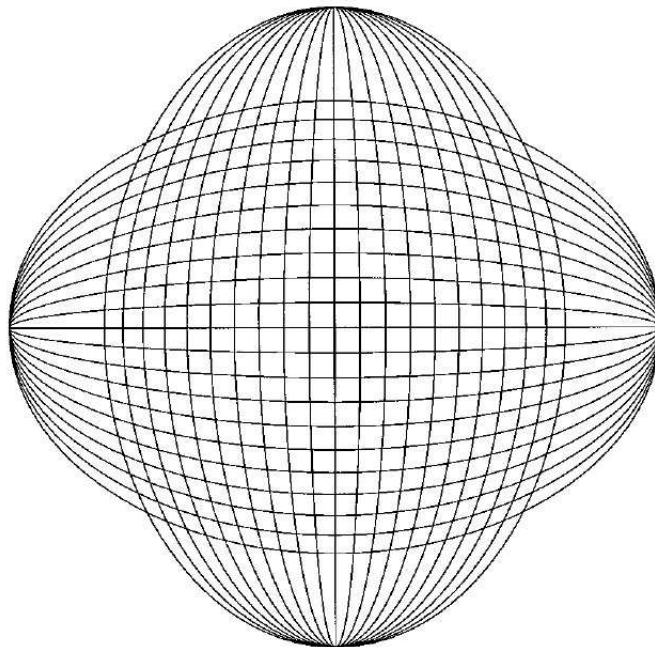


FIG. 2.4 – Création d'un bloc de la sphère cubique au moyen de deux ensembles de grands cercles dont les intersections créent le maillage ([Ronchi et al., 1996](#)).

suivantes :

$$\begin{cases} X = \tan \xi \\ Y = \tan \eta \\ \delta = 1 + X^2 + Y^2 \\ C = \sqrt{1 + X^2} \\ D = \sqrt{1 + Y^2} \end{cases} \quad (2.16)$$

La table B.1 en annexe donne l'ensemble des relations entre le système de coordonnées de la sphère cubique et les systèmes de coordonnées cartésien et sphérique.

### 2.1.3.2 Résolution des équations de conservation

Les équations de conservation précédemment présentées (conservation de la masse (Eq. 2.4), de la quantité de mouvement (Eq. 2.5) et de l'énergie (Eq. 2.6) seront résolues dans *OEDIPUS*). A un temps  $t$  le champ de viscosité et les forces de flottabilité sont calculés en utilisant le champ de température, puis on utilise ces deux champs afin de calculer simultanément les vitesses et pression. Enfin, dans un dernier temps, on calcule le nouveau temps  $t + 1$  et la nouvelle température à l'aide du champ de vitesse du temps  $t$ .

L'algorithme utilisé pour le calcul des équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse est un FAS-multigrille (Full approximation Storage Multigrid) (Brandt, 1977). Le principe des méthodes multigrilles est de "lisser" les plus grandes longueurs d'ondes de l'erreur sur des grilles grossières moins coûteuses en temps de calcul. On parcourt ainsi plusieurs niveaux de grilles à travers des cycles multigrilles (dans notre cas, des cycle en V).

Dans le cas d'*OEDIPUS*, une méthode de relaxation de type Gauss-Seidel par blocs, ainsi que des opérateurs de transfert linéaire pour la prolongation et la restriction entre les grilles fines et grossières et inversement sont utilisés. Finalement les opérateurs discrets de grilles grossières sont identiques à l'opérateur de grille fine (Choblet, 2005).

Dans le système de coordonnées de la sphère cubique les équations 2.10 et 2.11 (en variables adimensionnées) s'écrivent (Choblet, 2005) :

$$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{1}{r^2} (r^2 v^r)_{,r} + \frac{\delta^{3/2}}{rDC^2} \left( \frac{v^\xi}{\delta^{1/2}} \right)_{,\xi} + \frac{\delta^{3/2}}{rCD^2} \left( \frac{v^\eta}{\delta^{1/2}} \right)_{,\eta} = 0 \quad (2.17)$$

pour l'équation de conservation de la masse. Et pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

selon  $r$  :

$$p_{,r} = \frac{1}{r^3} (r^3 \tau^{rr})_{,r} + \frac{\delta^{3/2}}{rDC^2} \left( \frac{\tau^{r\xi}}{\delta^{1/2}} \right)_{,\xi} + \frac{\delta^{3/2}}{rCD^2} \left( \frac{\tau^{r\eta}}{\delta^{1/2}} \right)_{,\eta} \quad (2.18)$$

selon  $\xi$  :

$$\frac{1}{r} \left( \frac{XY}{D} p_{,\eta} + D p_{,\xi} \right) = \frac{1}{r^3} (r^3 \tau^{\xi r})_{,r} + \frac{\delta^{3/2}}{rDC^2} \left( \frac{\tau^{\xi\xi}}{\delta^{1/2}} \right)_{,\xi} + \frac{\delta^{3/2}}{rCD} \left( \frac{\tau^{\xi\eta}}{D\delta^{1/2}} \right)_{,\eta} \quad (2.19)$$

selon  $\eta$  :

$$\frac{1}{r} \left( \frac{XY}{C} p_{,\xi} + C p_{,\eta} \right) = \frac{1}{r^3} (r^3 \tau^{\eta r})_{,r} + \frac{\delta^{3/2}}{rCD^2} \left( \frac{\tau^{\eta\eta}}{\delta^{1/2}} \right)_{,\eta} + \frac{\delta^{3/2}}{rCD} \left( \frac{\tau^{\eta\xi}}{C\delta^{1/2}} \right)_{,\xi} \quad (2.20)$$

où les composantes de la partie déviatorique de la contrainte  $\tau^{\bullet\bullet}$  sont :

$$\tau^{rr} = 2\mu V_{,r}^r \quad (2.21)$$

$$\tau^{r\xi} = \mu \left[ r \left( \frac{V^\xi}{r} \right)_{,r} + \frac{D}{r} V_{,\xi}^r + \frac{XY}{rD} V_{,\eta}^r \right] \quad (2.22)$$

$$\tau^{r\eta} = \mu \left[ r \left( \frac{V^\eta}{r} \right)_{,r} + \frac{C}{r} V_{,\eta}^r + \frac{XY}{rC} V_{,\xi}^r \right] \quad (2.23)$$

$$\tau^{\xi\xi} = 2\mu \left[ \frac{XY}{r\delta^{1/2}} \left( \frac{\delta^{1/2} V^\xi}{D} \right)_{,\eta} + \frac{D}{r} V_{,\xi}^\xi + \frac{C^2 D^2}{r\delta} V^r - \frac{CY D^2}{r\delta} V^\eta \right] \quad (2.24)$$

$$\tau^{\xi\eta} = \mu \left[ \frac{CD}{r\delta^{1/2}} \left( \frac{\delta^{1/2} V^\eta}{C} \right)_{,\xi} + \frac{CD}{r\delta^{1/2}} \left( \frac{\delta^{1/2} V^\xi}{D} \right)_{,\eta} - \frac{XYCD}{\delta} V_{,r}^r \right] \quad (2.25)$$

$$\tau^{\eta\eta} = 2\mu \left[ \frac{XY}{r\delta^{1/2}} \left( \frac{\delta^{1/2} V^\eta}{C} \right)_{,\xi} + \frac{C}{r} V_{,\eta}^\eta + \frac{C^2 D^2}{r\delta} V^r - \frac{DXC^2}{r\delta} V^\xi \right] \quad (2.26)$$

L'équation de conservation de l'énergie sera résolue en utilisant une méthode haute résolution avec limiteur de pente type "minmod" (voir [Choblet et al. \(2007\)](#) pour plus de détails). Cette équation s'écrit dans le système de coordonnées de la sphère cubique :

$$\begin{aligned} T_{,t} + T_{,r} V^r + \frac{\delta}{rDC^2} T_{,\xi} V^\xi + \frac{\delta}{rCD^2} T_{,\eta} V^\eta = \\ \frac{1}{r^2} (r^2 T_{,r})_{,r} + \frac{\delta}{r^2} \left[ \frac{T_{,\xi\xi}}{C^2} + \frac{T_{,\eta\eta}}{D^2} + \frac{2XYT_{,\xi\eta}}{C^2 D^2} \right] + h \end{aligned} \quad (2.27)$$

### 2.1.3.3 Parallélisme

Le code *OEDIPUS* a été écrit en fortran 77 et utilise la bibliothèque MPI (Message Passing Interface) qui permet de créer des communications entre plusieurs processeurs. Il est donc possible de le lancer sur un ordinateur possédant plusieurs cœurs de calcul. Comme vu précédemment, la sphère cubique se divise en 6 blocs, chacun de ces blocs doit travailler sur un processeur indépendant. Ainsi, pour lancer le code sur la sphère entière il faut au minimum 6 processus. De la même manière chaque bloc peut se sous-diviser en autant de sous-blocs. Les seules contraintes sont que :

- les nombres de blocs en  $\eta$  et  $\xi$  doivent être identiques.
- le nombre de sous-blocs  $n$  possible dans une direction doit être de la forme  $2^n$ .

Il est ainsi possible d'avoir pour un bloc 1,2,4,8,16,32... sous-blocs traités chacun par un processeur, tandis que sur la sphère entière il faut multiplier ces nombres par six soit 6,12,24,48... sous-blocs.

L'intérêt d'une telle subdivision des blocs réside dans le gain du temps de calcul pour un maillage de  $64^3$  pour 1/6 de sphère.

La figure 2.5 donne le temps de calcul pour une itération temporelle du programme *Oedipus* en fonction du nombre de processus utilisés. La taille de grille pour ce test est de  $64^3$  (soit 262144 points de maillage) sur 1/6 de la sphère. On voit que le gain de temps est

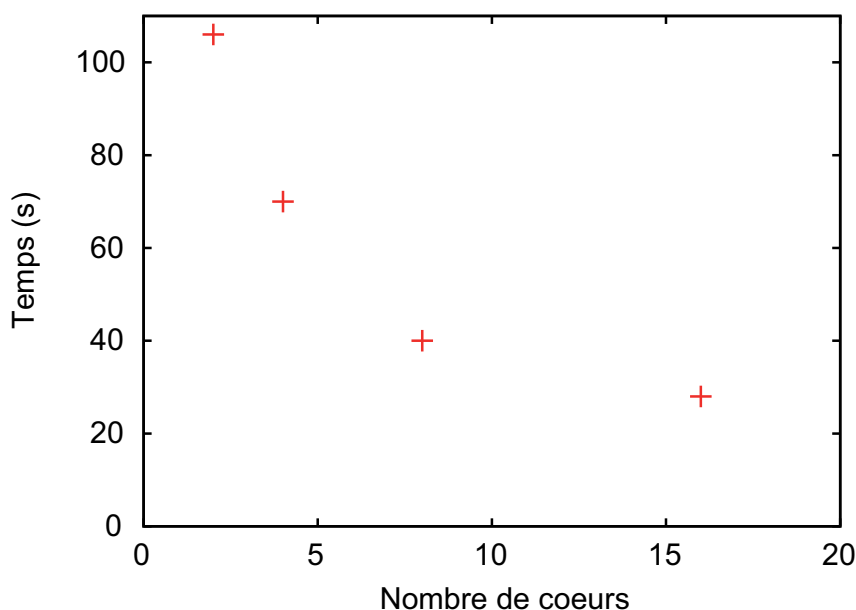


FIG. 2.5 – Influence du nombre de cœurs sur le temps de calcul.

non négligeable dès qu'on augmente le nombre de processus. Néanmoins cette augmentation est moins conséquente à mesure que le nombre de processus croît. En effet, comme la taille de grille est fixe, l'augmentation du nombre de processus augmente le rapport surface/volume de chaque bloc et augmente donc le poids relatif des communications entre blocs.

Pour ces tests le cluster du laboratoire a été mis à l'épreuve. Il possède 7 nœuds de calcul possédant chacun 2 processeurs à 2 cœurs soit en tout 28 cœurs de calculs disponibles. Les processeurs sont des AMD Opteron cadencés à 2,6 GHz. Il utilise un réseau à très grande vitesse (10 Mbits) entre les différents nœuds (réseaux Infiniband).

**Lancement des runs** Plusieurs centres de calculs ont été mis à contribution durant cette thèse :

- le Centre de Calcul Intensif des Pays de la Loire (CCIPL : <http://www.cnrs-imn.fr/CCIPL/HTML/index.html>) : 32 cœurs à disposition puis 160 cœurs début 2009 avec l'installation d'un nouveau cluster.
- le Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur (CINES : <http://www.cines.fr/>) : 304 cœurs.
- l'Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique (IDRIS : <http://www.idris.fr/>) : 3584 cœurs.
- le cluster du Laboratoire de Planétologie et Géodynamique de Nantes : 28 cœurs.

Chacun de ces centres de calculs (à l'exception du cluster de notre laboratoire) gère les différents utilisateurs grâce à une file d'attente de calculs. Les caractéristiques de ces files d'attente sont disponibles sur les sites internet de chacun des centres de calculs. Elles permettent de gérer efficacement les attentes et disponibilités des cœurs de chacun des centres.

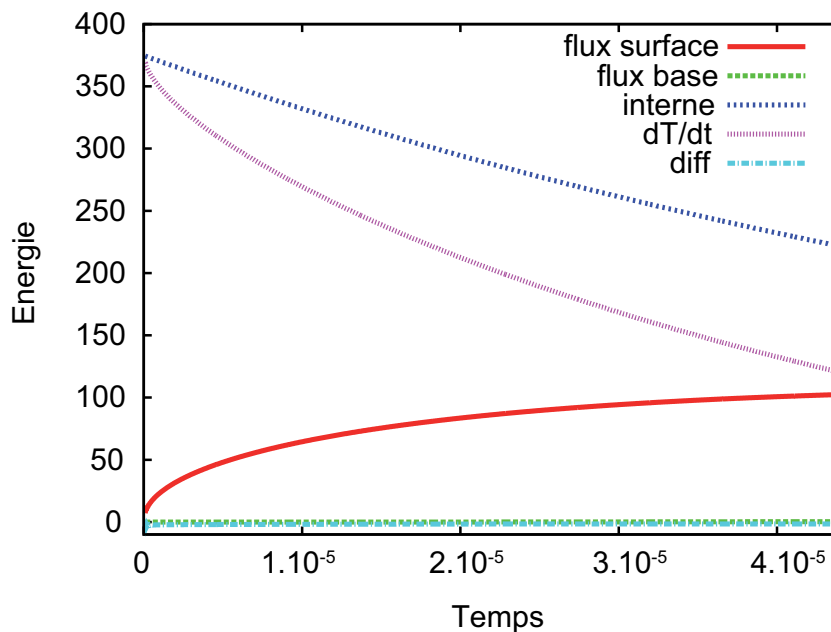


FIG. 2.6 – Test du bilan d’énergie sur la coquille sphérique modélisée. Les différentes composantes du bilan sont données : les flux à la surface (rouge) et à la base (vert), la variation de température interne (violet), la production d’énergie (bleue) ainsi que la différence entre la production d’énergie et la somme des autres composantes (en bleue clair). Le temps et les énergies sont adimensionnés.

#### 2.1.3.4 Contributions au bilan de chaleur

La figure 2.6 montre la contribution au bilan de chaleur des flux à la surface et la base du modèle, des sources d’énergie interne ainsi que de la variation temporelle de température interne. L’ensemble de ces termes nous permet de tester l’équation de conservation d’énergie 2.12 résolue par le programme. On observe bien que la conservation de l’énergie est bien respectée dans notre modèle.

#### 2.1.3.5 Détermination du début de la convection

Un aspect essentiel de cette étude est la détermination du temps de début de convection. Ce temps est déterminant pour des phénomènes comme le ralentissement de la période de rotation où encore la forme de notre corps. Dans cette optique plusieurs méthodes ont été testées et la plus adéquate à notre cas a été retenue. Les tests ont été faits avec un profil de température initiale égale à la température de surface et un nombre de Rayleigh et une viscosité typique de Japet (cf sec. 4).

[Davaille et Jaupart \(1993\)](#) proposent une méthode basée sur la comparaison avec un profil de température conductif (méthode référencée ici comme “profil-profil”). Ce profil conductif est obtenu, dans le cadre *OEDIPUS*, en résolvant l’équation de conservation de l’énergie (Eq. 2.12) avec des vitesses nulles (qui correspond à l’équation 2.3). On estime, par analogie avec les autres études, que la convection commence quand on obtient un écart entre les deux profils de 1% (Fig. 2.7). Cette méthode a également été employée par [Kore-](#)

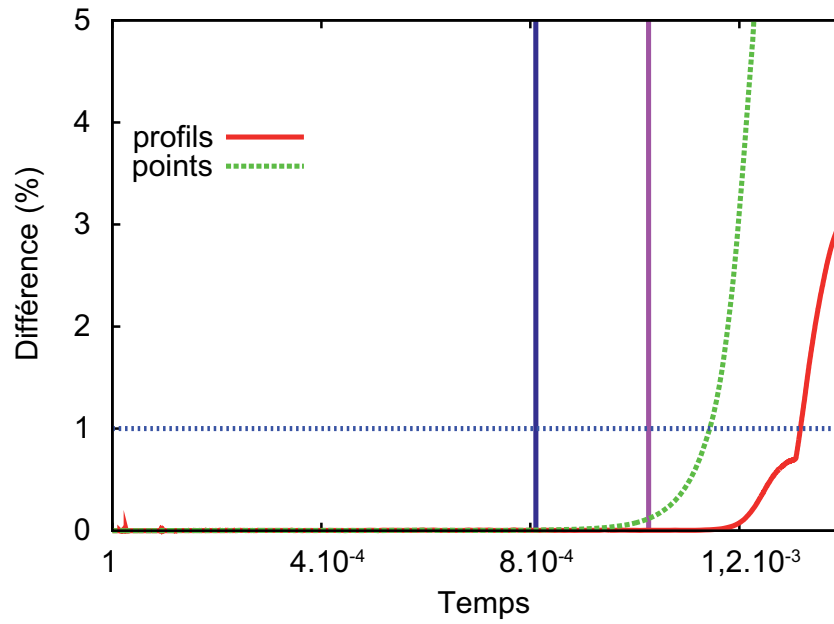


FIG. 2.7 – Détermination du début de la convection dans les cas de comparaison avec un profil conductif. La courbe rouge donne la différence entre les 2 profils et la courbe verte entre le profil en conduction et chacun des points du maillage. Les temps donnés par les deux autres méthodes sont également indiqués : en bleu foncé, la méthode suivant la variation du rapport  $\sigma$  et en violet la méthode des vitesses RMS.

[naga et Jordan \(2003\)](#) ainsi que par [Zaranek et Parmentier \(2004\)](#). Il faut néanmoins noter qu'un seuil plus faible donnerait un temps différent et inférieur. L'inconvénient de cette méthode est que le calcul du profil (températures moyennes à chaque profondeur) lisse les éventuelles anomalies de température à une profondeur donnée liées à la convection. Nous avons ainsi testé une deuxième méthode qui compare non plus les deux profils mais la température en chaque point par rapport au profil conductif (méthode "profil-points"). Le début de la convection s'effectue dans ce cas à un temps plus court que pour la première méthode (Tab. 2.1).

Néanmoins on peut s'apercevoir que les différentes composantes de la vitesse (suivant  $r, \xi, \eta$ ) ne sont jamais tout à fait nulles au temps déterminé précédemment. En effet pour atteindre cette différence de 1%, il faut que la convection ait débuté très légèrement avant. Nous proposons un critère portant sur la vitesse, tel qu'utilisé par [Dumoulin et al. \(2005\)](#). Cette méthode détermine le temps de début de la convection comme le moment où la dérivée temporelle de la vitesse RMS (root mean square) devient supérieure à la racine de la moyenne des dérivées au carré par rapport au temps (Fig. 2.8) :

$$\frac{\partial v_{RMS}}{\partial t} > \sqrt{\frac{1}{N} \sum \left( \frac{\partial v_{RMS}}{\partial t} \right)^2} \quad (2.28)$$

où  $N$  est le nombre d'itération temporelle. L'application stricte de cette méthode donne un temps beaucoup plus court que la méthode précédente. En effet, la figure 2.8 montre que la dérivée de la vitesse RMS devient très vite supérieure, dès les premiers instants



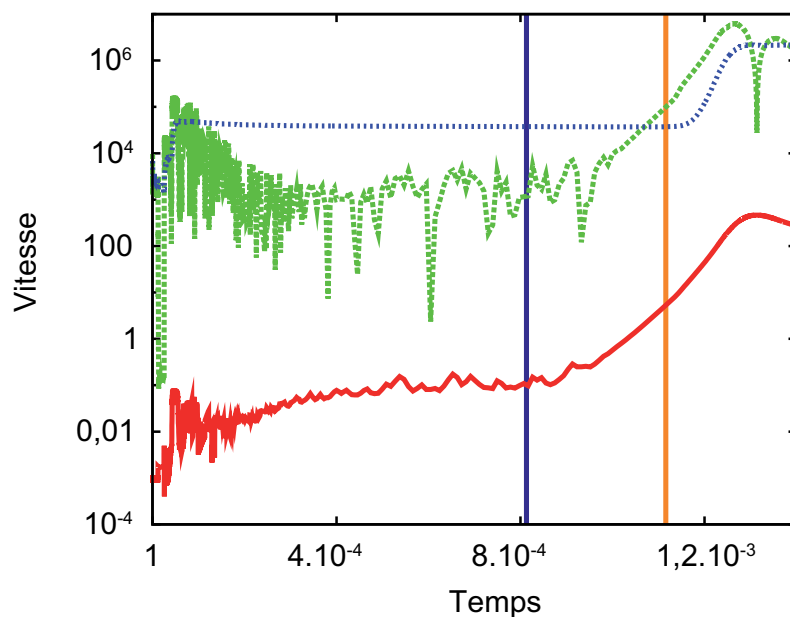


FIG. 2.8 – Détermination du début de la convection grâce à la méthode des vitesses RMS. Ce temps est déterminé à l’instant où la dérivée de la vitesse RMS (root mean square) (courbe verte) devient supérieure à la racine de la moyenne des dérivés au carré par rapport au temps (courbe bleue). La vitesse RMS est également notée en rouge. Les temps donnés par les deux autres méthodes sont également indiqués : en bleu foncé, la méthode suivant les variation du rapport  $\sigma$  et en orange la méthode suivant la différence entre le profil en conduction et les points.

de l’évolution, à la racine de la moyenne des dérivées au carré. Cela est dû à de fortes variations de la vitesse RMS, cette dernière reste pourtant très faible et ne signifie pas un début de convection. Néanmoins, en estimant “manuellement” (donc sans traitement automatique) un temps minimum de début de la convection, basé à la fois sur l’observation des vitesses et des températures, on peut appliquer cette méthode en ne tenant compte que des points d’intersection supérieurs à cette borne temporelle. De cette manière, cette méthode donne un temps presque égal (à  $\sim 5\%$  près) à la méthode de comparaison profil-point.

Une dernière méthode, initialement employée par [Dumoulin \(2000\)](#), est fondée sur les variations du rapport de la température moyenne à une profondeur donnée à la température en chaque point à cette même profondeur. On prend le maximum de ce rapport à chaque itération, puis on détermine le début de la convection comme l’instant où la dérivée par rapport au temps de ce rapport maximum est supérieure à sa moyenne (Fig. 2.9). Les petites fluctuations de température liées au refroidissement par la surface créent de fortes variations de la dérivée, la détermination du temps de début de convection est ainsi assez difficile. Seule une analyse à posteriori des courbes permet de déterminer un temps. On constate ainsi que si on applique cette méthode visuelle à la figure 2.9, il est possible de trouver un temps à partir de l’augmentation constante de la dérivée. Cette méthode donne ainsi un temps plus court que les précédentes méthodes.

Toutes ces méthodes donnent donc des temps de début de convection légèrement diffé-

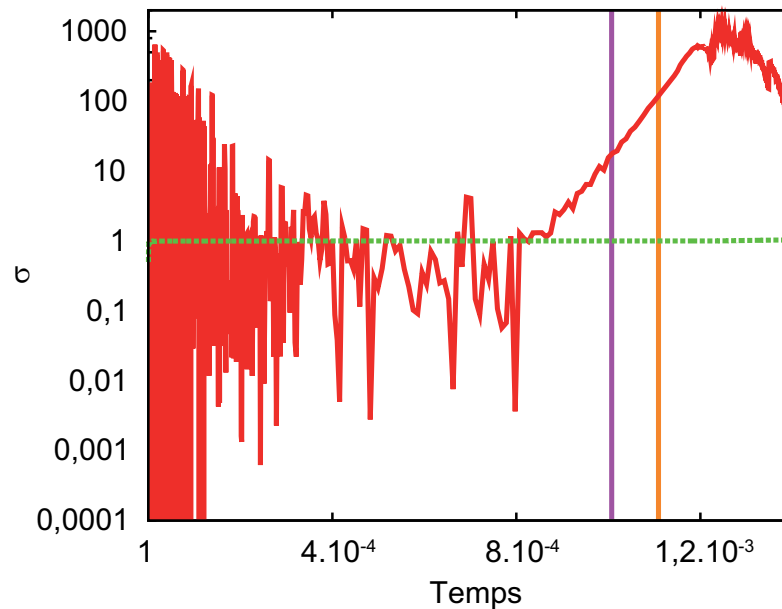


FIG. 2.9 – Détermination du début de la convection fondée sur les variations du rapport  $\sigma$  de la température moyenne à une profondeur donnée à la température en chaque point à cette même profondeur. En rouge la dérivée par rapport au temps de ce rapport maximum et en vert la moyenne temporelle de ce rapport. Les temps donnés par les deux autres méthodes sont également indiqués : en violet, la méthode suivant les vitesses RMS et en orange la méthode suivant la différence entre le profil en conduction et les points.

Méthode	Début de la convection ( $10^{-3}$ )
1% entre les 2 profils	1,32
1% entre profil de conduction et les points	1,14
Vitesse RMS	1,08
Variation du rapport $\sigma$	0,83

TAB. 2.1 – Temps (adimensionné) de début de la convection pour les différentes méthodes testées.

rents. Après l'analyse des différentes méthodes, nous avons choisi de déterminer ce temps avec la deuxième méthode. Celle-ci est plus précise que la première méthode et permet une détermination de la convection directement dans le programme sans traitement à posteriori comme les deux dernières méthodes. Nous avons retenue le même seuil de 1%, pour le démarrage de la convection, que pour les études précédentes. Dans la suite les tests présentés ainsi que les différents résultats utiliseront donc cette méthode. Celle-ci offre la meilleur stabilité et sa mise en place dans *OEDIPUS* ne pose aucun problème particulier.

## 2.2 Interaction de marée, dissipation et conséquence pour la rotation

Le comportement des satellites tels que la Lune pour la Terre ou encore Japet pour Saturne suit des lois analogues régissant leurs interactions mutuelles. Ces satellites sont ainsi déformés et déforment également le corps autour duquel ils orbitent. Nous décrivons dans cette section le principe des effets de marées (un exposé beaucoup plus complet pourra être trouvé dans [Coulomb et Jobert \(1973\)](#) ou [Murray et Dermott \(1999\)](#)). Nous aborderons comment ces corps agissent l'un sur l'autre et nous regarderons les effets produits par ces interactions comme le ralentissement de la période de rotation d'un corps.

### 2.2.1 Principe des interactions de marée

Les corps du Système Solaire parcourent des orbites elliptiques (1<sup>re</sup> loi de Kepler), dans notre exposé nous supposons que ces orbites sont circulaires. Un satellite subit de la part de son corps parent (le corps autour duquel il orbite) une accélération gravitationnelle. Celle-ci est parfaitement compensée au centre de masse du satellite par l'accélération centrifuge, ainsi, en supposant aucune perturbation gravitationnelle d'autres corps, ce satellite est à l'équilibre sur son orbite. Par contre en un point autre du satellite (en surface ou interne) l'accélération centrifuge n'égale pas parfaitement l'accélération provoquée par le corps parent. La différence entre ces deux accélérations est appelée accélération de marée. Les différentes accélérations sont indiquées sur la figure 2.10.

On peut maintenant préciser de manière mathématique cette accélération de marée  $a_m$  et le potentiel de marée  $\Phi_m$  qui en découle. La force gravitationnelle exercée par la planète sur son satellite (ou inversement) s'écrit :

$$F = \frac{GmM}{D^2} \quad (2.29)$$

où  $m$  est la masse du satellite,  $M$  est la masse de la planète,  $D$  la distance entre les centres de masse des deux corps et  $G$  la constante de gravitation universelle. Le potentiel gravitationnel  $\phi_g$  exercé par la planète se déduit directement, on peut écrire :

$$\vec{F} = m\nabla\Phi_g = m\vec{a}_m \quad (2.30)$$

$$\Phi_g = -\frac{GM}{d} \quad (2.31)$$

où  $d$  représente la distance entre le point de la surface du satellite qui est perturbé par le potentiel et le centre du corps perturbateur donc le satellite. Cette distance  $d$  peut se décomposer comme :

$$d^2 = R_s^2 + D^2 - 2R_sD \cos \theta \quad (2.32)$$

où  $R_s$  et  $D$  sont respectivement les distances du centre du satellite au point perturbé et la distance entre les centres des deux corps (cf Fig. 2.10). Cette expression peut se

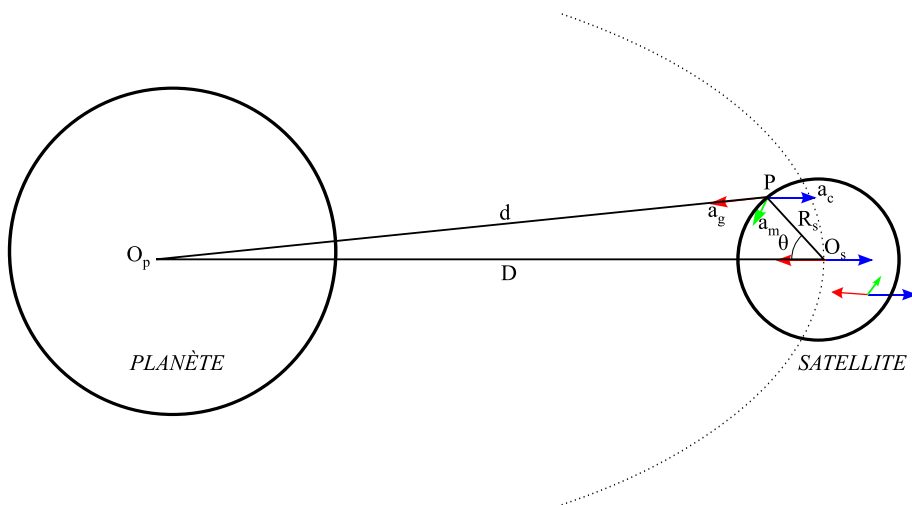


FIG. 2.10 – Principe des effets de marée : La planète exerce une accélération gravitationnelle,  $a_g$  (en rouge), différente en chaque point du satellite. L'accélération centrifuge  $a_c$  (en bleu), est identique à chaque endroit du satellite. La différence entre les deux donne l'accélération de marée  $a_m$  (en vert).

décomposer en une somme de polynôme de Legendre  $P_n(\cos \theta)$  :

$$\begin{aligned}
 \left( R_s^2 + D^2 - 2R_s D \cos \theta \right)^{-\frac{1}{2}} &= D^{-1} \left( \frac{R_s^2}{D^2} + 1 - \frac{2R_s}{D} \cos \theta \right)^{-\frac{1}{2}} \\
 &= D^{-1} \left( 1 + \frac{R_s}{D} P_1(\cos \theta) + \frac{R_s^2}{D^2} P_2(\cos \theta) + \dots \right) \\
 &= D^{-1} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{R_s}{D} \right)^n P_n(\cos \theta) \right)
 \end{aligned}$$

On peut donc écrire le potentiel gravitationnel comme :

$$\Phi_g = -\frac{GM}{D} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{R_s}{D} \right)^n P_n(\cos \theta) \quad (2.33)$$

Analysons cette expression, le premier terme  $n = 0$  donnera une constante, la force qui en découle (son gradient) sera donc nulle. Le deuxième terme  $n = 1$  donne :

$$-\frac{GM}{D^2} R_s \cos \theta \quad (2.34)$$

Ce terme correspond à une force constante le long de l'axe planète - satellite. C'est la force orbitale qui est soustraite à la force de marée. Ainsi le potentiel de marée est le potentiel gravitationnel sans les deux termes  $n = 0$  et  $n = 1$  :

$$\Phi_m = -\frac{GM}{D} \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_s}{D} \right)^n P_n(\cos \theta) \quad (2.35)$$

Un développement plus poussé montrera que le terme en  $n = 2$  est prédominant par rapport aux autres termes. Nous allons maintenant exprimer l'angle  $\theta$  dans un système de coordonnées sphérique centré en  $O_s$  (Fig. 2.10). Dans ce référentiel, nous avons respectivement le point  $P$  et  $O_p$  qui sont de coordonnées  $(R_s, \phi, \lambda)$  et  $(D, \phi^*, \lambda^*)$ . Nous obtenons ainsi :

$$\cos \theta = \sin \phi \sin \phi^* + \cos \phi \cos \phi^* \cos \lambda - \lambda^* \quad (2.36)$$

De la même manière, le polynôme de Legendre peut s'exprimer en coordonnées sphériques :

$$P_n(\cos \theta) = \sum_{m=0}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} (2 - \delta_{0m}) P_{nm}(\sin \phi) P_{nm}(\sin \phi^*) \cos m(\lambda - \lambda^*) \quad (2.37)$$

Nous pouvons donc exprimer le potentiel de marée dans un référentiel sphérique :

$$\Phi_m = -\frac{GM}{D} \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_s}{D} \right)^n \sum_{m=0}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} (2 - \delta_{0m}) P_{nm}(\sin \phi) P_{nm}(\sin \phi^*) \cos m(\lambda - \lambda^*) \quad (2.38)$$

## 2.2.2 Nombres de Love et facteur de dissipation

### 2.2.2.1 Nombres de Love

En 1909, Love introduit deux nombres  $h$  et  $k$  qui, respectivement, permettent de décrire le déplacement radial lié à un potentiel perturbateur et le potentiel induit par ces déplacements (Love, 1909). Par la suite Shida introduit le nombre  $l$  qui permet de décrire les déplacements horizontaux. Ainsi si un corps subit un potentiel perturbateur quelconque  $\Phi_q$  alors le coefficient de la décomposition en harmoniques sphériques du déplacement radial est :

$$h_n \frac{\Phi_{q_n}}{g} \quad (2.39)$$

où  $h_n$  et  $\Phi_{q_n}$  sont respectivement le nombre de Love  $h$  et un potentiel perturbateur quelconque  $\Phi_q$  pour l'harmonique de rang  $n$ . On a également pour le potentiel induit :

$$k_n \Phi_{q_n} \quad (2.40)$$

où  $k_n$  est de la même manière le nombre de Love  $k$  pour l'harmonique de rang  $n$ . Comme nous l'avons dit précédemment, le terme de rang 2 est prédominant, ainsi des relations analytiques ont été développées afin de calculer  $k_2$  dans le cadre d'une planète homogène de rayon  $R_s$  et incompressible et de rigidité  $\mu$  (Munk et MacDonald, 1960) :

$$k_2 = \frac{3/2}{1 + (19/2)(\mu/\rho g R_s)} \quad (2.41)$$

où  $g$  est l'accélération de la gravité en surface et  $\rho$  est la masse volumique moyenne du corps. Dans le cas de Japet et Mercure une application numérique avec les valeurs données en section 4 pour Japet et section 3 pour Mercure, nous donne respectivement un  $k_2$  de

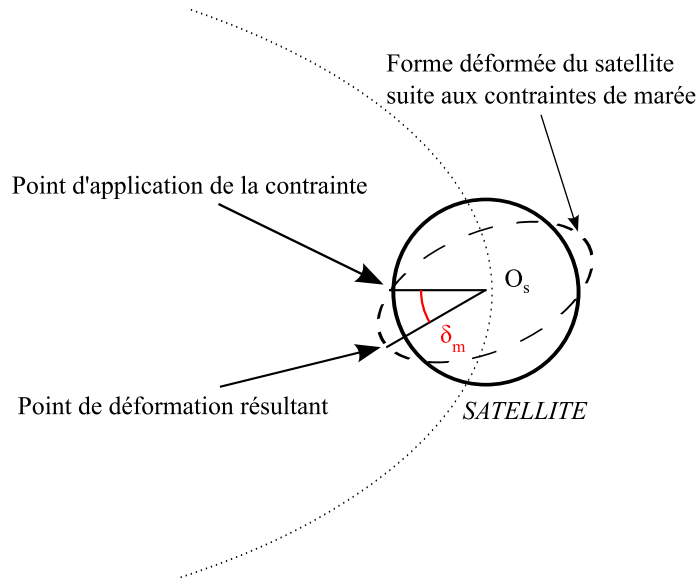


FIG. 2.11 – Illustration de l’angle de déphasage  $\delta_m$  entre le point de contrainte et la déformation résultante à la surface du satellite.

0,008 et 0,098.

Pour un corps différencié, le calcul des nombres de Love peut s’effectuer en employant la méthode initialement développée par [Alterman et al. \(1959\)](#) et [Takeuchi et Saito \(1972\)](#) et utilisée par [Tobie et al. \(2005a\)](#). Cette méthode calcule les nombres de Love et donne accès à l’amplitude, la déformation de marée et au déphasage induit par la dissipation interne (voir sec. 2.2.5 pour de plus amples détails). Par la suite nous utilisons ce code numérique développé par [Tobie et al. \(2005a\)](#) afin de calculer les nombres de Love pour les différents corps étudiés.

### 2.2.2.2 Facteur de dissipation

Une certaine partie de l’énergie due à un potentiel perturbateur donne lieu à un déplacement de la surface, l’autre partie de cette énergie est dissipée à l’intérieur du corps. Cette dissipation est fonction des matériaux et de leurs comportements. Ainsi pour des périodes de forçage de marée les corps planétaires réagissent comme des corps viscoélastiques (cf sec. 1.2.2.3).

Le facteur de dissipation  $Q^{-1}$  est défini comme le rapport de l’énergie dissipée pendant un cycle de forçage de marée  $\Delta E_{diss}$  sur l’énergie maximale atteinte lors de ce cycle  $E_{max}$  ([Segatz et al., 1988](#)) :

$$Q^{-1} = \frac{\Delta E_{diss}}{2\pi E_{max}} \quad (2.42)$$

L’énergie dissipée lors d’un cycle dépend des propriétés rhéologiques des matériaux : celle-ci est directement fonction du tenseur des contraintes et du taux de déformation ([Karato, 2008](#)). Si on connaît l’angle de déphasage  $\delta_m$  résultant entre la contrainte appliquée et la déformation résultante (cf Fig. 2.11), on peut également écrire que ([Tobie, 2003](#)) :

$$Q^{-1} = \sin \delta_m \quad (2.43)$$



Le facteur de dissipation  $Q^{-1}$  est également relié aux propriétés viscoélastiques des matériaux qui composent le corps solide et peut être calculé à partir de la compliance dynamique  $D^*(\chi)$  des matériaux. Il peut donc se définir en utilisant la partie réelle  $D_1(\chi)$  et la partie imaginaire  $D_2(\chi)$  (cf sec. 1.2.2.3) :

$$Q^{-1} = \frac{D_2(\chi)}{\sqrt{D_1(\chi)^2 + D_2(\chi)^2}} \quad (2.44)$$

où  $\chi$  est la fréquence de marée (avec  $\chi = 2(\omega - n)$  et  $n^2 = GM/R^3$  est le mouvement orbital moyen (Efroimsky et Williams, 2009)). Suivant Segatz et al. (1988) le facteur de dissipation est également fonction du nombre de Love  $k_2$  :

$$Q^{-1} = \frac{\Im(k_2)}{|k_2|} \quad (2.45)$$

où  $\Im(k_2)$  est la partie imaginaire du nombre de Love  $k_2$ .

### 2.2.3 Conséquences pour la rotation des corps

La dissipation à l'intérieur des corps planétaires entraîne la transformation en chaleur de l'énergie du système planète-satellite, on aura ainsi les périodes de rotation des corps, leur distance ou encore les paramètres orbitaux du satellite (excentricité, inclinaison de l'orbite) qui vont évoluer dans le temps (voir par exemple : Hut (1981); Murray et Dermott (1999); Ferraz-Mello et al. (2008)). Dans les cas étudiés ensuite nous nous focaliserons sur les variations de la période de rotation du satellite, nous décrirons donc succinctement comment on peut arriver à cette variation de rotation à partir du potentiel de marée. Une description plus détaillée pourra être trouvée dans Ferraz-Mello et al. (2008) ou encore dans Efroimsky et Williams (2009).

Le potentiel de marée créé par la planète sur le satellite entraîne une déformation de la surface du satellite (cf. Fig. 2.11). Cette déformation engendre un potentiel additionnel  $\Phi_{ad}$  qu'on peut écrire sous la forme (Efroimsky et Williams, 2009) :

$$\Phi_{ad} = \sum_{n=2}^{\infty} k_n \left( \frac{R_s}{r'} \right)^{(n+1)} \Phi_m \quad (2.46)$$

où les  $k_n$  sont les nombres de Love  $k$  à l'ordre  $n$  et  $r' > R_s$  un point quelconque. En insérant l'expression de  $\Phi_m$  en coordonnées sphériques nous obtenons :

$$\begin{aligned} \Phi_{ad} = -GM \sum_{n=2}^{\infty} k_n \frac{R_s^{2n+1}}{D^{n+1} r'^{n+1}} \\ \sum_{m=0}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} (2 - \delta_{0m}) P_{nm}(\sin \phi) P_{nm}(\sin \phi^*) \cos m(\lambda - \lambda^*) \end{aligned} \quad (2.47)$$

Nous devons maintenant insérer le retard dans la réaction du satellite au potentiel perturbateur. Pour cela Kaula (1968), remplace la valeur de  $\lambda^*$  par sa valeur retardée  $\lambda^{*r}$ . On peut alors introduire le retard de phase  $\Delta t$  :

$$\cos [m(\lambda - \lambda^{*r})] = \cos [m\lambda - (m\lambda^* - m\dot{\lambda}^* \Delta t)] \quad (2.48)$$

$$= \cos [m(\lambda - \lambda^*) + m(\dot{\nu} - \omega) \Delta t] \quad (2.49)$$

où  $\nu$  est l'anomalie vraie de l'orbite du satellite. En supposant que l'inclinaison de l'axe de rotation du satellite (obliquité) est nulle, les termes prédominants sont ceux en  $n = 2$  et  $m = 0$  ainsi que en  $n = 2$  et  $m = 2$ . De plus, seul le terme en  $m = 2$  est important dans la deuxième somme (Efroimsky et Williams, 2009). Nous pouvons ainsi écrire  $\phi \sim 0$  et  $\sin \phi \sim 0$ . Le potentiel  $\Phi_{ad}$  devient donc :

$$\Phi_{ad} = -\frac{3}{4} \frac{GMk_2R_s^5}{r'(t)^3 D(t-\Delta t)^3} \cos [2(\lambda - \lambda^*) + 2(\dot{\nu} - \omega)\Delta t] \quad (2.50)$$

La force qui découle de l'application de ce potentiel au satellite est en coordonnées sphériques :

$$F = -M \nabla \Phi_{ad} = -M \frac{\partial \Phi_{ad}}{\partial r} \vec{r} - \frac{M}{r} \frac{\partial \Phi_{ad}}{\partial \phi} \vec{\phi} - \frac{M}{r \sin \phi} \frac{\partial \Phi_{ad}}{\partial \lambda} \vec{\lambda} \quad (2.51)$$

On peut ainsi en déduire le moment de force qui est par définition :  $\mathfrak{M} = r \wedge F$ . Suivant Efroimsky et Williams (2009) seule la composante du moment prise suivant la longitude agira sur le changement de rotation :

$$\mathfrak{M} = -M \frac{\partial \Phi_{ad}}{\partial \lambda} \quad (2.52)$$

$$= \frac{3}{2} \frac{GM^2 k_2 R_s^5}{r'(t)^3 D(t-\Delta t)^3} \sin [2(\lambda - \lambda^*) + 2(\dot{\nu} - \omega)\Delta t] \quad (2.53)$$

Quelques simplifications supplémentaires peuvent être apportées à cette expression :

- La position du point perturbé du satellite ne changera pas (la latitude  $\lambda$  reste identique) donc  $\lambda = \lambda^*$ . C'est à dire que la position de la planète perturbatrice ne varie pas par rapport au satellite.
- La distance entre le satellite et sa planète ne change pas ou peu entre le temps  $t$  d'application du potentiel et le temps  $t + \Delta t$  de réaction du satellite. Nous pouvons donc dire que  $r(t) = r(t + \Delta t) = D$

Nous pouvons donc réécrire  $\mathfrak{M}$  :

$$\mathfrak{M} = \frac{3}{2} \frac{GM^2 k_2 R_s^5}{D^6} \sin [2(\dot{\nu} - \omega)\Delta t] \quad (2.54)$$

Néanmoins, dans notre programme numérique, le pas de temps utilisé est largement supérieur à la durée d'une orbite. On doit donc utiliser le moment moyen  $\langle \mathfrak{M} \rangle$  qui affecte le satellite sur une orbite. Ce moment est donc :

$$\langle \mathfrak{M} \rangle = \frac{3GM^2 k_2 \epsilon}{R_s} \langle (\dot{\nu} - \omega) \frac{R_s^6}{D^6} \rangle \quad (2.55)$$

$$= \frac{3GM^2 k_2 \epsilon}{R_s} \left( \langle \dot{\nu} \frac{R_s^6}{D^6} \rangle - \langle \omega \frac{R_s^6}{D^6} \rangle \right) \quad (2.56)$$

où l'on fait l'hypothèse que  $\sin[2(\dot{\nu} - \omega)\Delta t] \sim 2(\dot{\nu} - \omega)\Delta t$  et où l'on pose  $Q^{-1} = 2|\dot{\nu} - \omega|\Delta t = \chi\epsilon$  avec  $\chi = 2|\dot{\nu} - \omega|$ . Les termes moyennés ( $\langle \dots \rangle$ ) sont égaux à (Efroimsky et Williams, 2009) :

$$\langle \dots \rangle = \frac{(1 - e^2)^{3/2}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dots \frac{d\nu}{(1 + e \cos \nu)^2} \quad (2.57)$$

En considérant également que  $r$  et  $\dot{\nu}$  sont des fonctions de  $a$  le demi-grand axe de l'orbite, de  $e$  l'excentricité et de  $\nu$  (Dobrovolskis, 1995) :

$$D = \frac{a(1+e^2)}{(1+e\cos\nu)} \quad (2.58)$$

$$\dot{\nu} = n \frac{(1+e\cos\nu)^2}{(1+e^2)^{3/2}} \quad (2.59)$$

Nous avons ainsi :

$$\begin{aligned} \langle \mathfrak{M} \rangle = \frac{3GM^2 k_2 \epsilon R_s^6}{R a^6} & \left( -\omega \frac{(1-e^2)^{-9/2}}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1+e\cos\nu)^4 d\nu \right. \\ & \left. + n \frac{(1-e^2)^{-6}}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1+e\cos\nu)^6 d\nu \right) \quad (2.60) \end{aligned}$$

Le moment angulaire  $L$  (aussi appelé moment cinétique) s'écrit  $L = I\omega$  avec  $I$  le moment d'inertie du corps et  $\omega$  sa vitesse de rotation, de plus le théorème du moment angulaire nous dit :

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= \sum_i \mathfrak{M}_i \quad \text{ainsi} \quad \frac{dI\omega}{dt} = \mathfrak{M} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\mathfrak{M}}{I} \quad (2.61) \end{aligned}$$

où le terme  $\omega \frac{dI}{dt}$  est négligé car  $I$  varie très lentement. Ainsi dans notre cas nous pouvons écrire :

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3GM^2 k_2 R_s^5}{Ca^6} \epsilon (\omega A(e) - nN(e)) \quad (2.62)$$

où  $C$  est le moment polaire du satellite et où :

$$A(e) = \left( 1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4 \right) (1-e^2)^{-9/2} \quad (2.63)$$

et

$$N(e) = \left( 1 + \frac{15}{2}e^2 + \frac{45}{8}e^4 + \frac{5}{16}e^6 \right) (1-e^2)^{-6} \quad (2.64)$$

Les fonctions  $A(e)$  et  $N(e)$  sont les résultats exacts des deux membres entre parenthèses de l'équation 2.60.

**Application à une orbite circulaire : cas de Japet.** Dans le cas de Japet, nous faisons l'hypothèse d'une orbite circulaire (donc  $e = 0$ ). Dans ce cas l'équation 2.62 se réduit à :

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3GM^2 k_2 R_s^5}{Ca^6} \epsilon (\omega - n) \quad (2.65)$$

de plus comme  $\epsilon = Q^{-1}\chi^{-1} = Q^{-1}(2|\dot{\nu} - \omega|)^{-1}$  nous pouvons écrire que :

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3GM^2 k_2 R_s^5}{QC a^6} \frac{\omega - n}{2|\dot{\nu} - \omega|} \quad (2.66)$$

or pour  $e = 0$  nous avons  $\dot{\nu} = n$  (cf Eq. 2.59) donc dans le cas de Japet l'équation 2.62 s'écrit :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3GM^2 k_2 R_s^5}{2QC a^6} \quad (2.67)$$

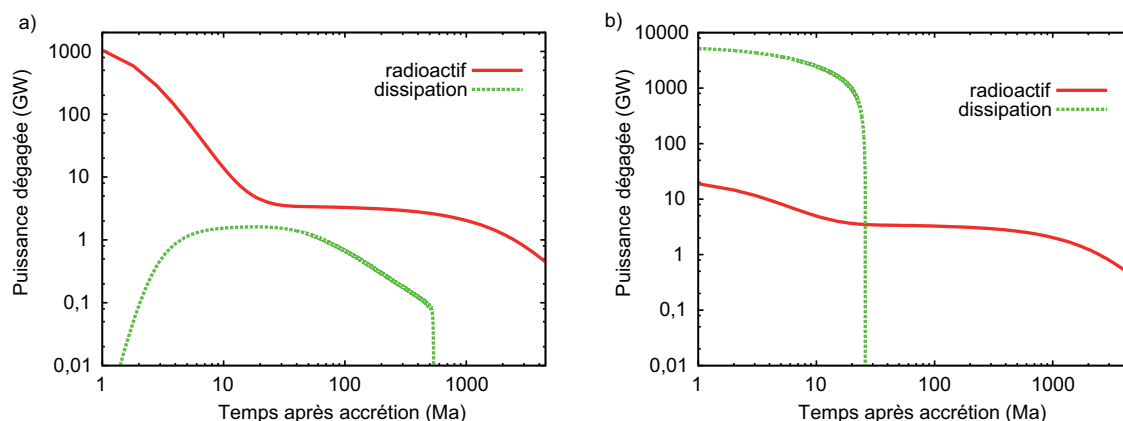


FIG. 2.12 – Comparaison de la puissance dissipée et de la puissance radioactive. À gauche le cas de Japet et à droite celui de Mercure. Les paramètres utilisés sont donnés dans les sections 4 pour Japet et 3 pour Mercure.

## 2.2.4 Chauffage de marée

La friction visqueuse de marée à l'intérieur d'une planète entraîne un ralentissement progressif de sa rotation et une production de chaleur dans son intérieur (cf sec. 2.2.3). Cette friction peut ainsi transférer une partie de l'énergie de rotation de la planète sous forme de chaleur dans son intérieur. La puissance dissipée par les forces de marée dans notre corps est :

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right)}{dt} = I\omega \frac{d\omega}{dt} \quad (2.68)$$

où  $E$  est l'énergie,  $P$  la puissance,  $I$  le moment d'inertie du corps et  $\omega$  sa vitesse de rotation. La variation en fonction du temps de la vitesse de rotation est donnée par l'équation 2.62.

Voyons deux cas différents : Japet et Mercure. Pour le satellite de Saturne, la puissance dissipée est très inférieure à celle donnée par les radio-éléments (Fig. 2.12a). Cette puissance dissipée peut ainsi être totalement négligée dans le calcul du chauffage interne. Par contre dans le cas de Mercure (Fig. 2.12b), la puissance dissipée est, au début de l'évolution, très supérieure à celle radioactive. Il est donc nécessaire de prendre en compte cette dissipation. Cette différence dans les puissances dissipées pour ces deux corps provient de la différence entre la force de marée appliquée à Japet et celle appliquée à Mercure. La force de marée est proportionnelle au carré de la masse du corps autour duquel il orbite et à la puissance cinq de son rayon moyen et inversement proportionnelle à la puissance sept de sa distance à ce corps ( $\propto \frac{GM^2 R_s^5}{D^7}$  (Ferraz-Mello et al., 2008)). La puissance dissipée dans le cas de Mercure est donc bien supérieure à celle dissipée dans le cas de Japet.

## 2.2.5 Calcul de la dissipation

La dissipation dans un corps soumis à des forces de marée est calculée grâce à un code élaboré par Gabriel Tobie (Tobie, 2003; Tobie et al., 2005a). Il permet de calculer des nombres de Love complexes dans le domaine fréquentiel pour des modèles de corps dé-

pourvus d'océan superficiel mais pouvant abriter une couche liquide. Ceux-ci permettent ainsi d'avoir accès à l'amplitude, à la déformation de marée et au déphasage induit par la dissipation interne (cf Eq. 2.45).

Nous utilisons pour calculer les nombres de Love complexes, les profils de viscosité donnés par *OEDIPUS*, c'est à dire la viscosité moyenne à chaque profondeur en fonction du temps. Comme pour le code de relaxation, les paramètres d'un corps peuvent être soit implémentés directement dans le code, si on utilise celui-ci après *OEDIPUS*, soit passés en paramètres si le calcul de la dissipation est intégré dans *OEDIPUS*. Nous devons également configurer la structure interne du corps : nombre de couches, interface liquide-solide. Ce code permet également le calcul de la période de rotation suivant l'équation 2.62, cela a été intégré dans ce programme durant cette thèse.

### 2.2.5.1 Équations résolues

Les déplacements  $u$ , contraintes  $\sigma$  et potentiel induit  $\Phi_{ad}$  par le potentiel de marée  $\Phi = \sum_{\ell,m} \Phi_{\ell m}(\theta, \phi)$  s'expriment sous la forme d'une fonction radiale notée  $y_i(r)$  et d'une partie angulaire déterminée par le potentiel de marée :

$$\begin{aligned} u_r(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell,m} y_1(r, \omega_{\ell m}) \Phi_{\ell m}(\theta, \phi) \\ u_\theta(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell,m} y_3(r, \omega_{\ell m}) \frac{\partial \Phi_{\ell m}(\theta, \phi)}{\partial \theta} \\ u_\phi(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell,m} y_3(r, \omega_{\ell m}) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \Phi_{\ell m}(\theta, \phi)}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\Phi_{ad} = \sum_{\ell,m} y_5(r, \omega_{\ell m}) \Phi_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell,m} y_2(r, \omega_{\ell m}) \Phi_{\ell m}(\theta, \phi) \\ \sigma_{\theta\theta}(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell,m} \left( \left( K - \frac{2}{3}\mu \right) \frac{dy_1}{dr} + \frac{K + \frac{4}{3}\mu}{r} (2y_1 - \ell(\ell+1)y_3) - \frac{2\mu}{r} y_1 \right) \Phi_{\ell m}(\theta, \phi) \\ &\quad - \frac{2\mu}{r} y_3 \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial \Phi_{\ell m}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi_{\ell m}}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\phi\phi}(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell,m} \left( \left( K - \frac{2}{3}\mu \right) \frac{dy_1}{dr} + \frac{K + \frac{4}{3}\mu}{r} (2y_1 - \ell(\ell+1)y_3) - \frac{2\mu}{r} y_1 \right) \Phi_{\ell m}(\theta, \phi) \\ &\quad - \frac{2\mu}{r} y_3 \frac{\partial^2 \Phi_{\ell m}}{\partial \theta^2} \end{aligned} \quad (2.71)$$

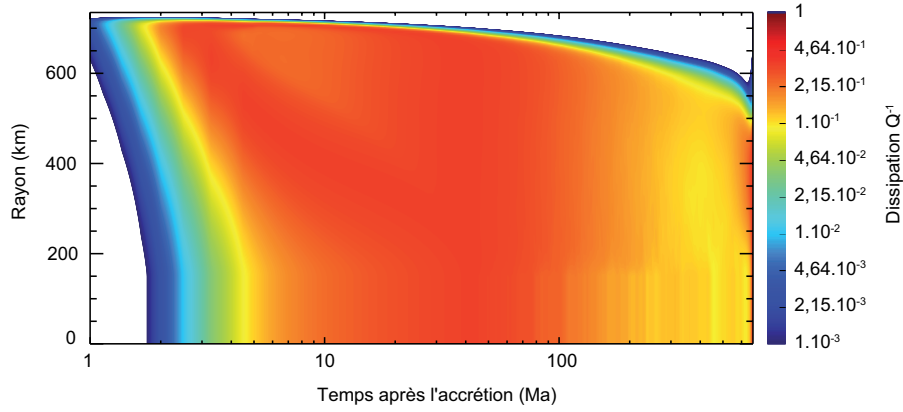


FIG. 2.13 – Exemple de graphique montrant le facteur de dissipation  $Q^{-1}$  à chaque profondeur en fonction du temps. Les parties blanches correspondent à une dissipation inférieure à  $10^{-3}$ . Un cas de Japet est représenté ici.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\theta\phi}(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell, m} \frac{2\mu}{r} y_3 \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \Phi_{\ell m}}{\partial \theta \partial \phi} - \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial \Phi_{\ell m}}{\partial \phi} \right) \\
 \sigma_{\phi r}(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell, m} y_4 \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \Phi_{\ell m}}{\partial \phi} \\
 \sigma_{\theta r}(r, \theta, \phi) &= \sum_{\ell, m} y_4 \frac{\partial \Phi_{\ell m}}{\partial \phi} \\
 y_6 &= \frac{dy_5}{dr} - 4\pi G \rho y_1 + \frac{\ell + 1}{r} y_5
 \end{aligned} \tag{2.72}$$

L'avantage de ce code est de travailler dans le domaine fréquentiel et de pouvoir incorporer des rhéologies complexes. Les différentes fonctions radiales sont définies comme des nombres complexes : la partie réelle correspondant à la réponse élastique et la partie imaginaire gouvernant la dissipation par friction interne (cf [Tobie et al. \(2005a\)](#) pour de plus ample détails). Dans le programme les six fonctions  $y_i(r)$  sont obtenues grâce à la résolution d'un système de six équations différentielles (cf sec. B.1).

Le programme calcule à chaque itération le nombre de Love  $k_2$  à partir du modèle rhéologique choisi. Ce choix est implémenté grâce à la compliance dynamique  $D^*(\chi)$  (les équations 1.28 pour le modèle de Maxwell par exemple). Une fois le  $k_2$  obtenu, le programme calcule le facteur de dissipation globale du corps suivant l'équation 2.45 ( $Q^{-1} = \Im(k_2)/|k_2|$ ). Nous calculons également le moment d'inertie polaire à cette itération suivant les résultats donnés par le code de relaxation. Ces différentes variables nous permettent ainsi de calculer la variation de la période de rotation grâce à l'équation 2.62 ou 2.67 suivant le cas étudié.

Les sorties du code nous donnent, en fonction du temps  $t$ , les parties réelle et imaginaire du nombre de Love  $k_2$ , la variation de la période de rotation  $d\omega/dt$  (et donc la période de rotation) ainsi que les parties réelle et imaginaire de la compliance dynamique à chaque profondeur.

### 2.2.5.2 Exemples de sorties

Nous utilisons les parties réelle et imaginaire de la compliance dynamique afin de calculer le facteur de dissipation en fonction du rayon suivant l'équation 2.42. Nous obtenons ainsi des résultats tels que représentés sur la figure 2.13, la dissipation est donnée entre 1 et une borne inférieure choisie en fonction de la dissipation dans le corps. La dissipation sera négligée dans le bilan de chaleur une fois la synchronisation entre la période de rotation et la période de révolution atteinte. Cette hypothèse est vraie dans les cas étudiés de Mercure et Japet, par contre, pour Encelade ou Europe, il faudrait en tenir compte. La borne temporelle maximale est donc le temps où cette synchronisation sera obtenue. La méthode fournit aussi l'évolution temporelle de la période de rotation et des parties imaginaire et réelle du nombre de Love  $k_2$  (Fig. 2.14).



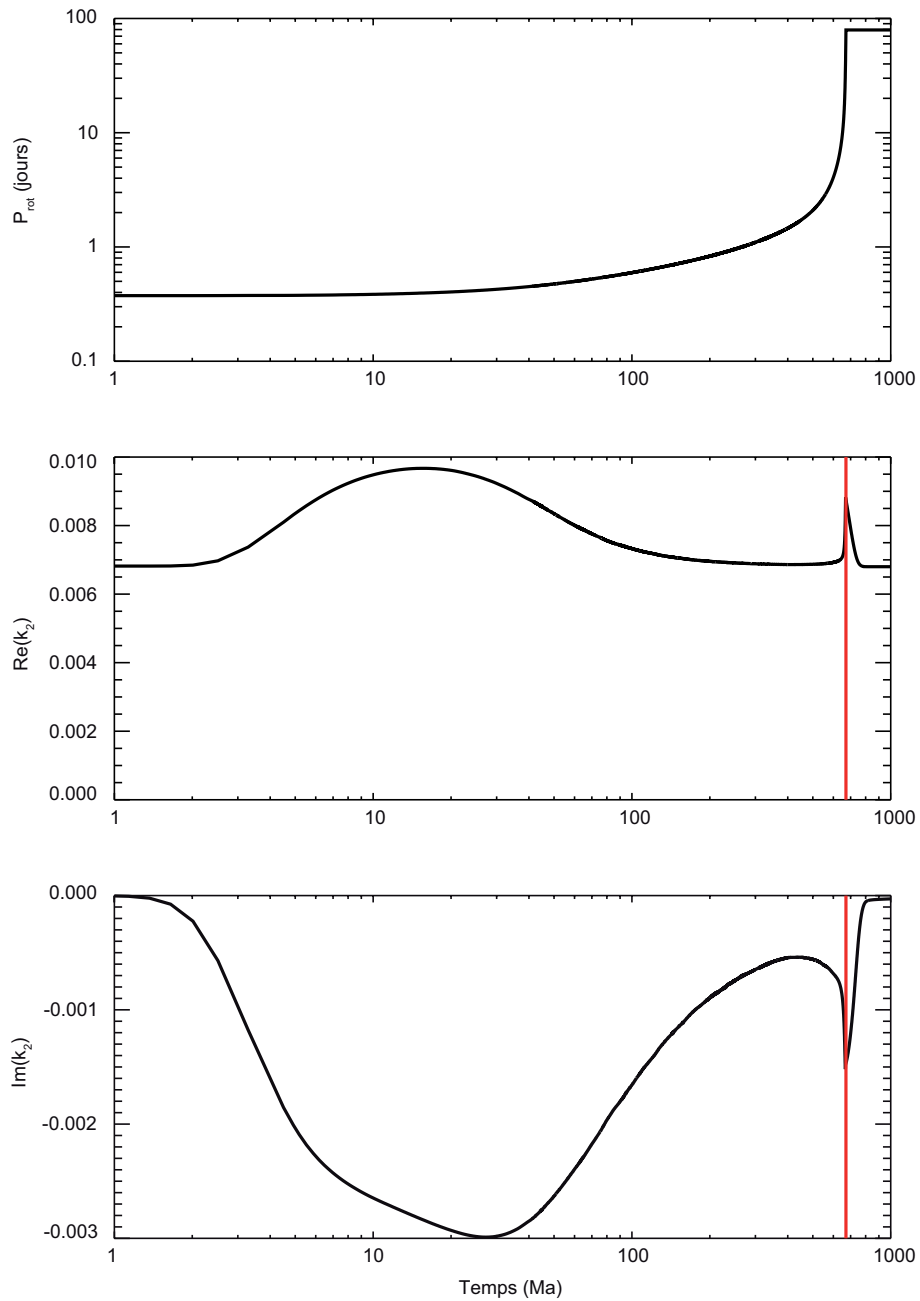


FIG. 2.14 – Exemple d'évolution de la période de rotation et des parties réelle et imaginaire du nombre de Love  $k_2$  pour un cas de Japet.

## 2.3 Forme des corps et dynamique axiale

Un satellite en orbite autour d'une planète (ou simplement une planète autour de son étoile comme pour le cas de Mercure), est soumis à des forces gravitationnelles qui vont provoquer des déformations de sa surface. Sa rotation sur lui-même peut également, si elle est assez rapide, provoquer de fortes déformations. Celles-ci peuvent être calculées suivant les paramètres rhéologiques des matériaux qui composent ce corps.

### 2.3.1 Déformation d'un corps sphérique

Les forces appliquées à un corps telles que la force centrifuge ou celle de marée, provoquent l'apparition de contraintes à l'intérieur du corps qui aboutissent à des déformations de celui-ci. Afin d'obtenir les contraintes et déplacements à l'intérieur de notre corps, ainsi qu'à sa surface, nous devons résoudre un ensemble de trois équations :

- La loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.73)$$

où  $\rho$  est la masse volumique,  $\vec{u}$  le déplacement du fluide et  $t$  le temps.

- La loi de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \vec{f} \quad (2.74)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  le tenseur des contraintes viscoélastique et  $\vec{f}$  sont les forces qui agissent sur le corps (centrifuge, gravitationnelle par exemple). On peut ainsi écrire que  $\vec{f}$  vaut :

$$\vec{f} = \rho (\nabla \Phi_c + \nabla \Phi_g) \quad (2.75)$$

avec  $\nabla \Phi_c$  le potentiel centrifuge et  $\nabla \Phi_g$  le potentiel gravitationnel.

- La loi régissant la rhéologie interne. Dans notre cas, les intérieurs planétaires réagissent de manière viscoélastique (cf sec. 1.2.2.3). Nous utilisons ici une rhéologie de Maxwell dont la loi constitutive est (Peltier, 1974) :

$$\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} + \frac{\mu}{\eta} (\boldsymbol{\sigma} - K \nabla \cdot u \mathbf{I}) = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}_e}{\partial t} \quad (2.76)$$

où  $\mu$  est le module élastique de rigidité,  $\eta$  est la viscosité dynamique,  $K$  est le module élastique d'incompressibilité,  $\mathbf{I}$  est le tenseur unité et  $\boldsymbol{\sigma}_e$  est le tenseur des contraintes élastiques (cf Eq. 1.4). Ce dernier tenseur peut également s'écrire comme :

$$\boldsymbol{\sigma}_e = -p \mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} = -p \mathbf{I} + \mu (\nabla u + \nabla^t u) \quad (2.77)$$

où  $p$  est la pression et  $^t$  indique la transposée de la matrice.

Nous nous plaçons dans un cas incompressible et faisons l'hypothèse de petits déplacements, ces équations peuvent ainsi se simplifier :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.78)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = 0 \quad (2.79)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t} (\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u})) = -\frac{\mu}{\eta} \boldsymbol{\tau} \quad (2.80)$$

Les forces appliquées à notre corps dans l'équation 2.74 sont les forces gravitationnelle et centrifuge. Celles-ci dérivent respectivement du potentiel gravitationnel ainsi que du potentiel centrifuge. Le potentiel gravitationnel peut s'exprimer au degré  $j$  et à l'ordre  $m$  comme (Ribe, 2007) :

$$\Phi_{g_{jm}} = -\frac{4\pi G}{2j+1} \int_{r'} (r')^2 \frac{r_{<}^j}{r_{>}^{j-1}} \rho(r') dr' \quad (2.81)$$

où  $r_{<} = \min(r, r')$  et  $r_{>} = \max(r, r')$  et  $r$  est le point de mesure du potentiel et  $r'$  est le point d'intégration. Ainsi, le potentiel gravitationnel liée à des déformations en surface et à l'interface manteau-noyau peut s'écrire sous la forme (Zhong et al., 2003; Ribe, 2007) :

$$\Phi_{g_{jm}} = -\frac{4\pi G}{2j+1} \left( R_s \left( \frac{r}{R_s} \right)^j \rho_m u_{jm}^s + R_n \left( \frac{R_n}{r} \right)^{j+1} (\rho_n - \rho_m) u_{jm}^n \right) \quad (2.82)$$

où  $R_n$  est le rayon du noyau,  $u_{jm}^s$  et  $u_{jm}^n$  sont respectivement les déplacements à la surface et à l'interface manteau-noyau pour le degré  $j$  et l'ordre  $m$  et  $\rho_m$  et  $\rho_n$  les masses volumiques du manteau et du noyau. Nous prendrons en compte, par la suite, que le degré 2 et l'ordre 0 pour ce potentiel.

Le potentiel centrifuge pour un corps en rotation est (Murray et Dermott, 1999) :

$$\Phi_c = -\frac{1}{2} \omega^2 a^2 \sin^2 \theta = \frac{1}{3} \omega^2 a^2 (P_2(\cos \theta) - 1) \quad (2.83)$$

Ces deux potentiels sont utilisés dans la résolution de l'équation 2.75, et l'ensemble de ces équations est résolu dans le programme de relaxation (cf sec. 2.3.3).

### 2.3.2 Tenseur d'inertie

L'inertie d'un corps est sa capacité à résister à un mouvement quelconque (rotation ou translation). On définit le moment d'inertie comme sa capacité à résister à une mise en rotation autour d'un axe. On parle plus souvent de tenseur d'inertie  $I_{ij}$  en parlant de la matrice  $3 \times 3$  qui la représente. Ainsi le tenseur d'inertie  $I_{ij}$  d'une planète de densité  $\rho$  est (Matsuyama et al., 2007) :

$$I_{ij} = \int_V \rho (r^2 \delta_{ij} - r_i r_j) dV \quad (2.84)$$

où  $V$  est le volume du corps. On peut également trouver un système de coordonnées dans lequel cette matrice est diagonale. Les composantes non-nulles de cette matrice sont appelées les moments d'inertie principaux. On les note comme  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

Dans le cas d'un corps sphérique homogène  $I$  vaut  $\frac{2}{5}Mr^2$  avec  $M$  la masse de la sphère. Les moments d'inertie principaux sont dans ce cas là tous égaux entre eux du fait des symétries d'une sphère. Dans un cas le cas de Japet, on peut modéliser sa surface à l'aide d'un ellipsoïde d'axes  $a$ ,  $b$  et  $c$  (Fig. 2.15). Les moments d'inertie principaux sont dans ce cas :

$$A = \frac{1}{5}M(b^2 + c^2) \quad (2.85)$$

$$B = \frac{1}{5}M(a^2 + c^2) \quad (2.86)$$

$$C = \frac{1}{5}M(a^2 + b^2) \quad (2.87)$$

Dans le cas d'une sphère nous avons  $a = b = c = r$  ainsi nous retrouvons la matrice d'inertie de la sphère précédemment vue. Pour le cas d'une planète en rotation et isolée d'interaction de marée importante, on peut définir celui-ci comme un sphéroïde oblate avec  $a = b \neq c$ .

La mesure du moment d'inertie d'une planète peut-être déterminé précisément à l'aide de mesure de précession de son axe de rotation due à des moments agissant sur son bourrelet équatoriale. Les valeurs sont données en moment d'inertie normalisé à la masse de la planète multiplié par le carré de son rayon ( $J = I/(MR^2)$ ). Pour un corps sphérique homogène la valeur de  $J$  est de 0,4. Une valeur inférieure signifie que le corps offre moins de résistance à une mise en rotation et que les masses sont concentrés en son centre. Le degré de différenciation des corps peut donc être estimé à partir de cette valeur.

Pour la Terre  $J$  vaut 0,3307 alors que pour la Lune  $J = 0,394$  (Lodders et Fegley, 1998). La Lune sera donc très peu différencié. Pour les cas qui nous intéresse, le moment d'inertie normalisé est suggéré entre 0,325 et 0,34 par Harder et Schubert (2001) pour des teneurs soufre compatible avec notre étude. Rambaux et al. (2007) donnent pour ces même teneurs des moments comparables compris entre 0,335 et 0,345. Sur la base de ces mesure on peut affirmer que Mercure est différencié à l'heure actuelle. Pour les satellites de glace quelques valeurs ont été obtenue. Pour Ganymède (Anderson et al., 1996) donnent une valeur de 0,311 ce qui en fait un corps fortement différencié. Dans le cas de Japet aucune mesure du moment d'inertie n'a été effectuée.

### 2.3.3 Calcul de la relaxation

Le code visco-élastique permet de calculer les déplacements de la surface d'un corps sphérique dus à une force (exemple : la force centrifuge). Ce code est utilisé dans le calcul de l'aplatissement polaire de Japet ainsi que dans le cas de Mercure. Il utilise en entrée un profil de viscosité du corps, celle-ci est une moyenne à chaque profondeur de la viscosité donnée par OEDIPUS. Les caractéristiques du corps (rayon moyen, densité, rayon du noyau externe ...) sont écrites soit directement dans le code, si le calcul est fait après le calcul de l'évolution par OEDIPUS, soit transmise au code si celui-ci est utilisé comme un sous-programme d'un code principal. Le programme résout les équations 2.78, 2.79 et 2.80 en développant en harmoniques sphériques les différentes variables en jeu.

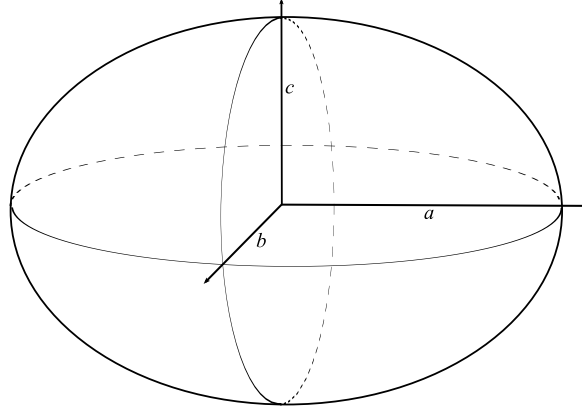


FIG. 2.15 – Dessin d'un ellipsoïde d'axes  $a$ ,  $b$  et  $c$ . Dans le cas d'un satellite déformé par une vitesse de rotation importante, on peut le comparer à un ellipsoïde où  $a = b$  appelé aussi sphéroïde oblate.

### 2.3.3.1 Les harmoniques sphériques

Une fonction complexe et continue  $f(\theta, \phi)$  peut se décomposer en une série d'harmoniques sphériques :

$$f(\theta, \phi) = \sum_{j=0}^{+\infty} \sum_{m=-j}^j f_{jm} Y_{jm}(\theta, \phi) \quad (2.88)$$

où les  $f_{jm}$  sont les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques et les  $Y_{jm}$  sont les fonctions harmoniques sphériques de degré  $j$  et d'ordre  $m$ . Les  $Y_{jm}(\theta, \phi)$  peuvent se définir comme :

$$Y_{jm}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi} \frac{(j-m)!}{(j+m)!}} P_{jm}(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (2.89)$$

où  $P_{jm}(x)$  est le polynôme de Legendre associé avec  $x = \cos \theta$ . Dans le cadre du développement d'un vecteur ou bien d'un tenseur les fonctions harmoniques sphériques prennent une forme légèrement différentes. On écrit dans le cadre d'un vecteur  $\vec{f}(r, \theta, \phi)$  :

$$\vec{f}(r, \theta, \phi) = \sum_{j=0}^{+\infty} \sum_{m=-j}^j \sum_{\ell=|j-1|}^{|j+1|} f_{jm}^{\ell} \vec{Y}_{jm}^{\ell}(\theta, \phi) \quad (2.90)$$

où de manière analogue au cas précédent d'un scalaire les  $f_{jm}^{\ell}$  sont les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques. Le vecteur harmonique définit la partie sphéroïdale de  $\vec{f}(r, \theta, \phi)$  si  $\ell = j \pm 1$  et sa partie toroïdale si  $\ell = j$ . Un tenseur  $\mathbf{f}(r, \theta, \phi)$  se développe comme :

$$\mathbf{f}(r, \theta, \phi) = \sum_{j=0}^{+\infty} \sum_{m=-j}^j \sum_{\ell=|j-1|}^{|j+1|} \sum_{k=0}^2 f_{jm}^{\ell k} \mathbf{Y}_{jm}^{\ell k}(\theta, \phi) \quad (2.91)$$

où le tenseur d'harmoniques sphérique décrit la trace de  $\mathbf{f}(r, \theta, \phi)$  si  $k = 0$ , sa partie anti-symétrique si  $k = 1$  et sa partie déviatorique si  $k = 2$ . Dans les équations précédentes, les harmoniques sphériques sont normalisées de la manière suivante :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{jm}(\theta, \phi) \bar{Y}_{j'm'}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = \delta_{jj'} \delta_{mm'} \quad (2.92)$$

où  $\bar{Y}$  dénote le complexe conjugué de  $Y$ . Cette normalisation est celle du code de relaxation, néanmoins une autre normalisation peut être utilisée comme dans le code de dissipation :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{jm}(\theta, \phi) \bar{Y}_{j'm'}(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi \delta_{jj'} \delta_{mm'} \quad (2.93)$$

Dans ce cas, les  $Y_{jm}(\theta, \phi)$  s'écrivent :

$$Y_{jm}(\theta, \phi) = \sqrt{(2j+1) \frac{(j-m)!}{(j+m)!}} P_{jm}(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (2.94)$$

Dans cette partie, seule la première normalisation (Eq. 2.92) est utilisée. Les polynômes de Legendre sont, à leur tour, définis comme :

$$P_{jm}(x) = \frac{(-1)^m}{2^j j!} (1-x^2)^{m/2} \frac{d^{j+m}}{dx^{j+m}} (x^2-1)^j \quad (2.95)$$

On peut noter quelques harmoniques sphériques utiles comme :

$$\begin{aligned} Y_{00} &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \\ Y_{10} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos \theta \\ Y_{20} &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1) \\ Y_{21} &= -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} (\sin \theta \cos \theta e^{i\phi}) \end{aligned}$$

Ainsi le potentiel centrifuge (Eq. 2.83) peut s'écrire :

$$\Phi_c = -\frac{\omega^2 a^2}{3} \sqrt{\frac{4\pi}{5}} Y_{20} + \frac{\omega^2 a^2}{3} Y_{00} \quad (2.96)$$

### 2.3.3.2 Résolution des équations

Le code utilise les développements en harmoniques sphériques afin de calculer le déplacement ainsi que le tenseur des contraintes en chaque point du maillage. Les équations 2.78, 2.79 et 2.80 sont résolues dans ce code. Dans un premier temps on commence par décomposer toutes les variables impliquées dans le calcul en série d'harmonique sphérique,

soit :

$$\boldsymbol{\sigma}(r, \theta, \phi) = \sum_{j=0}^{jmax} \sum_{m=-j}^j \left( \sigma_{jm}^{j0}(r) \mathbf{Y}_{jm}^{j0}(\theta, \phi) + \sum_{l=|j-2|}^j \sigma_{jm}^{l2}(r) \mathbf{Y}_{jm}^{l2}(\theta, \phi) \right) \quad (2.97)$$

$$f(r, \theta, \phi) = \sum_{j=0}^{jmax} \sum_{m=-j}^j \sum_{l=|j-1|}^{j+1} (f_{jm}^l(r) Y_{jm}^l(\theta, \phi)) \quad (2.98)$$

$$u(r, \theta, \phi) = \sum_{j=0}^{jmax} \sum_{m=-j}^j \sum_{l=|j-1|}^{j+1} (u_{jm}^l(r) Y_{jm}^l(\theta, \phi)) \quad (2.99)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes,  $f$  est la où les forces agissant sur le corps et  $u$  le déplacement.

L'équation 2.97 provient de  $\boldsymbol{\sigma} = -1/3 Tr(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}$ . Ainsi le premier terme de cette équation se décompose en :

$$Tr(\boldsymbol{\sigma}) = \sum_{j=0}^{jmax} \sum_{m=-j}^j (\sigma_{jm}^{j0}(r) \mathbf{Y}_{jm}^{j0}(\theta, \phi)) \quad (2.100)$$

et le second en :

$$\boldsymbol{\tau} = \sum_{j=0}^{jmax} \sum_{m=-j}^j \sum_{l=|j-2|}^j (\sigma_{jm}^{l2}(r) \mathbf{Y}_{jm}^{l2}(\theta, \phi)) \quad (2.101)$$

De plus amples détails pour le développement d'un tenseur en harmoniques sphériques peuvent être trouvés dans [Varshalovich et al. \(1988\)](#). Il faut ensuite substituer ces valeurs à l'intérieur des équations 2.78 à 2.80. Les termes qui vont demander un développement sont les termes en divergence ( $\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$ ) et en gradient ( $\nabla u$ ). Prenons par exemple l'équation 2.78, celle-ci se développe comme :

$$\nabla \cdot u = \sum_{j=0}^{jmax} \sum_{m=-j}^j \sum_{l=|j-1|}^{j+1} (\nabla (u_{jm}^l(r) Y_{jm}^l(\theta, \phi))) \quad (2.102)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot u = \sum_{j=0}^{jmax} \sum_{m=-j}^j & \left( u_{jm}^{j-1}(r) Y_{jm}^{j-1}(\theta, \phi) + \right. \\ & \left. u_{jm}^j(r) Y_{jm}^j(\theta, \phi) + u_{jm}^{j+1}(r) Y_{jm}^{j+1}(\theta, \phi) \right) \end{aligned} \quad (2.103)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot u = \sum_{j=0}^{jmax} \sum_{m=-j}^j & \left( \sqrt{\frac{j}{2j+1}} \left( \frac{d}{dr} + \frac{j-1}{r} \right) u_{jm}^{j-1}(r) Y_{jm}^{j-1}(\theta, \phi) \right. \\ & \left. - \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} \left( \frac{d}{dr} + \frac{j+2}{r} \right) u_{jm}^{j+1}(r) Y_{jm}^{j+1}(\theta, \phi) \right) \end{aligned} \quad (2.104)$$

Une identification de cette équation (Eq. 2.104) avec son membre de droite (c'est à dire 0), permet d'en déduire les coefficients du développement en harmonique sphérique, soit les termes  $u_{jm}^{j-1}$  et  $u_{jm}^{j+1}$ . Nous procédons de la même manière avec chacune des équations



à résoudre, on peut ainsi construire une matrice  $6 \times 6$  des coefficients en harmoniques sphériques qu'on multiplie par la matrice des termes correspondants :

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{61} & \cdots & C_{66} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_{jm}^{j-1} \\ u_{jm}^{j+1} \\ \sigma_{jm}^{j-2,2} \\ \sigma_{jm}^{j,2} \\ \sigma_{jm}^{j0} \\ \sigma_{jm}^{j+2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^t \frac{\mu}{\eta} \sigma_{jm}^{j-2,2} dt' \\ \int_0^t \frac{\mu}{\eta} \sigma_{jm}^{j,2} dt' \\ f_{jm}^{j-1} \\ f_{jm}^{j+1} \\ 0 \\ \int_0^t \frac{\mu}{\eta} \sigma_{jm}^{j+2,2} dt' \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

Ce système d'équations est fait à chaque profondeur, ainsi la matrice globale pour notre corps aura une taille  $6n \times 6n$  où  $n$  est le nombre de niveaux considérés.

Dans le cas de l'aplatissement  $a - c$  d'un corps, nous devons obtenir le déplacement radial  $u_r$  de la surface à l'équateur et au pôle. Nous devons calculer  $\vec{u} \cdot \vec{e}_r$  or le produit d'un vecteur d'harmoniques sphériques et d'un vecteur unité s'écrit :

$$\vec{u} \cdot \vec{e}_r = \frac{1}{\sqrt{2j+1}} \left( \sqrt{j} u_{jm}^{j-1} - \sqrt{j+1} u_{jm}^{j+1} \right) Y_{jm}(\theta, \Phi) \quad (2.106)$$

Dans notre cas  $j=2$  et  $m=0$ , ainsi suivant la valeur de  $\theta$  ( $Y_{20}$  ne dépend que de  $\theta$ ) on trouve la valeur du déplacement à la latitude voulue en fonction des coefficients  $u_{jm}^{j-1}$  et  $u_{jm}^{j+1}$  donnés par le programme.

### 2.3.3.3 Conditions aux limites

Des conditions aux limites sont ajoutées à la surface et à la base de la zone modélisée, celles-ci dépendent bien évidemment du corps considéré. Pour le cas de Japet, le satellite est supposé homogène, les conditions limites à la base de notre modèle prendront en compte un matériau sous-jacent identique à celui modélisé. Par contre, dans le cas de Mercure, nous supposons un modèle à deux couches manteau-noyau. Le noyau est supposé être entièrement liquide, les conditions limites à la base seront donc pour un matériau liquide de masse volumique différente de celui du manteau. Les conditions limites en surface, sont quant à elles, identiques dans les deux cas. Deux conditions seront utilisées : pour les déplacements on utilise une condition free-slip soit :

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{e}_r) = ((\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{e}_r) \cdot \vec{e}_r) \vec{e}_r \quad (2.107)$$

où  $\vec{e}_r$  est le vecteur unité normal à la surface. Cette condition permet ainsi le déplacement tangentiel. La deuxième condition exprime le bilan des forces radiales en surface :

$$-(u \cdot \vec{e}_r) \rho_m g_s = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{e}_r) \cdot \vec{e}_r \quad (2.108)$$

où  $\rho_m$  est la masse volumique du manteau et  $g_s$  est l'accélération de la gravité en surface. Les conditions à la base vont être exactement les mêmes en les adaptant au matériau sous-jacent à la limite (solide ou liquide). Dans le cas de Japet ou de Mercure on aura ainsi la même condition free-slip à la base par contre le bilan des forces à l'interface est différent. Dans le cas solide de Japet on a ainsi :

$$u \cdot \vec{e}_r = 0 \quad (2.109)$$

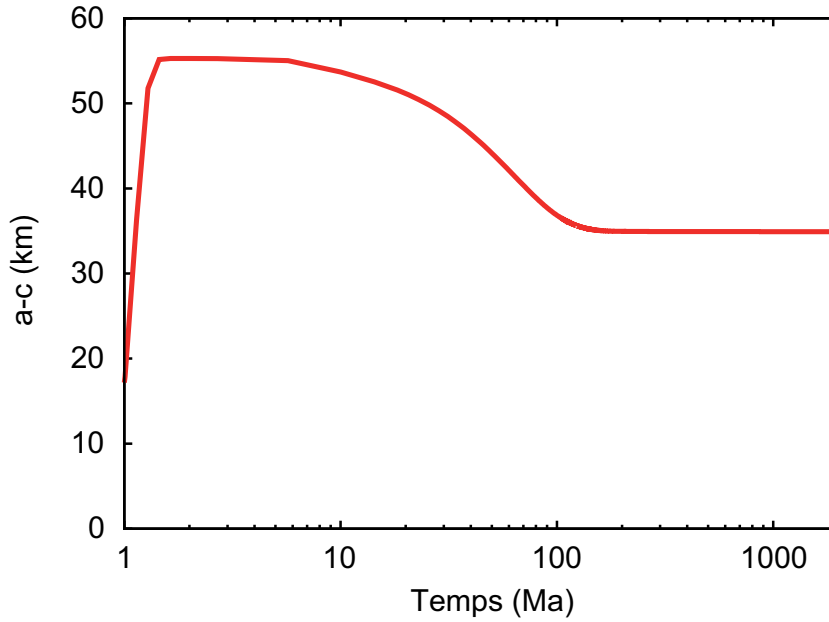


FIG. 2.16 – Exemple d'évolution de l'aplatissement d'un corps soumis à une force centrifuge. Le cas traité ici est celui de Japet.

alors que pour Mercure on a :

$$-(u \cdot e_r)9\rho_c - \rho_m)g_{cmb} = (\sigma \cdot e_r) \cdot e_r + \rho_c(\Phi_c + \Phi_g) \quad (2.110)$$

où  $g_{cmb}$  est la gravité à l'interface manteau-noyau,  $\rho_c$  est la densité moyenne du noyau et  $\Phi_g$  et  $\Phi_c$  sont respectivement le potentiel gravitationnel (la self-gravitation) et centrifuge (cf Eq. 2.82 et 2.83).

### 2.3.3.4 Tests et exemples

Ce code a été premièrement utilisé dans le cas de Japet, afin de calculer l'aplatissement du corps en fonction de l'évolution de sa vitesse de rotation. Les tests que nous avons effectués sur le programme ont eu pour but de vérifier l'aplatissement d'un corps. Nous avons, dans un premier temps, utilisé l'expression donnée par [Murray et Dermott \(1999\)](#) pour calculer l'aplatissement d'un corps de densité uniforme soumis à une force centrifuge (nous avons pris également une viscosité uniforme de  $10^{16}$  Pa.s afin de se rapprocher au maximum d'un cas fluide), soit  $f \approx 5q/4$  avec  $q$  donnée par le rapport de la force centrifuge à la force gravitationnelle :  $\frac{\omega^2 a^3}{GM}$ . Le code nous donne  $a - c$  avec  $a$  le rayon équatorial et  $c$  le rayon polaire. Pour un corps ayant une rotation sur lui-même de 1407 heures (cas de Japet) le code nous donne un aplatissement de  $6,35 \times 10^{-6}$  alors que l'équation nous donne  $6,36 \times 10^{-6}$ , l'écart entre les deux valeurs est donc minime.

## 2.4 Dynamique de l'axe de rotation

### 2.4.1 True Polar Wander

Nous avons vu précédemment que la vitesse de rotation d'un corps planétaire pouvait varier suivant les forces de marées qui lui étaient appliquées. Nous venons également de voir que le moment d'inertie décrit la capacité d'un corps à résister à une rotation. La dynamique interne, en mesure de modifier le moment d'inertie par la redistribution des masses qu'elle occasionne, peut donc conduire à des changements de la rotation du corps. Deux types de variations peuvent être considérés : la première, que nous avons déjà vue, concerne la vitesse de rotation du corps. L'autre variation de la rotation possible fait suite à un changement de position de l'axe de rotation : la position des pôles géographiques évolue avec le temps par rapport à une référence terrestre fixe (comme on suppose que l'est le référentiel issu des points chauds). Ce phénomène s'appelle un "True Polar Wander" (où TPW) (Fig. 2.17). Un mouvement apparent est également visible, il est appelé "Apparent Polar Wander" (APW) et est dû aux mouvements des plaques tectoniques. D'un point de vue des référentiels deux cas sont possibles : dans un référentiel géocentrique on voit l'axe de rotation de la planète qui glisse vers l'équateur alors que dans un référentiel héliocentrique l'axe de rotation de la planète est fixe et c'est celle-ci qui bouge par rapport à l'axe de rotation (cf Fig. 2.17). Par la suite nous nous placerons dans un référentiel géocentrique.

La fluctuation de la position des pôles géographiques est connue et observée depuis les travaux d'Euler au XVIII<sup>e</sup> siècle. Ces mouvements ne sont pas nouveaux et des traces peuvent en être retrouvées sur Terre grâce aux données paléomagnétiques (e.g. [Besse et Courtillot, 1991](#)). Il faut néanmoins supposer que l'axe de rotation et l'axe magnétique restent fixe, l'un par rapport à l'autre, sur de longues périodes de temps. Un mouvement apparent du pôle, lié aux mouvements des plaques, est ainsi décelable. Le retrait de cette dérive des continents permet d'obtenir une mesure du vraie mouvement du pôle. Pour la Terre, ce mouvement est estimé entre 10 et 30 degrés sur les 100 à 200 derniers millions d'années ([Prévot et al., 2000](#); [Sager et Koppers, 2000](#); [Besse et Courtillot, 2002](#)). [Kirschvink et al. \(1997\)](#) font l'hypothèse d'un mouvement encore plus important il y a environ 500 millions d'années : le pôle aurait migré d'environ 90°. Ce mouvement peut se produire si la valeur d'un des axes d'inerties équatoriaux devient supérieur à la valeur de l'axe d'inertie polaire, on l'appelle : IITPW (Inertial Interchange True Polar Wander).

Plusieurs événements en surface peuvent être la cause d'un vrai mouvement du pôle. Sur la Terre, la déstabilisation de l'axe de rotation peut être due aux calottes polaires lors d'épisode de glaciation ([Sabadini et Peltier, 1981](#); [Sabadini et al., 2002](#); [Mitrovica et al., 2005](#)). Le mouvement des masses continentales à travers la tectonique des plaques peut également produire un mouvement de l'axe de rotation ([Zhong et al., 2007](#); [Phillips et al., 2009](#)). Sur les autres corps du Système Solaire des impacts météoritiques catastrophiques sont souvent évoqués pour fournir la cause d'un changement de l'axe de rotation. Sur Mercure, la formation du bassin d'impact Caloris peut avoir conduit à un mouvement de 10 à 45 degré du pôle ([Matsuyama et Nimmo, 2009](#)). Enfin dans le cas de Mars, [Roberts et Zhong \(2007\)](#) suggèrent que la formation de la dichotomie hémisphérique pourrait avoir entraînée un événement majeur de True Polar Wander. On évoque également la présence du dôme volcanique de Tharsis comme une source non négligeable de mouvements

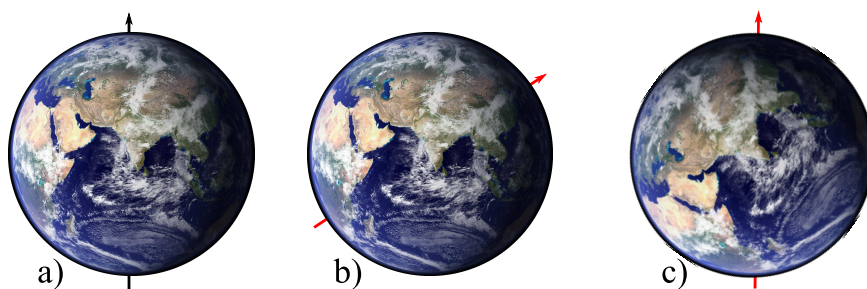


FIG. 2.17 – Exemple de True Polar Wander (TPW) pour la Terre. A gauche l'état initial (a)) et à droite l'état final (b) ou c)). Dans le cas b) nous nous plaçons dans un référentiel géocentrique et c'est l'axe de rotation qui nous paraît bouger alors que dans le cas c) nous sommes dans un référentiel héliocentrique où nous voyons la Terre pivoter légèrement par rapport à son axe de rotation qui reste fixe.

(Willemann, 1984; Matsuyama et al., 2006).

Des mouvements de masse à l'intérieur des corps peuvent également conduire à ce phénomène. Le plongeon dans le manteau terrestre de plaques lors de la subduction peut amener à ce résultat (Spada et al., 1992). Lors de la formation de panache chaud, une grande quantité de matière de densité plus faible remonte et peut déséquilibrer le corps (Spada et al., 1996; Richards et al., 1999; Greff-Lefftz, 2005; Phillips et al., 2009). Une convection de degré un (convection avec un seul panache montant et un seul descendant) devrait conduire à ce phénomène sur Mars (Roberts et Zhong, 2006; Rouby et al., 2008). Les geysers observés sur le satellite de Saturne, Encelade, pourraient être dus à un panache mantellique qui aurait ainsi causé une réorientation de l'axe de rotation du satellite (Nimmo et Pappalardo, 2006).

La physique de la stabilité à long terme d'un corps planétaire sujet à des chargements de surface (dômes volcaniques où à l'inverse cratères) où des mouvements de masse internes ont été depuis longtemps étudiés (Gold, 1955; Goldreich et Toomre, 1969). Dans une première étude, Gold (1955) discute de la stabilité d'un corps hydrostatique soumis à un chargement en surface qui est partiellement non-compensé (Fig. 2.18 a,b,c). Dans ce cas, le chargement va pousser l'axe de rotation tandis que le bourrelet de rotation va avoir tendance à stabiliser la position du pôle (Fig. 2.18b). Le bourrelet se relâche peu à peu et après une période de temps assez longue (plusieurs millions d'années dépendent de la rigidité du corps), le chargement se positionne sur l'équateur (Fig. 2.18c). Willemann (1984), par la suite, introduit la présence d'une lithosphère élastique. De la même manière que précédemment, un chargement appliqué en surface pousse l'axe de rotation (Fig. 2.18d). Le bourrelet de rotation compense alors le chargement et stabilise le pôle (Fig. 2.18e). Néanmoins, la présence d'une lithosphère empêche la relaxation totale du bourrelet de rotation initial (Fig. 2.18f) et le chargement n'atteint donc pas l'équateur de la planète. Matsuyama et al. (2007) montrent que de l'énergie élastique est stockée dans la lithosphère déformée, cette énergie permettrait de réduire la taille effective du chargement.

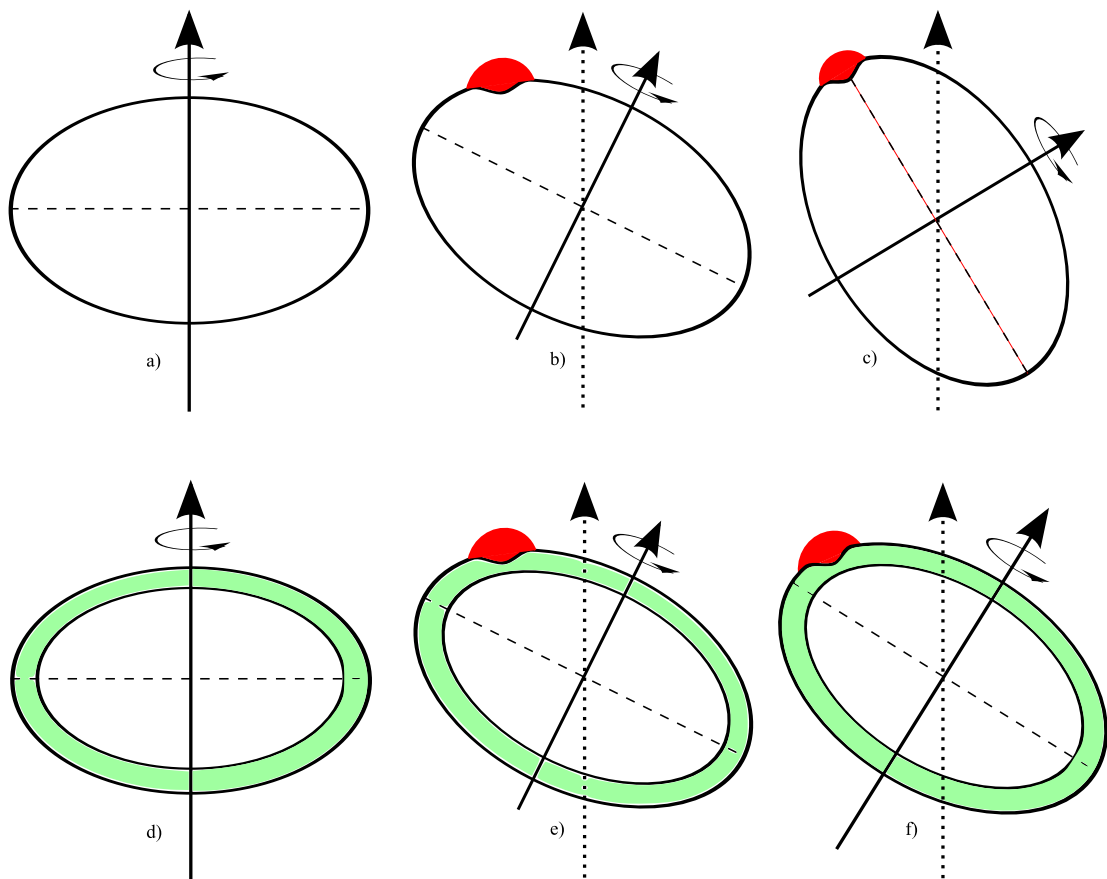


FIG. 2.18 – Un corps hydrostatique initialement à l'équilibre (a) subit un chargement. Celui-ci pousse l'axe de rotation conduisant à un True polar Wander (b). Le mouvement se poursuit jusqu'à ce que le chargement atteigne l'équateur de la planète (c). Le temps mis pour l'atteindre est fonction du temps mis pour que le bourrelet de rotation initial se relâche totalement. Dans un deuxième cas, une lithosphère élastique est incorporée en surface (d) puis un chargement est appliqué (e). La lithosphère empêche le bourrelet initial de se relâcher totalement et amène à un équilibre différent du premier cas (f). Le bourrelet partiellement relâché agit comme un contrepoids au chargement. Figure d'après [Matsuyama et al. \(2006\)](#).

### 2.4.1.1 Équation de Liouville

Le mouvement de l'axe de rotation est contrôlé par la conservation du moment angulaire (voir par exemple [Munk et MacDonald, 1960](#); [Ricard et al., 1993](#); [Martinec et Hagedoorn, 2005](#)). On écrit ainsi pour une planète en rotation :

$$\frac{dL(t)}{dt} + \Omega(t) \wedge L(t) = \mathfrak{M}(t) \quad (2.111)$$

où  $L$  est le moment angulaire,  $\Omega$  est le vecteur instantané de rotation et  $\mathfrak{M}$  est la somme des moments des forces extérieures appliquées à la planète. Cette équation est appelée “Équation de Liouville” d’une planète déformable. Le moment angulaire peut s’écrire :

$$L(t) = \mathbf{I}(t) \cdot \Omega(t) + h(t) \quad (2.112)$$

où  $\mathbf{I}(t)$  est le tenseur d’inertie de la planète et  $h(t)$  est un moment angulaire relatif lié à des mouvements correspondant aux parties fluides de la planète (atmosphère, océans). Le tenseur d’inertie se décompose en deux parties :

$$\mathbf{I}(t) = \mathbf{I}_0 + \mathbf{c}(t) \quad (2.113)$$

où  $\mathbf{I}_0$  est le tenseur d’inertie de la configuration initiale du corps et  $\mathbf{c}(t)$  est la perturbation du tenseur d’inertie  $\mathbf{I}_0$ . On peut séparer cette perturbation  $\mathbf{c}(t)$  en deux termes distincts :

$$\mathbf{c}(t) = \mathbf{c}_c(t) + \mathbf{c}_i(t) \quad (2.114)$$

où  $\mathbf{c}_c(t)$  et  $\mathbf{c}_i(t)$  représentent les perturbations du tenseur d’inertie respectivement liées au potentiel centrifuge et à la redistribution de masse internes. On peut également écrire une décomposition du vecteur rotation :

$$\Omega = \omega \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

où  $\omega$  est la vitesse de rotation et les  $m_i$  sont les perturbations de ce vecteur rotation avec  $m_1$  et  $m_2$  caractéristiques du mouvement du pôle alors que  $m_3$  contrôle, lui, la variation de la période de rotation (où encore la longueur du jour).

### 2.4.1.2 Estimation des moments d’inertie : formules de MacCullagh

La résolution des équations de Liouville demande la connaissance de plusieurs variables. Parmi celles-ci, les plus importantes sont les moments d’inertie du corps : la matrice d’inertie du corps doit ainsi être déterminée. Cette matrice se décompose en deux parties (cf Eq. 2.113) : les moments d’inertie principaux et les perturbations du tenseur d’inertie liées soit à des mouvements de masse interne, soit à un chargement en surface (bourellet équatorial dans le cas de la force centrifuge). Les moments d’inertie principaux sont déterminés grâce à des études de la rotation des corps. Nous devons, par contre, déterminer les perturbations du tenseur d’inertie, liées par exemple à un panache de matière, directement à partir de notre modèle. Pour cela, nous utilisons les formules de MacCullagh. Elles permettent de relier le potentiel gravitationnel d’un corps aux perturbations du

tenseur d'inertie. La présentation qui suit est inspirée de [Martinec et Hagedoorn \(2005\)](#), le lecteur pourra s'y référer pour des détails supplémentaires concernant les calculs qui suivent.

Le développement de l'équation 2.111 (cf sec. 5.3.3) montre que seuls trois termes de la matrice de perturbation sont à connaître :  $c_{13}$ ,  $c_{23}$  et  $c_{33}$ . Nous commençons par déterminer le terme  $(r^2\delta_{ij} - r_i r_j)$  de l'équation 2.84 dans un repère sphérique pour chacun de ces  $c_{i3}$  :

$$(r^2\delta_{13} - r_1 r_3) = -r^2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi \quad (2.116)$$

$$(r^2\delta_{23} - r_2 r_3) = -r^2 \sin \theta \cos \theta \sin \phi \quad (2.117)$$

$$(r^2\delta_{33} - r_3 r_3) = r^2(1 - \cos^2 \theta) \quad (2.118)$$

En considérant les harmoniques sphériques  $Y_{20}$  et  $Y_{21}$  (cf sec. 2.3.3.1) et en posant que  $c(t) = c_{13}(t) + ic_{23}(t)$  nous pouvons écrire :

$$c(t) = 2\sqrt{\frac{2\pi}{15}} \int_S \rho(r) Y_{21}(\theta, \phi) r^2 dS \quad (2.119)$$

$$c_{33}(t) = \frac{2}{3} \int_S \rho(r) \left(1 - 2\sqrt{\frac{\pi}{5}} Y_{20}(\theta, \phi)\right) r^2 dS \quad (2.120)$$

D'un autre coté, le potentiel gravitationnel peut également se décomposer en une somme d'harmoniques sphériques qu'on peut écrire :

$$\Phi_g(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{m=-j}^j \left(\frac{R_s}{r}\right)^{j+1} \Phi(t)_{jm} Y_{jm}(\theta, \phi) \quad (2.121)$$

où les  $\Phi(t)_{jm}$  sont les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques de  $\Phi_g(t)$ ,  $R_s$  est le rayon moyen du corps et  $r$  est la distance au point de mesure du potentiel. Les formules de MacCullagh sont alors les relations entre ces coefficients et les  $c_{ij}$  :

$$c(t) = -\sqrt{\frac{5}{6\pi}} \frac{R_s^3}{G} \bar{\Phi}_{21}(t) \quad (2.122)$$

$$c_{33}(t) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \frac{R_s^3}{G} \Phi_{20}(t) + \frac{1}{3} Tr(\mathbf{c}(t)) \quad (2.123)$$

où  $\bar{\Phi}_{21}(t)$  est le complexe conjugué de  $\Phi_{21}(t)$ ,  $G$  est la constante de gravitation universelle et  $Tr$  est la trace du tenseur des perturbations  $\mathbf{c}(t)$ . De manière générale, nous pouvons obtenir de la même façon tous les  $c_{ij}$  en fonction des  $\Phi(t)_{jm}$ . Ces relations sont également données dans plusieurs études (e.g. [Greff-Lefftz, 2005](#); [Matsuyama et al., 2006](#)). On peut donc relier les perturbations d'inertie liées à des mouvements de masse interne au potentiel gravitationnel en surface. Nous devons dorénavant obtenir la décomposition en harmoniques sphériques de ce potentiel pour notre cas d'étude.

## 2.4.2 Anomalies du potentiel gravitationnel, Topographie et Géoïde associés

La résolution des équations de Liouville nécessite de connaître les moments d'inertie du corps en rotation. Ceux-ci sont déterminés grâce à la connaissance du potentiel gravi-



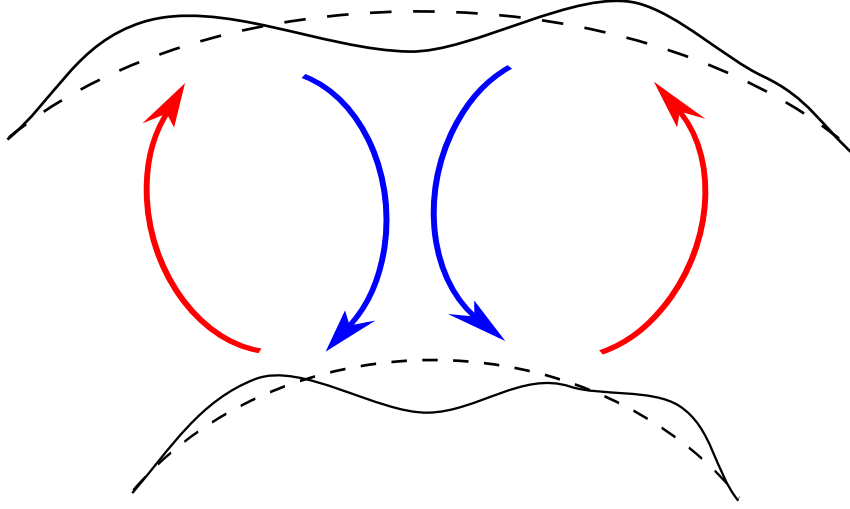


FIG. 2.19 – Création d’une topographie dynamique due à une convection mantellique. La surface (trait plein) est déformée par rapport à une surface moyenne (en tiret) soit par les remontés de panaches chauds (en rouge) ou les plongeons de matière plus froide (en bleue).

tationnel du corps. *OEDIPUS* permet le calcul de ce potentiel ainsi que la topographie et le géoïde qui y sont associés.

#### 2.4.2.1 Anomalie du potentiel gravitationnel

La convection mantellique donne naissance à un écoulement. Les contraintes associées agissent sur les interfaces (avec le noyau ou en surface, ainsi que des interfaces internes potentielles) en les déformant. Une topographie dynamique est ainsi créée. Les anomalies du potentiel gravitationnel induites par la convection thermique sont une superposition des signaux gravitationnels créés par la topographie à l’interface manteau-noyau et en surface ainsi que les signaux dus aux anomalies de densités du manteau (Choblet et al., 2007). On peut ainsi écrire ces anomalies comme (Choblet et al., 2007) :

$$\begin{aligned}
 \Phi_{an}(r, \theta, \phi) = & -\frac{Ga^2}{g_o} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\sigma_{rr}(a, \theta', \phi') - \bar{\sigma}_{rr}(a)}{d(a, \theta', \phi' | r, \theta, \phi)} \sin \theta' d\theta' d\phi' \\
 & + \frac{Gr_{ic}^2}{g_c} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\sigma_{rr}(r_{ic}, \theta', \phi') - \bar{\sigma}_{rr}(r_{ic})}{d(r_{ic}, \theta', \phi' | r, \theta, \phi)} \sin \theta' d\theta' d\phi' \\
 & + G \int_{r_c}^a \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\Delta\rho(r', \theta', \phi')}{d(r', \theta', \phi' | r, \theta, \phi)} r'^2 \sin \theta' d\theta' d\phi' dr' \quad (2.124)
 \end{aligned}$$

où  $G$  est la constante de gravitation universelle,  $a$  le rayon moyen en surface,  $r_{ic}$  le rayon du noyau,  $\sigma_{rr}$  la composante radiale de la contrainte normale (soit la force de traction) et  $\bar{\sigma}_{rr}$  sa valeur moyenne,  $\Delta\rho$  les anomalies de densité dans le manteau et  $d(r', \theta', \phi' | r, \theta, \phi)$

la distance entre les points de coordonnées  $(r', \theta', \phi')$  et  $(r, \theta, \phi)$ . La contrainte  $\sigma_{rr}$  est directement donnée par *OEDIPUS* à travers l'expression :

$$\sigma_{rr}(a, \theta, \phi) = -p(a, \theta, \phi) + 2\eta(a, \theta, \phi) \left[ \frac{\partial v_r(r, \theta, \phi)}{\partial r} \right]_{r=a} \quad (2.125)$$

où  $p$  est la pression,  $\eta$  la viscosité et  $v_r$  la composante radiale de la vitesse du fluide. L'incorporation des équations dans *OEDIPUS* se fait avec les différentes variables sous forme adimensionnée. L'équation 2.125 est ainsi résolue directement sous cette forme, par contre l'équation 2.124 est calculée en utilisant une méthode spectrale. Les contraintes  $\sigma_{rr}$  sont ainsi exprimées sous forme d'harmoniques sphériques et l'expression des anomalies de potentiel s'exprime comme (Choblet et al., 2007) :

$$\begin{aligned} \Phi_{\ell m}(r) = \frac{4\pi r}{2\ell + 1} \left[ -\frac{(\sigma_{rr}^s)_{\ell m}}{Ra} \left(\frac{a}{r}\right)^{\ell+2} \right. \\ \left. + \frac{(\sigma_{rr}^c)_{\ell m}}{Ra} \left(\frac{r_{ic}}{r}\right)^{\ell+2} - \int_{r_c}^a \left(\frac{r'}{r}\right)^{\ell+2} T_{\ell m}(r') dr' \right] \end{aligned} \quad (2.126)$$

où les  $\ell_m$  sont les coefficients de degré  $\ell$  et d'ordre  $m$  de la variable. On obtient donc en sortie d'*OEDIPUS* ces coefficients pour la décomposition de  $\sigma_{rr}$  à  $r = a$  et à  $r = r_{ic}$  ainsi que celle de la température  $T$  qui est représentative des anomalies de densité. Le calcul de  $\Phi_{an}$  se fait dans un programme externe suivant l'équation 2.126.

#### 2.4.2.2 Topographie et Géoïde

La topographie dynamique  $t_s(\theta, \phi)$  liée à la convection mantellique est la déviation de la surface par rapport à un rayon moyen  $a$  (Fig. 2.19) :

$$t_s(\theta, \phi) = r_s(\theta, \phi) - a \quad (2.127)$$

où  $r_s(\theta, \phi)$  est le rayon de la surface à un point quelconque. Cette topographie est calculée par l'équilibre des contraintes suivant (Choblet et al., 2007) :

$$\sigma_{rr}(a, \theta, \phi) - \bar{\sigma}_{rr}(a) = \rho_0 g t_s(\theta, \phi) \quad (2.128)$$

où  $\rho_0$  est la masse volumique de surface et  $g$  l'accélération de la gravitation en surface. Dans *OEDIPUS*, les interfaces sphériques qui bornent le domaine numérique ne sont pas déformable. La détermination du géoïde  $N(\theta, \phi)$  se fait donc directement à partir des anomalies du potentiel gravitationnel :

$$N(\theta, \phi) = \frac{\Phi_{an}(a, \theta, \phi)}{g} \quad (2.129)$$

On peut, de cette manière, examiner l'influence d'une convection de degré un (un seul panache montant et un seul descendant) sur la topographie et le géoïde en surface. Dans le cas de Mars, il est supposé qu'une convection de ce type aurait produit la dichotomie de relief entre les deux hémisphères nord et sud.

## Conclusion

Nous venons de voir dans cette section différents aspects physiques à prendre en compte lors de l'étude de l'évolution primordiale d'un corps du Système Solaire. Son évolution thermique primordiale peut se dérouler de manière conductive (cas de Mercure) ou convective (cas de Japet). Cette évolution conditionne la viscosité en son intérieur. Cette viscosité, à son tour, permet de pouvoir dissiper l'énergie de rotation du corps à travers les forces de marées. La période de rotation évolue ainsi et décroît au fur et à mesure de l'évolution du corps. Dans le même temps, la viscosité interne et la vitesse de rotation permettent d'obtenir l'évolution de la forme de notre corps.

Tous ces aspects sont donc couplés les uns aux autres et ne peuvent être étudiés séparément.

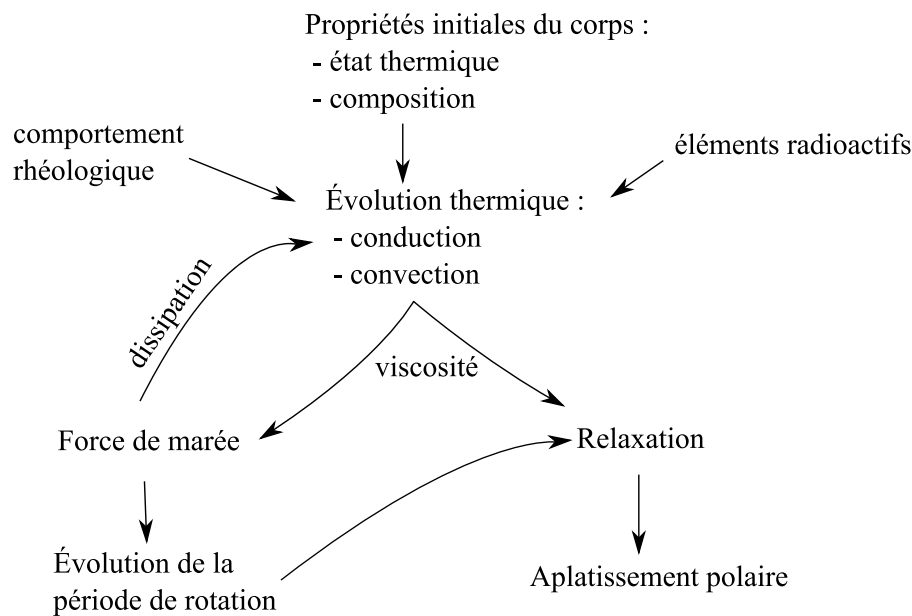


FIG. 2.20 – Couplage existant entre différents aspects de l'évolution primordiale d'un corps du Système Solaire.

## Chapitre 3

### Mercure

Mercure est la planète la plus proche de notre étoile. Depuis la sonde Mercury 10 dans les années 1970, beaucoup de questions ont été soulevées par les découvertes occasionnées lors du survol de ce corps.

La surface de Mercure montre des zones de compressions telles les escarpements lobés ([Strom et al., 1975](#)), suggérant que Mercure a subi un changement de forme durant son évolution (e.g ([Dombard et Hauck, 2008](#))). Ce comportement compressif indique une contraction globale et l'apparente orientation nord-sud suggère un possible effet du ralentissement de la période de rotation du aux forces de marées ([Melosh et Dzurisin, 1978](#)). Ce ralentissement et cette contraction résultent de l'évolution de son intérieur. Le temps nécessaire à l'obtention de la période de rotation actuelle n'est pas clairement établi. L'analyse des terrains associés aux escarpements lobés fournit des preuves d'une formation après la fin du grand bombardement météoritique (LHB : Late Heavy Bombardment) ([Watters et al., 1998](#)). Néanmoins le manque de forte dépendance longitudinale de ces escarpements lobés indique que le ralentissement de la période de rotation arrive avant la fin du LHB, les anciennes marques tectoniques de surface aurait été effacées par le LHB. Une autre particularité de Mercure est la présence d'un champ magnétique intrinsèque. Celui-ci pourrait provenir d'une dynamo liée à des mouvements convectifs dans une partie liquide du noyau ([Williams et al., 2007](#)). De plus, les mesures de libration de Mercure indiquent la présence d'une partie liquide dans son noyau ([Margot et al., 2007](#)). Il reste cependant la nécessité de montrer que l'évolution thermique de Mercure peut supporter la présence d'un noyau partiellement liquide de nos jours.

Les résultats que je présente par la suite se situent sur deux axes : premièrement la description de l'évolution primordiale de Mercure (sur les 100 premiers millions d'années) qui se focalise sur l'obtention de la forme et de la période de rotation actuelle, puis une évolution à plus long terme qui permet de regarder le début de la convection ainsi que l'évolution du noyau. Je commence par examiner les conditions initiales et les paramètres physiques que j'ai employés pour l'obtention de ces résultats. Nous présentons ensuite les résultats et enfin nous les discutons ainsi que les différents paramètres employés.

## 3.1 Modèle

L'obtention des résultats présentés dans ce chapitre s'est faite grâce à trois types de programmes distincts. En premier lieu, deux codes d'évolutions thermiques, le premier est un code de conduction (cf sec. 2.1.1) qui a servi à l'étude des premiers millions d'années et le second est *OEDIPUS* (cf sec. 2.1.3) qui a permis de déterminer le début de la convection ainsi que l'évolution du noyau. Le deuxième type de code concerne la relaxation (cf sec. 2.3.3) et enfin le dernier type correspond à la dissipation des forces de marées (cf sec. 2.2.5). Tous les différents paramètres utilisés et testés dans ces codes sont synthétisés respectivement dans les tableaux 3.5 et 3.4 situés à la fin de cette section.

### 3.1.1 Structure et composition de Mercure

Nous supposons que Mercure, à la fin de son accréation, est parfaitement différencié en un manteau de silicate et un noyau métallique. Dans de précédentes études sur la Terre, la formation de son noyau est prédite à environ 30 millions d'années, avec une fin de l'accréation à 100 millions d'années (Yin et al., 2002). Cette idée a été remise en cause par Ricard et al. (2009), sur la base de simulations numériques. Ils montrent que la ségrégation métal-silicate prend place à l'intérieur de la phase de croissance des embryons planétaires et peut se dérouler en quelques centaines de milliers d'années. La formation des noyaux de corps planétaires comme Mercure serait donc le résultat de l'accréation de corps déjà différenciés. On peut donc supposer qu'à la fin de son accréation Mercure soit déjà différencié et possède déjà un noyau métallique. Nous prenons ainsi le temps de démarrage de notre étude égal à celui de la fin de la période d'accréation de Mercure. Celle-ci s'est sans doute déroulée en quelques dizaines de millions d'années (Kleine et al., 2002), nous prenons comme temps de début de notre évolution 10 millions d'années après la formation des CAI (cf sec. 1.1).

La forme de Mercure est actuellement décrite par un sphéroïde d'un rayon moyen de  $2439,7 \pm 1$  km (Seidelmann et al., 2007). Aucun aplatissement polaire n'a été détecté à l'heure actuelle (Seidelmann et al., 2007), les prochaines missions Messenger et Bepi-Colombo permettront de mieux définir ce point. Les précédentes études de Mercure prennent comme rayon de référence 2440 km (Schubert et al., 1988; Spohn et al., 2001; Hauck et al., 2004; Breuer et al., 2007) j'utilise donc cette valeur comme rayon de surface dans cette étude.

La masse de Mercure est également bien contrainte, ainsi  $GM = 22032,09 \pm 0.91$  km<sup>3</sup>s<sup>-2</sup> (Anderson et al., 1987). Cette masse et ce rayon de surface permettent d'en déduire une densité moyenne de 5430 kg.m<sup>-3</sup> (Anderson et al., 1987; Lodders et Fegley, 1998; Van Hoolst et al., 2007).

Le rayon de l'interface manteau-noyau est beaucoup moins contraint et dépend des hypothèses faites sur la composition et la densité des noyau et manteau. Schubert et al. (1988) estiment le rayon du noyau à 1840 km avec une masse volumique du noyau de 8600 kg.m<sup>-3</sup> et du manteau de 3300 kg.m<sup>-3</sup>. Hauck et al. (2004) prennent des valeurs comprises entre 1803 et 1868 km pour une masse volumique du manteau de 3400 kg.m<sup>-3</sup> et du noyau de 7200 kg.m<sup>-3</sup>. Breuer et al. (2007) prennent, eux, une valeur plus élevée à 1900 km pour des masses volumiques de 3060 kg.m<sup>-3</sup> pour le manteau et de 8380 kg.m<sup>-3</sup> pour le noyau.

Modèle	U	Th	K	Sources
Condensation	30	120	0	<a href="#">Weidenschilling (1978)</a>
Impact tardif	8	30	550	<a href="#">Wetherill (1988)</a>
Vaporisation	0	400	0	<a href="#">Fegley Jr. et Cameron (1987)</a>

TAB. 3.1 – Liste des différents modèles d’abondance des éléments radioactifs présent dans Mercure. Les abondances sont données en ppb.

Nous faisons varier dans nos simulations la densité du manteau en prenant trois valeurs : 3000, 3300 et 3500 kg.m<sup>-3</sup>. Le rayon du noyau étant également peu contraint nous le faisons varier en prenant des valeurs de 1800, 1850 et 1900 kilomètres. Toutes ces différentes valeurs nous permettent de mieux appréhender le rôle de ces différentes variables. La densité du noyau est recalculée pour chaque valeur de densité du manteau et de rayon du noyau afin de garder une masse de Mercure compatible avec la valeur actuelle.

### 3.1.2 État thermique

L’état thermique initial de Mercure est dû principalement à deux processus : l’accrétion du corps par impact de différents planétésimaux et la conversion en chaleur de l’énergie gravitationnelle durant la formation du noyau par différenciation métal - silicate. Ainsi, la libération de ces énergies sous forme thermique suggère un état thermique chaud au début de son évolution ([Schubert et al., 1988](#)). Nous prenons ainsi une gamme de température interne du manteau de 1500 K à 2100 K en accord avec les précédentes études ([Schubert et al., 1988](#); [Hauck et al., 2004](#); [Breuer et al., 2007](#)).

La température de surface est bien contrainte par les observations terrestres et les calculs du flux de chaleur en provenance du Soleil. Néanmoins, la proximité du Soleil et l’absence d’atmosphère procurent un fort contraste de température entre le jour et la nuit. Nous avons donc pris une température moyenne de 440 K ([Hauck et al., 2004](#); [Redmond et King, 2007](#); [Breuer et al., 2007](#)). La température à l’interface manteau-noyau a été choisie à 2100 K suivant [Breuer et al. \(2007\)](#).

Les sources de chaleur sont considérées exclusivement dans le manteau, celles-ci sont : la radioactivité et la dissipation des forces de marée. Nous testons trois différents modèles d’abondance de sources radioactives. Chacun de ceux-ci est dépourvu en éléments à courte période en accord avec le temps de formation de Mercure retenu (10 Ma). Les modèles suivent chacun différentes hypothèses (Tab. 3.1). Le modèle de condensation donne des abondances compatibles avec celles du manteau supérieur terrestre et en accord avec les modèles de nébuleuse solaire ([Weidenschilling, 1978](#)). Les abondances en <sup>238</sup>U et <sup>235</sup>U sont prises suivant la concentration en radio-isotope de l’uranium donnée par [Lodders et Fegley \(1998\)](#) pour le manteau terrestre. Le second modèle prend l’hypothèse d’un impact géant qui aurait pu ôter une grande partie du manteau de Mercure donnant ainsi une plus grande proportion à un noyau ferreux ([Wetherill, 1988](#)). Le niveau de silicate restant aurait donc une composition de chondrite CI ([Lodders et Fegley, 1998](#)). Le dernier modèle suit un scénario de vaporisation des silicates qui aurait donné un enrichissement en thorium

Eléments	Demi-vie $\tau_0$ (en Ma)	$H_0$ (W/Kg)
$^{238}\text{U}$	4468	$94,65 \times 10^{-6}$
$^{235}\text{U}$	703,81	$568,7 \times 10^{-6}$
$^{232}\text{Th}$	14030	$26,38 \times 10^{-6}$
$^{40}\text{K}$	1277	$29,17 \times 10^{-6}$

TAB. 3.2 – Liste des éléments radioactifs et de leurs constantes utilisées.  $H_0$  est par kilogramme d’éléments.

(Fegley Jr. et Cameron, 1987). La production d’énergie radioactive est calculée pour un isotope  $i$  et pour un modèle donné par la loi suivante :

$$H = \sum_i C H_0 \exp\left(\frac{-t \ln 2}{\tau_0}\right) \quad (3.1)$$

où  $C$  est la concentration de l’élément radioactif dans cette roche,  $H_0$  est la quantité d’énergie dégagée par un kilogramme de l’élément radioactif et  $\tau_0$  la demi-vie de l’élément radioactif. Ces différentes valeurs sont indiquées dans les tables 3.1 pour  $C$  et 3.2 pour  $\tau_0$  et  $H_0$ .

### 3.1.3 Dynamique et rhéologie

L’évolution thermique est étudiée en deux étapes. Dans un premier temps afin de mieux décrire les premiers instants de l’évolution, un code de conduction 1D est utilisé. Ce code permet une meilleure discrétisation du manteau ( $\Delta r = 1,07$  km au lieu de 8,38 km pour *OEDIPUS*). Il intègre différents aspects tels que la radioactivité, la relaxation, l’évolution du noyau et le calcul de la dissipation. Dans un deuxième temps, nous utilisons le code 3D sphérique *OEDIPUS* (Choblet, 2005; Choblet et al., 2007) qui permet de résoudre les équations de la convection. Nous nous plaçons sous l’approximation de Boussinesq avec une viscosité qui dépend fortement de la température. Nous étudions en 3D le manteau de Mercure d’abord avec 1/6 de celui-ci puis nous regardons le manteau en entier. La gravité est une fonction de la profondeur dans ce modèle.

#### 3.1.3.1 Évolution du noyau

Afin de prendre en compte l’évolution d’un noyau de fer liquide dans Mercure, un modèle paramétré du noyau a été rajouté à *OEDIPUS*. L’évolution couplée du manteau et du noyau s’effectue via le flux de chaleur à l’interface manteau-noyau. Le flux convectif du manteau (déterminé par *OEDIPUS*) contrôle la vitesse de refroidissement du manteau et la cristallisation de la graine. En retour, le refroidissement du noyau entraîne une diminution de la température à l’interface manteau-noyau. Cette température est imposée comme condition limite à l’interface manteau-noyau dans *OEDIPUS*.

Un bilan de chaleur permet de déterminer la température à l’interface manteau-noyau. Pour cela nous faisons l’hypothèse que le flux de chaleur à la base du manteau est le



même que dans le noyau prêt de l'interface manteau-noyau et qu'il n'y a pas de source de chaleur interne dans le noyau. Le bilan s'écrit (Schubert et al., 1988; Breuer et al., 2007) :

$$V_c \rho_c C_c \frac{dT_{cmb}}{dt} = -A_c k \frac{dT}{dr} \Big|_{cmb} + (L + E_G) \frac{dm}{dt} \quad (3.2)$$

où  $V_c$  est le volume du noyau,  $\rho_c$  est la masse volumique du noyau,  $C_c$  est la capacité calorifique du noyau,  $T_{cmb}$  est la température à l'interface manteau-noyau,  $A_c$  est la surface du noyau,  $L$  est la chaleur latente du fer et  $E_G$  est l'énergie gravitationnelle. Le deuxième terme à droite est l'énergie relâchée lors de la formation du noyau interne : soit une partie qui vient de la chaleur latente de solidification du fer et une partie du relâchement de l'énergie gravitationnelle accumulée lors de la formation du corps. Cette dernière énergie peut s'écrire sous la forme (Schubert et al., 1988) :

$$E_G = \frac{2\pi G r_{cmb}^2 \chi_0 \Delta \rho}{(1 - \xi^3)^2} \left( \frac{\rho_{Fe}}{\rho_{el}} \right) \left[ \frac{1}{5}(1 - \xi^5) - \frac{\xi^2}{3}(1 - \xi^3) \right] \quad (3.3)$$

où  $\xi = r_{ic}/r_{cmb}$  est le rapport du rayon du noyau interne à celui du noyau externe,  $\Delta \rho$  est la différence de masse volumique entre celle du fer  $\rho_{Fe}$  et celle de l'élément léger du noyau  $\rho_{le}$  et  $\chi_0$  est la valeur initiale de la concentration d'élément léger dans le noyau. À l'instar de précédentes études (Schubert et al., 1988; Hauck et al., 2004; Breuer et al., 2007), nous utilisons le soufre comme élément léger. Sa teneur dans le noyau est indéterminée, aussi nous prenons une gamme de valeur allant de 2 à 4 %.

La température du noyau est décrite par un gradient adiabatique qui est paramétré en fonction de la pression comme (Stevenson et al., 1983) :

$$T_{ad} = T_{cmb} \frac{1 + 8 \times 10^{-12} p - 3,9 \times 10^{-23} p^2}{1 + 8 \times 10^{-12} p_{cmb} - 3,9 \times 10^{-23} p_{cmb}^2} \quad (3.4)$$

où  $p_{cmb}$  est la pression à l'interface manteau-noyau. Le solidus d'un alliage fer-soufre est décrit comme (Schubert et al., 1988) :

$$T_m = T_{m0}(1 - a_s \chi)(1 + T_{m1} p + T_{m2} p^2) \quad (3.5)$$

où  $a_s$ ,  $T_{m0}$ ,  $T_{m1}$  et  $T_{m2}$  sont des constantes qui permettent de rendre compte des températures de fusion relevées lors des expériences sur ce sujet (Boehler, 1996; Fei et al., 1997, 2000). Ces constantes sont données dans la table 3.3.  $\chi$  est la concentration en élément léger du noyau externe à un temps  $t$ . Cette concentration augmentera dans le temps en même temps que le noyau interne de fer pur se forme. On peut exprimer cette concentration comme :

$$\chi = \chi_0 \frac{r_{cmb}^3}{(r_{cmb}^3 - r_{ic}^3)} \quad (3.6)$$

L'intersection des deux courbes données par les équations 3.4 et 3.5 nous donne la pression à l'interface noyau interne - noyau externe. Afin d'évaluer le rayon  $r_{ic}$ , nous utilisons un modèle de pression du noyau donnée par Breuer et al. (2007) :

$$r_{ic} = \sqrt{2[p(r=0) - p(r=r_{ic})] \frac{r_{cmb}}{\rho_c g_{cmb}}} \quad (3.7)$$

Source	$a_s$	$T_{m0}$ (K)	$T_{m1}$ (Pa <sup>-1</sup> )	$T_{m2}$ (Pa <sup>-2</sup> )
<a href="#">Schubert et al. (1988)</a>	2	1880	$1,36 \times 10^{-11}$	$-6,2 \times 10^{-23}$
<a href="#">Boehler (1996)</a>	2	1835	$1,215 \times 10^{-11}$	$-8,0 \times 10^{-23}$
<a href="#">Fei et al. (1997, 2000)</a>	2,4	1809	$1,54 \times 10^{-11}$	$-11,7 \times 10^{-23}$
<a href="#">Rivoldini et al. (2009)*</a>	0,5419	1820,9	$1,402 \times 10^{-11}$	$-10,0 \times 10^{-23}$

\*Le modèle utilisé par [Rivoldini et al. \(2009\)](#) propose un ordre de grandeur supérieur en  $\chi$ , ( $T_m = T_{m0}(1 - a_s\chi - b_s\chi^2)(1 + T_{m1}p + T_{m2}p^2)$ ) et nécessite un paramètre supplémentaire  $b_s = 13,583$

TAB. 3.3 – Liste des valeurs des constantes utilisées dans la détermination de la température de fusion du fer dans un mélange fer-soufre.

où  $p(r = 0)$  est la pression au centre du corps et  $g_{cmb}$  est l'accélération de la gravité à l'interface manteau-noyau. Les pressions correspondant au centre de Mercure et à la frontière manteau-noyau sont respectivement de 42,1 GPa et de 6,7 GPa pour le modèle de [Breuer et al. \(2007\)](#). Pour notre modèle, les pressions à l'interface manteau-noyau ainsi qu'au centre de Mercure sont recalculées pour chaque couple de densité manteau / rayon du noyau utilisé. Le calcul est fait suivant la loi de pression hydrostatique avec un modèle à deux couches :

$$\frac{dp}{dr} = -\rho(r)g(r) \quad (3.8)$$

où  $p$  est la pression,  $\rho(r)$  et  $g(r)$  sont respectivement la densité et la gravité à un rayon  $r$  donné.

La détermination du rayon interne pose néanmoins quelques difficultés. Les courbes de fusion du fer (Eq. 3.5) et de température du noyau (Eq. 3.4) sont en effet très proches l'une de l'autre (Fig. 3.1). Ainsi de légères différences entre les coefficients de l'équation 3.5 vont amener des résultats différents concernant le temps de formation ainsi que la croissance du noyau interne. La figure 3.1 montre, suivant la paramétrisation choisie, un début de la croissance du noyau interne différent. Pour une température de 2100 K à l'interface manteau-noyau, deux modèles ([Schubert et al. \(1988\)](#) et [Rivoldini et al. \(2009\)](#)) ont un noyau interne dès le début de l'évolution de Mercure. Pour une température à l'interface manteau-noyau, supérieure à 2100 K seul le modèle de [Schubert et al. \(1988\)](#) permettrait un noyau interne à cet instant. Le modèle choisi, ainsi que la température initiale de l'interface manteau-noyau, ont une forte influence sur l'état initial et l'évolution subséquente du noyau.

### 3.1.3.2 Viscosité

La viscosité d'un manteau est fortement dépendante de la température et de la minéralogie. Une loi d'Arrhenius est prise afin de décrire la dépendance en température de la viscosité :

$$\eta(T) = \eta_m \exp\left(\frac{E_a}{\mathcal{R}T_m} \left(\frac{T_m}{T} - 1\right)\right) \quad (3.9)$$

$$\eta_m = \frac{1}{2}A \left(\frac{d}{b}\right)^m \exp\left(\frac{E_a}{\mathcal{R}T_m}\right) \quad (3.10)$$

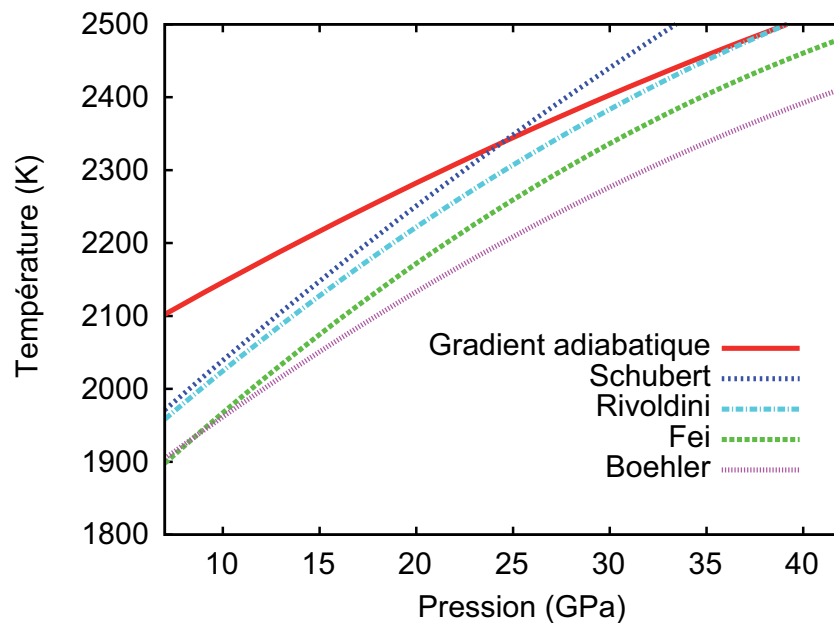


FIG. 3.1 – Profil de température dans le noyau (courbe gradient adiabatique), ainsi que les profils de fusion du fer dans un mélange fer-soufre pour 4 modèles différents. La température à l'interface manteau-noyau a été fixée à 2100 K.

où  $\eta_m = 5.10^{18}$  Pa.s est la viscosité à la température de référence  $T_m = 2100$  K,  $E_a$  est l'énergie d'activation,  $\mathcal{R}$  est la constante des gaz parfaits,  $b$  est la norme du vecteur de Burgers et  $d$  la taille de grain.  $A$  et  $m$  sont des paramètres donnés par la table 3.5. Ces différents paramètres sont fonctions du matériau contrôlant la rhéologie du manteau de Mercure et des processus de fluage agissant. Nous supposons, comme [Hauck et al. \(2004\)](#), que par analogie avec le manteau terrestre, la minéralogie du manteau de Mercure est dominée par l'olivine. Du fait des conditions de température à cette distance du Soleil et suivant le scénario de condensation de [Weidenschilling \(1978\)](#), nous supposons également des processus de fluage compatibles avec l'olivine dans des conditions dépourvues d'eau : le mécanisme de déformation que nous retenons est la diffusion. Les paramètres de l'olivine sèche en diffusion ([Korenaga et Karato, 2008](#)) sont résumés dans le tableau 3.5.

### 3.1.4 Dissipation et rotation

Il est fort probable que Mercure ait eu une vitesse de rotation beaucoup plus rapide à la fin de sa phase d'accrétion ([Lissauer et Safronov, 1991](#)). De plus Mercure, plus petite planète de notre Système Solaire, possède une masse environ  $10^7$  fois inférieure à celle du Soleil. Ainsi, même à une distance de près de 57,9 millions de kilomètres ([Lodders et Fegley, 1998](#)), le Soleil agit de façon non négligeable sur Mercure par le biais des forces de marée. Un intérieur viscoélastique ne permet pas à la planète de répondre instantanément à ce forçage. Le bourrelet de marée créé n'est donc pas parfaitement aligné et le moment qui en naît a tendance à ralentir Mercure. Le moment moyen sur une orbite  $\mathcal{M}$  agissant

sur Mercure est :

$$\mathfrak{M} = -\frac{3GM_s^2 k_2(t, \chi) a(t)^5 \epsilon}{D^6} (\omega_m A(e) - nN(e)) \quad (3.11)$$

avec

$$A(e) = \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4\right) (1 - e^2)^{-9/2} \quad (3.12)$$

et

$$N(e) = \left(1 + \frac{15}{2}e^2 + \frac{45}{8}e^4 + \frac{5}{16}e^6\right) (1 - e^2)^{-6} \quad (3.13)$$

où  $G$  est la constante de gravitation universelle,  $M_s$  est la masse du Soleil,  $a$  est le rayon équatorial,  $D$  est le demi-grand axe de l'orbite et  $\epsilon = Q^{-1}\chi^{-1}$  avec  $\chi = 2(\omega_m - n)$  et  $Q^{-1}$  est le facteur de dissipation. Les paramètres de rotation et orbitaux de Mercure sont donnés par  $n$ ,  $\omega_m$  et  $e$  qui sont respectivement le mouvement orbital moyen, la vitesse de rotation du manteau et l'excentricité de l'orbite (cf sec. 2.2.3).  $k_2$  est le nombre de Love caractérisant la variation temporelle du degré 2 du potentiel gravitationnel induit par la redistribution de masse interne due aux forces de marée. Il est calculé à chaque pas de temps en fonction de la température du manteau et de la fréquence de marée.

Nous avons donc supposé une orbite excentrique mais dont l'excentricité sera supposée constante durant son évolution. Actuellement, l'excentricité de l'orbite de Mercure est de 0,2056. Celle-ci a probablement fluctué au cours de son évolution. Afin de décrire des excentricités différentes nous testons différentes valeurs comprises entre 0 et 0,5 suivant les fluctuations de l'excentricité déterminées par [Correia et Laskar \(2009\)](#).

Ce moment de marée ralentira la rotation du manteau de Mercure suivant :

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{\mathfrak{M}}{C_m(t)} \quad (3.14)$$

où  $C_m(t)$  est le moment d'inertie polaire du manteau de Mercure. On supposera une forme d'ellipsoïde de rotation pour Mercure ainsi son moment d'inertie polaire est défini par :

$$C(t) = \frac{8\pi}{15} \rho_n a_n(t)^4 c_n(t) + \frac{8\pi}{15} \rho_m (a_m(t)^4 c_m(t) - a_n(t)^4 c_n(t)) \quad (3.15)$$

avec

$$C(t) = C_m(t) + C_n(t) \quad (3.16)$$

où  $a_m$  et  $c_m$  sont respectivement les rayons équatorial et polaire du manteau,  $a_n$  et  $c_n$  sont respectivement les rayons équatorial et polaire du noyau,  $\rho_m$  et  $\rho_n$  sont les densité moyenne du manteau et du noyau et  $C_n(t)$  est le moment d'inertie polaire du noyau.  $C_n(t)$  est calculé de la manière identique à  $C(t)$  avec les rayons équatorial et polaire du noyau déterminé en fonction du temps.

La vitesse de rotation du manteau calculée est prise comme la vitesse de rotation du corps car c'est celle qui peut être observée. Ici, nous faisons l'hypothèse de la présence d'un noyau, ainsi si celui-ci est découplé du manteau nous aurons la présence d'une force de frottement entre ces deux éléments. Nous calculerons ainsi le ralentissement de la période de rotation du noyau et celle du manteau de façon couplée ([Correia et Laskar, 2009](#)) :

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{\mathfrak{M}}{C_m(t)} - \frac{\Upsilon}{C_m(t)} \\ \frac{d\omega_c}{dt} &= \frac{\Upsilon}{C_n(t)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

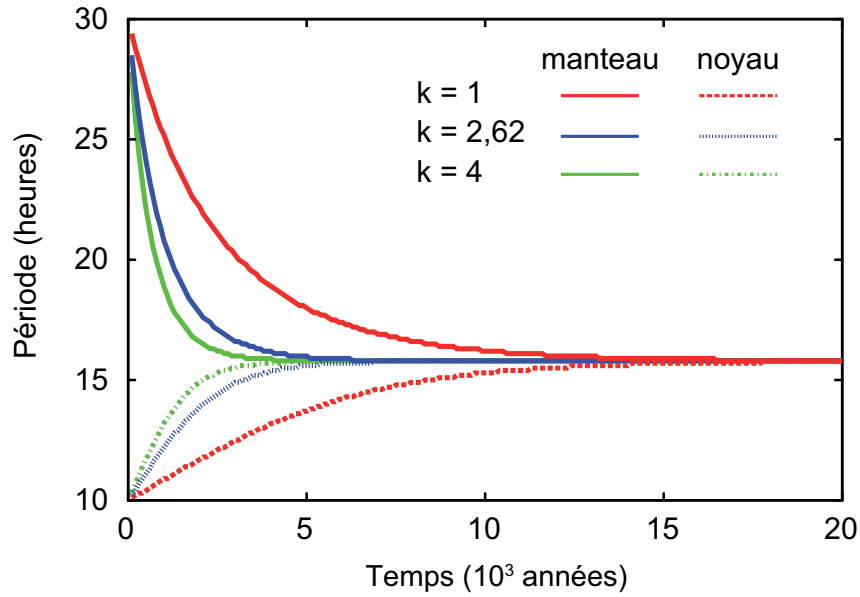


FIG. 3.2 – Évolution de la période de rotation du manteau et du noyau pour différents facteurs de couplage dans le cas de Mercure. Le manteau a une période initiale de 30 heures et le noyau de 10 heures. La variation de la vitesse de rotation due aux forces de marée est constante tout le long de l'évolution et a une valeur typique de la décroissance de celle de Mercure.

où  $\omega$  est la vitesse de rotation de Mercure,  $\omega_c$  celle du noyau et  $\Upsilon$  est le moment de friction. La présence du noyau va ainsi ralentir ou accélérer la vitesse de rotation du manteau. Le moment de friction  $\Upsilon$  représente deux types de friction entre le noyau et le manteau : la friction visqueuse et la friction électromagnétique. Il peut s'écrire (Mathews et Guo, 2005; Deleplace et Cardin, 2006) :

$$\Upsilon = C_n(t)\kappa\delta \quad \text{avec} \quad \delta = \omega - \omega_c \quad (3.18)$$

où  $\kappa$  est un paramètre de couplage effectif qui s'écrit suivant Mathews et Guo (2005) :

$$\kappa \simeq 2,62 \sqrt{\frac{\nu\omega}{r_{cmb}}} \quad (3.19)$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique et  $r_{cmb}$  est le rayon moyen du noyau. La viscosité cinématique est prise suivant Correia et Laskar (2009) égale à  $10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . L'augmentation de  $\kappa$  (à travers le facteur  $k = 2,62$ ) permet une plus rapide synchronisation des vitesses du noyau et du manteau. La figure 3.2 montre l'évolution de la période du noyau et du manteau pour différente valeur de  $\kappa$ .

Afin de décrire l'intérieur viscoélastique un modèle de Burgers généralisé sera pris en compte (Faul et Jackson, 2005). Ce modèle prend en compte la taille de grain du manteau et permet d'expliquer la dissipation liée aux ondes sismiques sur Terre. Un module de cisaillement complexe est dérivé de la viscosité et de la température fournie par OEDIPUS. Ce module complexe est alors utilisé pour calculer  $k_2(t, \chi)$  et  $Q^{-1}(t, \chi)$  à chaque pas de temps en utilisant la méthode de Tobie et al. (2005a). La nouvelle période de rotation est alors calculée suivant le système d'équations 3.17.

### 3.1.5 Changement de forme et contrainte de surface

La force centrifuge due à une rotation initiale rapide va distordre Mercure en un sphéroïde aplati aux pôles. Le rayon d'un tel corps peut s'exprimer comme :

$$R_s = R(1 + \epsilon_i P_{20}(\sin \lambda)) \quad (3.20)$$

où  $R_s$  est le rayon en un point de la surface,  $R$  est le rayon moyen,  $\epsilon_i$  est une constante sans dimension,  $P_{20}$  est la fonction de Legendre associé de degré 2 et d'ordre 0 et  $\lambda$  est la latitude. Si Mercure s'était comporté comme un corps parfaitement fluide, alors son aplatissement actuel, dû à la force centrifuge, ne pourrait excéder quelques centaines de mètres ( $f = 10^{-6}$ ). La meilleure mesure actuelle de son aplatissement est de  $9 \times 10^{-5}$  (Anderson et al., 1987), ce qui suggère que Mercure a été assez fluide durant son évolution pour se relaxer quasi-complètement. Le calcul de l'aplatissement pour les différents paramètres testés fournit une estimation des modèles pouvant, sur cette base, être rejetés. La détermination des contraintes en surface, ainsi que le temps nécessaire à leur obtention, peut donner une explication de l'orientation préférentielle nord-sud des escarpements lobés. Ces particularités de la surface de Mercure sont supposées acquises avant le LHB (Dombard et Hauck, 2008). Cette assertion peut être vérifiées dans notre étude.

Le refroidissement de Mercure entraîne également une contraction de son rayon. Cette contraction est due d'un coté au changement de phase liquide-solide dans le noyau engendré par l'apparition d'un noyau interne, et d'un autre coté par le refroidissement du manteau. Le changement de volume du noyau s'écrit (Schubert et al., 1988) :

$$\Delta V_n = \int_0^{r_{cmb}} \frac{\Delta V_{\gamma \rightarrow \ell}}{V_\gamma} 4\pi r^2 dr \quad (3.21)$$

où  $\Delta V_{\gamma \rightarrow \ell}$  est le changement de volume durant la transition liquide-solide,  $V_\gamma$  est le volume solide et  $r$  est le rayon. Pour le manteau le changement de volume s'écrit :

$$\Delta V_m = -V_m \alpha (T(t=0) - T(t)) \quad (3.22)$$

où  $V_m$  est le volume du manteau,  $\alpha$  est l'expansion thermique et  $T(t)$  est la température moyenne du manteau à un temps  $t$ . La contraction du rayon engendrée est donnée par :

$$\Delta R = \frac{\Delta V_n + \Delta V_m}{4\pi R^2} \quad (3.23)$$

On peut ainsi évaluer la contraction de Mercure à un temps  $t$ . Cela suppose que Mercure réponde de manière instantanée à cette contraction, or si elle ne répond pas de cette manière des contraintes seront engendrées à la surface. On peut calculer l'évolution de ces contraintes (en supposant donc l'absence de relâchement des contraintes) (Melosh, 1977) :

$$\sigma_c = 2\mu \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \frac{\Delta R}{r} \quad (3.24)$$

où  $\mu$  et  $\nu$  sont respectivement le module de rigidité élastique et le rapport de Poisson du matériau. Le rapport de Poisson est pris à 0,5 car nous avons fait l'hypothèse d'un cas incompressible. Le relâchement de ces contraintes est supposé être à l'origine des escarpements lobés (Dombard et Hauck, 2008).

Symbole	Paramètre	Gamme de valeur	Unité
$T$	température du manteau	1500 - 2100	K
$e$	excentricité	0 - 0,5	
$P_{rot}$	période de rotation	10 - 30	h
$d$	taille de grain	1 - 10	mm
$E_a$	énergie d'activation	230 - 300	$\text{kJ.mol}^{-1}$
$s$	teneur en soufre du noyau	0,02 - 0,04	
$\rho_m$	densité du manteau	3000 - 3500	$\text{kg.m}^{-3}$
$r_{cmb}$	rayon du noyau	1800 - 1900	km

TAB. 3.4 – Liste des paramètres initiaux testés dans notre modèle avec leur gamme de variation.

Afin de déterminer l'évolution de la forme et les contraintes en surface dues au ralentissement de la période de rotation, nous calculons l'évolution temporelle du déplacement et de ces contraintes en utilisant la méthode spectrale développée par Čadek (2003). La planète est supposée se comporter comme un corps de Maxwell viscoélastique et incompressible. Les variations latérales de viscosité sont négligées et les forces qui s'appliquent au corps sont la force centrifuge et l'auto-gravitation due à la redistribution des masses. Nos simulations démarrent d'un état sphérique libre de toute contrainte. À chaque pas de temps nous calculons le déplacement de la surface et les contraintes grâce au profil de viscosité et à la vitesse de rotation, un module de cisaillement constant est considéré pour tout le manteau. Le profil de viscosité est donné par le code d'évolution thermique.



Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$R$	rayon moyen actuel	2440	km
$\rho$	densité moyenne	5430	$\text{kg.m}^{-3}$
$\rho_m$	densité du manteau	3300	$\text{kg.m}^{-3}$
$T_{surf}$	température de surface	440	K
$T_{cmb}$	température initiale à la CMB	2100	K
$g_s$	gravité en surface	3,7	$\text{m.s}^{-2}$
$P_{rot}$	période de rotation actuelle	58,6462	jours
$D$	demi grand axe de l'orbite	$57,9 \times 10^6$	km
$M_s$	masse du Soleil	$1,989 \times 10^{30}$	kg
$e$	excentricité actuelle	0,2056	
$\alpha$	expansion thermique	$3,08 \times 10^{-5}$	$\text{K}^{-1}$
$\kappa$	diffusivité thermique	$1 \times 10^{-6}$	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
$k$	conductivité thermique	4	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$d$	taille de grain	$10^{-2}$ à $10^{-3}$	m
$\mu$	module de rigidité élastique	78,4	GPa
Paramètre de la loi de viscosité ( <a href="#">Korenaga et Karato, 2008</a> )			
$E_a$	énergie d'activation	261	$\text{kJ.mol}^{-1}$
$\mathcal{R}$	constante des gaz parfait	8,314	
$b$	module du vecteur de Burgers	$0,5 \times 10^{-9}$	m
$A$	constante	$10^{-9,25}$	
$m$	constante	2,98	

TAB. 3.5 – Liste des paramètres de référence utilisés dans notre modèle.

## 3.2 Résultats

Les calculs comportent deux étapes : un premier calcul d'évolution seulement en conduction, possédant un pas de discrétisation très fin, jusqu'à ce que la vitesse de rotation ainsi que l'aplatissement de Mercure se fige. Dans un deuxième temps, un calcul en 3D sphérique donnera le début de la convection ainsi que l'évolution du noyau.

### Cas de référence

Nous définissons ici les paramètres d'une simulation dite "de référence" à laquelle nous nous référerons par la suite. Ce cas a comme paramètres initiaux : une excentricité égale à la valeur actuelle (0,2056), une taille de grain de 10 mm, une période de rotation de 20 h, une énergie d'activation de 261 kJ.mol<sup>-1</sup>, une teneur en soufre du noyau de 2 %, une température interne de 1700 K, un rayon du noyau de 1900 km et une densité du manteau de 3300 kg.m<sup>-3</sup>. Le modèle de formation de Mercure utilisé pour celui-ci est la condensation et le modèle de paramétrisation de la courbe de fusion d'un alliage fer-soufre est celui de [Fei et al. \(1997, 2000\)](#).

### 3.2.1 Évolution primordiale

Le calcul représenté sur les figures 3.3, 3.4, 3.5 et 3.6 a été obtenu pour le cas de référence. Dans ce calcul, la température est quasi-constante sur la période de temps considérée, elle décroît légèrement par refroidissement à la surface après 10 millions d'années et dans le même temps un réchauffement est également perceptible dans les couches inférieures.

#### 3.2.1.1 Dissipation

Le modèle rhéologique [Faul et Jackson \(2005\)](#) a été testé afin de calculer le ralentissement de la période de rotation et la dissipation de marée. Ce modèle de Burgers généralisé a été développé pour expliquer la dissipation des ondes sismiques à travers le manteau terrestre. Les figures 3.3a et 3.3b montrent l'évolution temporelle du nombre de Love  $k_2$  et du facteur de dissipation  $Q^{-1}$ . L'évolution de  $Q^{-1}$  correspond au rapport de la partie imaginaire du nombre de Love  $k_2$ , qui dépend de la partie imaginaire du module de rigidité effective  $\mu_{eff}$ , et du module de  $k_2$ . Les hautes températures initiales du manteau de Mercure, et donc les faibles viscosités, permettent une très forte dissipation dès les premiers instants de son évolution. Les températures n'évoluant que très peu, le nombre de Love  $k_2$ , le facteur de dissipation et la puissance dissipée sont quasi-constants sur les premiers millions d'années. À partir de 10 millions d'années, la température moyenne baisse légèrement entraînant une légère décroissance de  $k_2$ , et de  $Q^{-1}$ . Cette baisse est vite compensée par une chute de la vitesse de rotation ce qui permet une brusque augmentation de  $k_2$  et  $Q^{-1}$ .

La puissance dissipée dans le manteau de Mercure,  $P_{diss}$ , apparaît dans la figure 3.3c. Par comparaison, les puissances dissipées par les radio-éléments sont également données sur ce graphique pour chaque scénario de formation (Tab. 3.1). De manière analogue à l'évolution de  $k_2$  et de  $Q^{-1}$ , la puissance est quasi constante dans les premiers instants de l'évolution. Elle est également entre 2,5 et 5 fois supérieure à la puissance dissipée

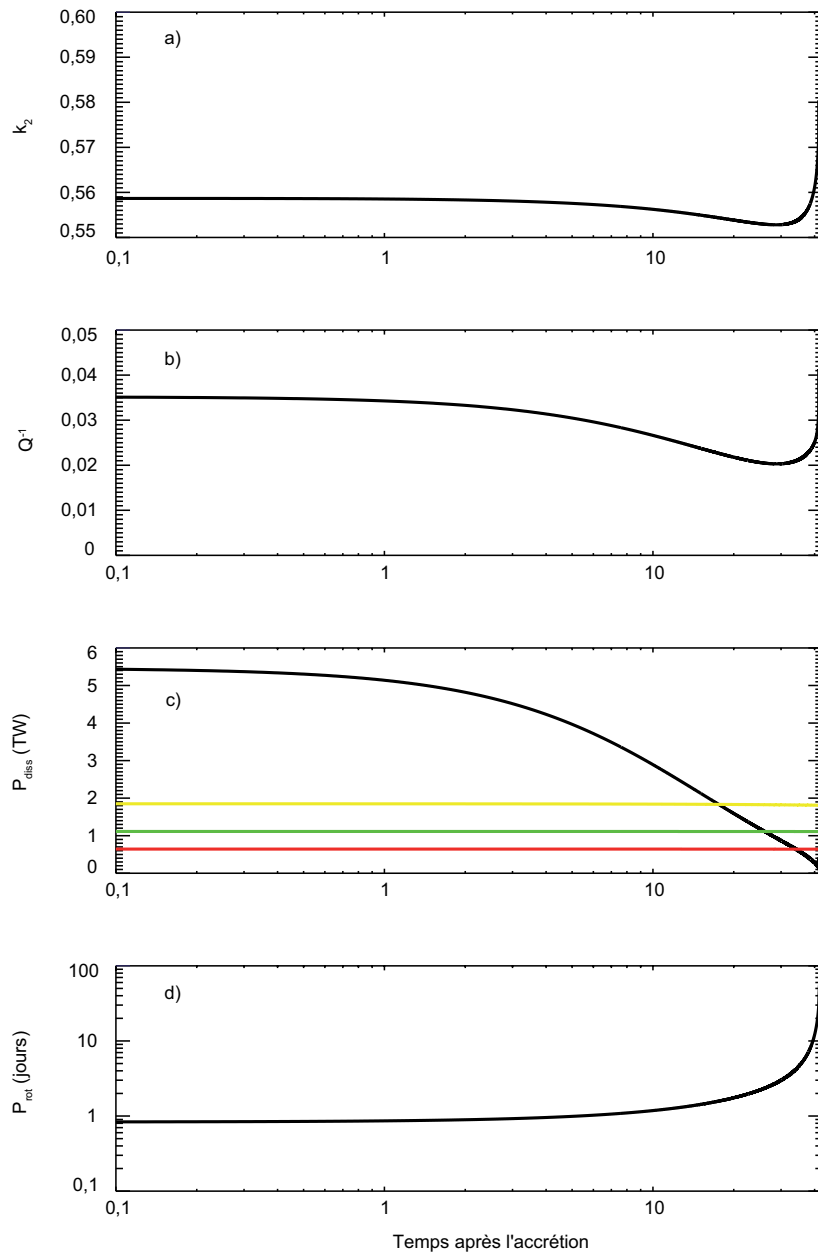


FIG. 3.3 – Évolution temporelle jusqu'à l'obtention de la période de rotation actuelle d'une expérience en conduction pour le modèle de référence. En partant du haut : a) module du nombre de Love  $k_2$ , b) facteur de dissipation  $Q^{-1}$ , c) puissance dissipée par les forces de marée en bleu et comparaison avec la puissance dissipée par les radio-éléments pour chaque modèle de formation utilisé (rouge : condensation, jaune : impact et vert : vaporisation) et en bas : d) période de rotation.

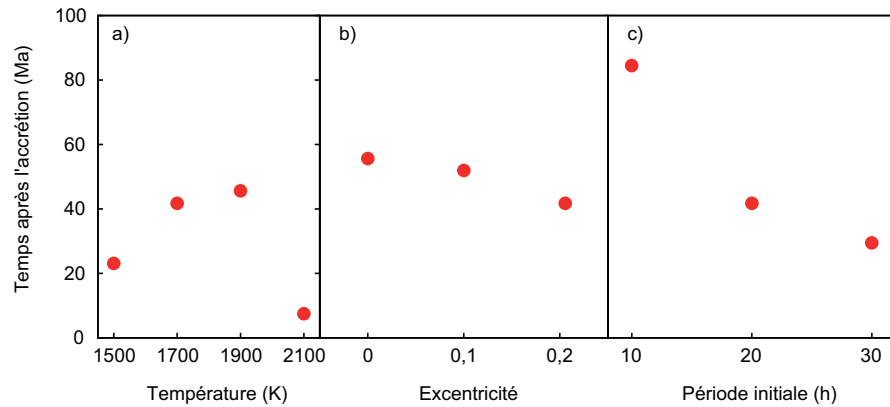


FIG. 3.4 – Temps mis pour atteindre la période de rotation actuelle en fonction de différents paramètres initiaux. a) fonction de la température interne, b) fonction de l'excentricité et c) fonction de la période de rotation. Les paramètres, autres que celui testé, sont ceux du cas de référence.

par les radio-éléments. Ces fortes valeurs permettent un apport d'énergie qui compense le refroidissement du manteau. Néanmoins,  $P_{diss}$  baisse fortement au fur et à mesure de l'augmentation de la période de rotation et devient inférieure aux radio-éléments entre 15 et 33 millions d'années suivant le scénario utilisé.

La période de rotation augmente de manière significative à partir de 20 millions d'années, pour finalement atteindre sa valeur actuelle après 44 millions d'années (Fig. 3.3d). Le cas présenté suppose que le manteau est totalement découplé du noyau. Si on impose un couplage entre les deux parties, le manteau devra en permanence ralentir le noyau. Néanmoins, la vitesse de variation de la période de rotation est assez faible et la force de couplage manteau-noyau assez forte pour que le manteau et le noyau se comportent comme un seul élément. Le noyau atteint ainsi la période de rotation actuelle en même temps que le manteau. Ce résultat est identique pour tous les différents jeux de paramètres qui ont été testés.

La figure 3.4 présente le temps mis pour atteindre la période de rotation actuelle suivant les paramètres initiaux choisis. Celle-ci est acquise entre 7 millions d'années (pour une température interne initiale de 2100 K et les autres paramètres correspondant au cas de référence) et 85 millions d'années (pour une période de rotation initiale de 10 heures et les autres paramètres correspondant au cas de référence). Les plus fortes variations sont obtenues pour les différentes périodes de rotation initiale. Une vitesse de rotation plus élevée impose une énergie de rotation plus grande et donc un temps de dissipation plus important. La température interne, permet également de fortes variations (entre 7 et 45 millions d'années). Elles proviennent de la dépendance en température du facteur de dissipation  $Q^{-1}$ , celui-ci possède un premier pic de dissipation à basse température (au environ de 1600 K) puis un second à plus hautes températures ( $> 2000$  K). Les différentes excentricités testées vont de 0 à 0,5. La période de rotation actuelle est atteinte entre 55 (pour  $e=0$ ) et 42 millions d'années ( $e \sim 0,2$ ). Les valeurs testées à 0,3, 0,4 et 0,5 ne permettent pas d'atteindre la période de rotation actuelle car le terme de droite de l'équation 3.11 ( $\omega_m A(e) - nN(e)$ ) s'annule avant que la période de rotation actuelle soit atteinte.

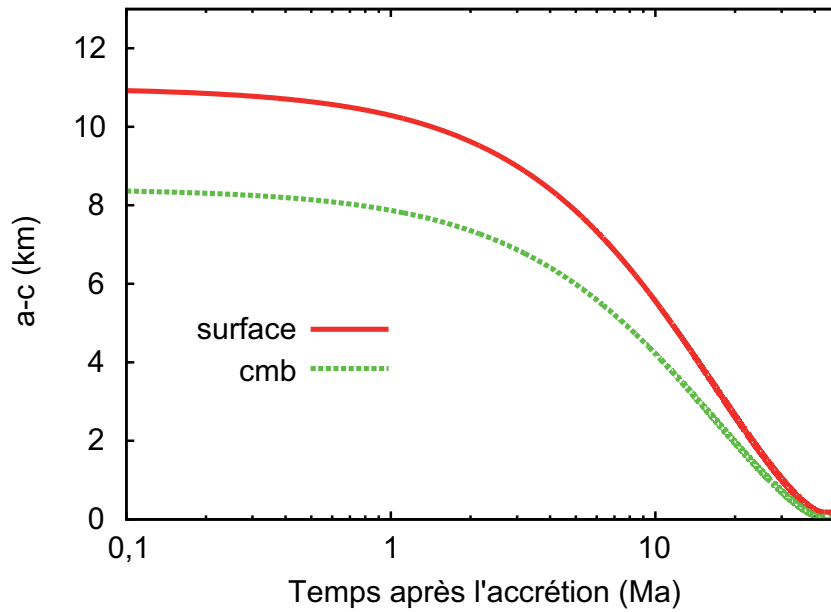


FIG. 3.5 – Évolution de la différence entre les rayons équatorial  $a$  et polaire  $c$  à la surface (en rouge) et à l'interface manteau-noyau (en vert).

### 3.2.1.2 Relaxation

La figure 3.5 montre la différence entre les rayons équatorial  $a$  et polaire  $c$  à la surface et à l'interface manteau-noyau due à l'action de la force centrifuge dans le même cas de référence. L'intérieur initialement chaud du manteau de Mercure, permet à la valeur de  $a - c$  d'atteindre près de 11 km dès les premiers instants de son évolution. La valeur pour un corps à l'équilibre hydrostatique est de plus de 12 km, la différence est causée par la rigidité de la lithosphère qui limite la déformation de la planète.  $a - c$  commence à décroître dès 1 million d'années pour finir par atteindre une valeur constante de quelques centaines de mètres après 44 millions d'années. Ce temps correspond à celui d'obtention de la période de rotation actuelle de Mercure, l'évolution de la forme est donc très proche d'un cas à l'équilibre hydrostatique. La valeur de  $a - c$  à l'interface noyau-manteau suit, elle aussi, la même forme d'évolution que celle d'un corps à l'équilibre hydrostatique. Sa plus faible valeur par rapport à la surface provient simplement d'un potentiel centrifuge plus faible (l'interface manteau-noyau est plus proche de l'axe de rotation que la surface).

Les contraintes longitudinale  $\sigma_{\phi\phi}$  et latitudinale <sup>1</sup>  $\sigma_{\theta\theta}$  en surface engendrées par le ralentissement de la période de rotation sont données respectivement sur les figures 3.6a et 3.6b. La composante transverse  $\sigma_{\theta\phi}$  est nulle car le potentiel centrifuge se caractérise comme un potentiel de degré 2 et d'ordre 0. La contrainte latitudinale est en permanence négative, soit en extension. Sa valeur maximale est atteinte à l'équateur à cause de la relaxation du bourrelet de rotation. La contrainte longitudinale est compressive de l'équateur à  $\pm 60^\circ$  puis extensive jusqu'au pôle. La différence entre ces deux contraintes est donnée sur la figure 3.6c, une zone de compression nord-sud apparaît entre l'équateur et

<sup>1</sup>et non latitudinaire qui est une personne ayant une interprétation très large, voire laxiste, des principes de la religion et, en particulier, de la doctrine du salut (dictionnaire de l'Académie Française).

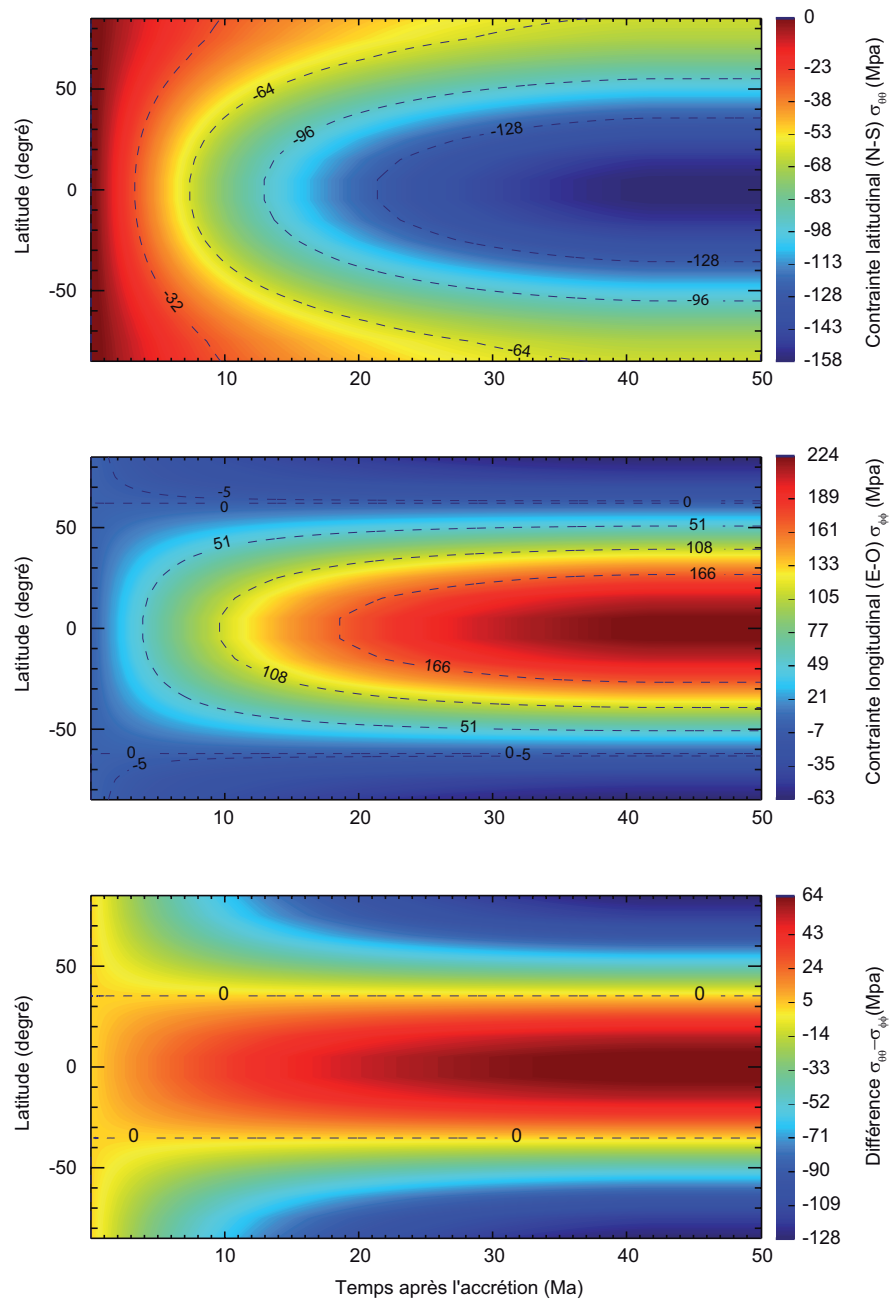


FIG. 3.6 – Évolution temporelle de la contrainte en surface due au ralentissement de la période de rotation. En haut : contrainte latitudinale, au milieu : contrainte longitudinale, en bas : différence entre les deux contraintes.

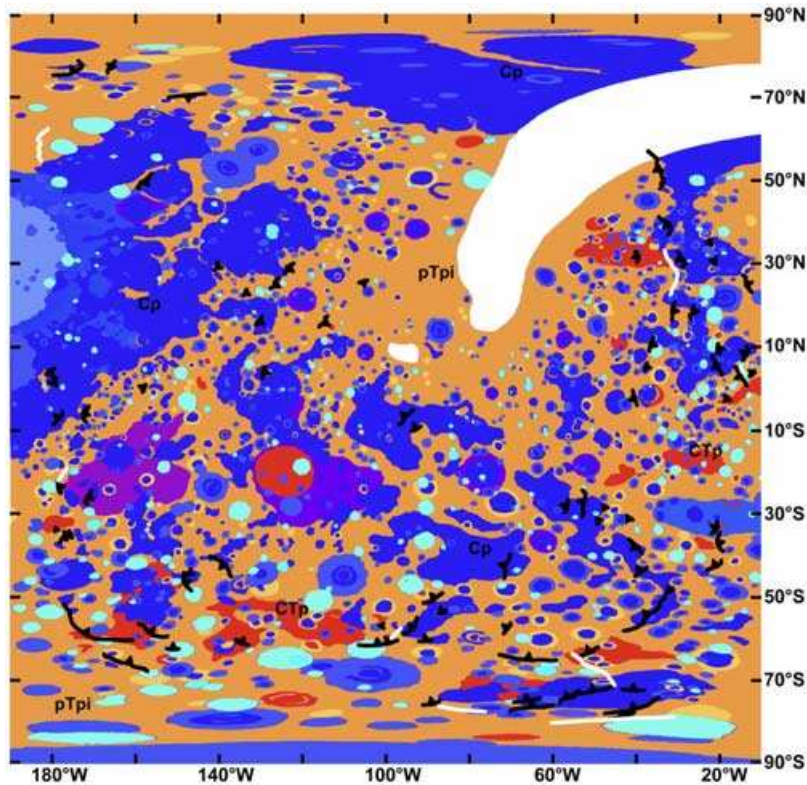


FIG. 3.7 – Carte géologique de Mercure où la localisation des escarpements lobés et des rides ayant un relief important a été ajoutée d’après [Watters et al. \(2004\)](#). On voit une orientation nord-sud des escarpements lobés entre  $\pm 35^\circ$  de latitude puis une orientation nord-est/sud-ouest entre  $35^\circ$  et  $60^\circ$  et enfin une orientation est-ouest jusqu’aux pôles.

$\pm 35^\circ$  de latitude puis une zone d’extension se distingue jusqu’au pôle. Cette figure 3.6c est à comparer à la carte des escarpements lobés due à [Watters et al. \(2004\)](#) (Fig. 3.7). Un bon accord est trouvé entre nos résultats et cette carte pour la zone située entre  $+35^\circ$  et  $-35^\circ$  de latitude. Les latitudes supérieures comprises entre  $35^\circ$  et  $60^\circ$  montrent une orientation préférentielle nord-est/sud-ouest, puis, à partir  $60^\circ$  de latitude l’orientation est majoritairement est-ouest concordant ainsi avec nos résultats. Néanmoins une distorsion de l’orientation peut avoir eu lieu sur la carte dû à la représentation cartographique. La carte de [Watters et al. \(2004\)](#), montre par contre, que les escarpements lobés sont en compressions à toutes les latitudes, alors que notre modèle donne des zones d’extensions à partir de  $35^\circ$  de latitude. Il faut donc invoquer un mécanisme de compression supplémentaire pour obtenir des escarpements lobés à hautes latitudes. Le refroidissement du manteau et du noyau peut donner ces contraintes compressives supplémentaires. Les résultats sont donnée dans la section 3.2.3.

Le tableau 3.6 reprend tous les résultats obtenus pour les calculs d’évolution primordiale et donne l’aplatissement  $f$  et le facteur de forme dynamique  $J_2$ . Le principal facteur agissant sur la forme finale de Mercure est le temps mis pour atteindre la période de rotation actuelle. La plus faible valeur de l’aplatissement  $f$  (2,24) est obtenue pour un cas avec une température interne initiale de 2100 K, celui-ci ne met que 7,4 millions d’années pour atteindre sa période de rotation finale. Alors que la plus forte valeur (39,7) est donnée



Variables	Valeur	Temps (Ma)	$a - c$ (m)		$f(10^{-5})$	$J_2(10^{-5})$
			surface	CMB		
$e$	0	55,6	229	70	9,37	6,28
	0,1	51,9	216	66	8,85	5,93
	0,2056	41,8	181	56	7,41	4,97
$T$ (K)	1500	23,1	161	50	6,62	4,46
	1700	41,8	181	56	7,41	4,97
	1900	45,6	256	79	10,50	7,04
	2100	7,4	55	18	2,24	1,43
$P_{rot}$ (heures)	10	84,5	969	295	39,70	26,50
	20	41,8	181	56	7,41	4,97
	30	29,5	69	22	2,84	1,93
$d$ (mm)	1	20,9	90	28	3,69	2,49
	10	41,8	181	56	7,41	4,97
$E_a$ (kJ.mol <sup>-1</sup> )	230	41,8	141	44	5,79	3,90
	261	41,8	181	56	7,41	4,97
	300	41,8	246	75	10,07	6,75

TAB. 3.6 – Tableau récapitulatif des différents calculs menés pour différents paramètres initiaux : l'excentricité  $e$ , la température  $T$ , la période de rotation  $P_{rot}$ , la taille de grain  $d$  et l'énergie d'activation  $E_a$ . Seul un de ces quatre paramètres est testé à chaque fois, les autres sont ceux du cas de référence. Pour comparaison la valeur de  $J_2$  donnée par [Anderson et al. \(1987\)](#) d'après les mesures faites par la sonde Mariner 10 est de  $6 \pm 2 \times 10^{-5}$ .

dans un cas où la période de rotation est atteinte après plus de 80 millions d'années (cas possédant une période de rotation initiale de 10 heures). Dans le cas de l'énergie d'activation, c'est la valeur de la viscosité qui contrôle l'aplatissement, ainsi une plus forte viscosité, donnée par une valeur de l'énergie d'activation plus élevée (300 kJ.mol<sup>-1</sup>), prémunit Mercure contre une relaxation trop forte. Dans le cas contraire, une faible valeur de  $E_a$  permet d'avoir un plus faible aplatissement. La valeur de  $J_2$  donnée par la sonde Mariner 10 est de  $6 \pm 2 \times 10^{-5}$  ([Anderson et al., 1987](#)), ainsi certains cas peuvent être écartés par rapport à cette valeur. Une température initiale de 2100 K, une période de rotation trop grande (10 h) ou trop faible (30 h) ainsi qu'une énergie d'activation trop faible peuvent être écartées sur la base du modèle de dissipation supposé.

Le principal résultat de ces calculs est le très faible temps mis par Mercure pour atteindre sa période de rotation actuelle. Celle-ci est atteinte en moins de 100 millions d'années, les contraintes liées à ce ralentissement sont donc présentes très tôt dans l'évolution de

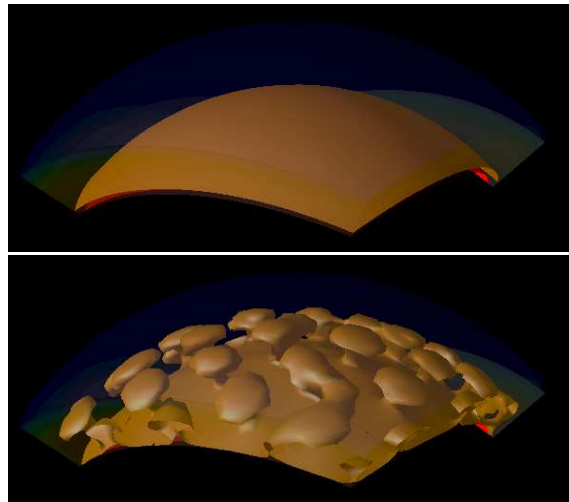


FIG. 3.8 – Illustration de la convection à l’intérieur du manteau de Mercure. Les deux images correspondent respectivement à un temps de 214 et 268 millions d’années et à un isotherme de 1938 K. Les paramètres utilisés sont ceux du cas de référence.

Mercure ce qui confirme les précédents travaux ([Dombard et Hauck \(2008\)](#) par exemple).

### 3.2.2 Évolution à long terme

L’évolution à long terme de Mercure permet d’étudier à la fois l’évolution thermique du manteau mais également celle du noyau et de déterminer la présence (ou non) d’un noyau interne. Les calculs effectués dans cette partie sont réalisés à l’aide du code 3D *OEDIPUS*. Les figures 3.8, 3.10 et 3.12 montrent le même cas que précédemment soit le cas dit “de référence”. Dans les calculs d’évolution à long terme présentés ici trois différents paramètres ont été testés, dans les mêmes gammes que pour l’évolution conductive précédente : la température, l’énergie d’activation et le pourcentage de soufre du noyau (entre 2 et 4 %). Les trois scénarios différents de formation sont également explorés ainsi que les différents modèles d’évolution du noyau. Tous les calculs effectués se font sur une période qui va de la formation de Mercure à 5 milliards d’années après sa formation.

#### 3.2.2.1 Convection et évolution thermique

Toutes les différentes gammes de valeurs et de scénarios utilisés ont conduit à l’apparition d’une convection à l’intérieur du manteau de Mercure. La convection s’initie dans les couches les plus profondes du manteau, près de l’interface manteau-noyau (Fig. 3.8). Des panaches de matière chaude progressent ainsi dans le manteau jusqu’à environ deux cents kilomètres de la surface où ils sont stoppés par la plus forte viscosité des couches les plus froides du manteau. La vitesse de remontée des panaches baisse ensuite progressivement donnant lieu à un épaississement des couches les plus visqueuses. Les vitesses radiales les plus importantes sont trouvées dans les cas possédant les températures internes initiales les plus chaudes ( $\sim 4 \times 10^{-5}$  cm/an).

Dans le cas particulier d’une température interne initiale de 2100 K, la convection s’initie

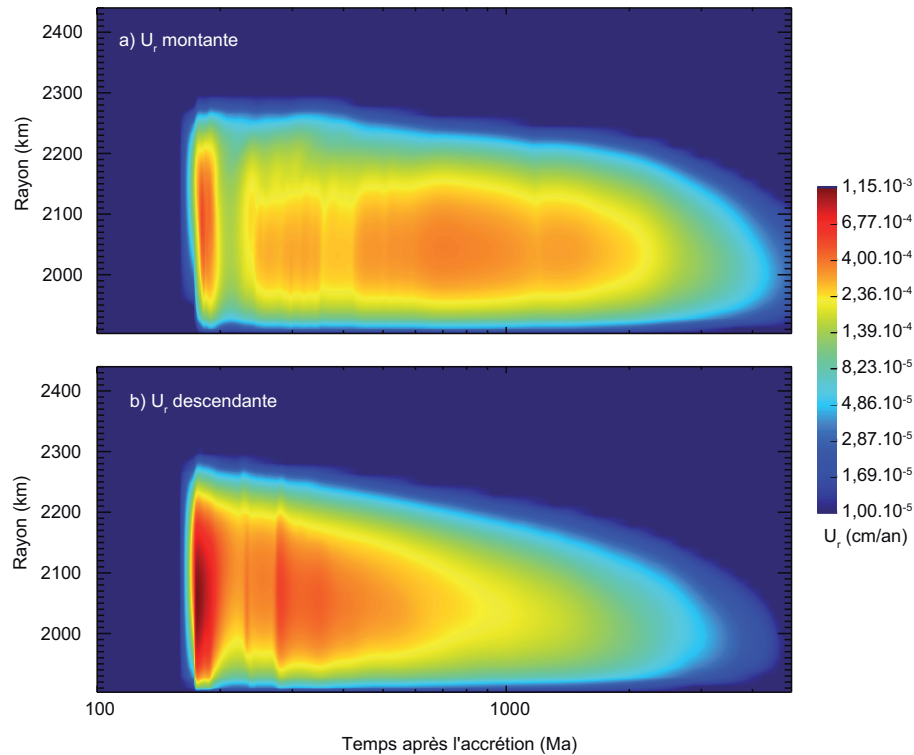


FIG. 3.9 – Évolution de la vitesse, suivant la composante radiale, de montée et de descente des panaches dans le cas d’une température interne initiale de 2100 K. On observe une chute de panaches froids à environ 150 kilomètres de la surface au démarrage de la convection.

de manière différente dû à un saut de température nul à l’interface manteau-noyau. La déstabilisation s’effectue à environ 100 kilomètres de la surface par la chute de matière plus froide sur le noyau. Puis, à partir de  $\sim 1$  milliard d’années, la tendance s’inverse et les vitesses sont plus importantes pour la remontée de matière chaude permettant ainsi le réchauffement du manteau (Fig. 3.9a et 3.9b).

Le critère utilisé pour définir le début de la convection (associé à une différence de 1% entre la température calculée et une solution conductive (cf sec. 2.1.3.5)) coïncide systématiquement avec une augmentation exponentielle de la vitesse RMS (Fig. 3.10b). Du point de vue de la température, l’évolution de Mercure s’effectue en deux grandes étapes : une phase conductive pendant les 100 à 500 premiers millions d’années (selon les paramètres initiaux), puis une phase convective durant le reste de son évolution. Cette phase convective est séparée en deux étapes : pendant les premières centaines de millions d’années un réchauffement du manteau inférieur (sous la lithosphère) jusqu’à environ 1 milliard d’années, puis un refroidissement de ce même manteau inférieur durant le reste de son évolution. Les couches supérieures de Mercure restent en permanence dans un régime conducteur et se refroidissent continuellement (Fig. 3.10a).

La vitesse RMS connaît une augmentation exponentielle au démarrage de la convection pour atteindre des valeurs de l’ordre de  $2 \times 10^{-5}$  cm/an. Elle se stabilise ensuite autour de  $1,2 \times 10^{-5}$  cm/an jusqu’à environ 1 milliard d’années, puis décroît de manière significative pour atteindre des valeurs de l’ordre de  $10^{-6}$  cm/an à la fin du calcul. De nos jours, la

convection serait toujours active mais de manière très faible.

Le flux de chaleur en surface est donné sur la figure 3.10c. Sur la même figure on donne pour comparaison les flux de chaleur instantanés liés aux radio-éléments et à la dissipation des forces de marée. Les valeurs initiales très élevées du flux de chaleur (presque  $0,1 \text{ W.m}^{-2}$ ) sont dues principalement aux fortes températures internes du manteau. On voit également que le flux lié à la dissipation des forces de marée est très largement supérieur à celui des radio-éléments. Dès 10 millions d'années le flux de chaleur décroît jusqu'à ce que la convection s'engage, peu après cet instant un pulse de chaleur arrive en surface et permet de faire stagner le flux de chaleur autour d'une valeur de plus de  $20 \text{ mW.m}^{-2}$ . À partir de 1 milliard d'années, le flux de chaleur recommence à décroître pour atteindre entre 10 et  $20 \text{ mW.m}^{-2}$  pour la période actuelle. Ce flux demeure dans tous les cas supérieur au flux de chaleur radioactif.

L'influence de la température, de l'énergie d'activation et du scénario de formation, dont dépendent les concentrations en radio-éléments sur le temps nécessaire au démarrage de la convection, est donnée sur la figure 3.11. Une augmentation de la température interne fait diminuer ce temps nécessaire jusqu'à ce qu'on atteigne une température interne égale à celle de l'interface manteau-noyau (de 521 millions d'années pour  $T = 1500 \text{ K}$  à 121 millions d'années pour  $T = 1900 \text{ K}$ ). Dans ce cas la convection démarre grâce à la déstabilisation de couche froide et demande un temps légèrement plus long. L'énergie d'activation permet d'augmenter la dépendance de la viscosité vis à vis de la température. Ainsi l'augmentation de cette énergie donne lieu à un démarrage de la convection de plus en plus tardif. Les scénarios de formation influent peu sur le temps de démarrage de la convection. On enregistre ainsi des temps compris entre 176 millions d'années (pour un impact tardif) et 218 millions d'années (pour un scénario de condensation). Par contre les conditions initiales du noyau (pourcentage de soufre et courbe de fusion du noyau) n'influent quasiment pas sur le démarrage de la convection. Deux cas seulement montrent une variation par rapport au cas de référence. Dans un modèle ayant une température fixe de  $2100 \text{ K}$  à l'interface manteau-noyau, le temps de démarrage de la convection est abaissé à 207 millions d'années par rapport au modèle de référence, et pour un modèle de fusion de fer qui suit [Rivoldini et al. \(2009\)](#) le temps est également abaissé à 205 millions d'années cela étant dû à un démarrage plus précoce de la croissance du noyau interne.

Des simulations ont également été faites en modélisant le manteau dans son intégralité afin de tester le rôle de ce choix sur la dynamique simulée (et non un 1/6 de sphère comme précédemment). Les résultats obtenus sont identiques à ceux notés précédemment. Nous ne développerons donc pas davantage cet aspect des calculs.

### 3.2.2.2 Évolution du noyau

Nous avons choisi de tester deux principaux paramètres pour la formation du noyau de Mercure : le pourcentage de soufre inclus dans le mélange FeS qui constitue le noyau (entre 2 et 4 %) et les modèles de fusion d'un mélange FeS (cf Tab. 3.3). L'évolution temporelle du modèle de référence est présentée sur la figure 3.12. La valeur du flux de chaleur à l'interface manteau-noyau est dépendante de la différence de température entre le manteau et l'interface, celle-ci est plus élevée pour un manteau froid que pour un manteau chaud. Ce flux diminue progressivement jusqu'au démarrage de la convection. Il subit alors un pic qui atteint des valeurs de l'ordre de  $80 \text{ mW.m}^{-2}$ . Puis il décroît de manière

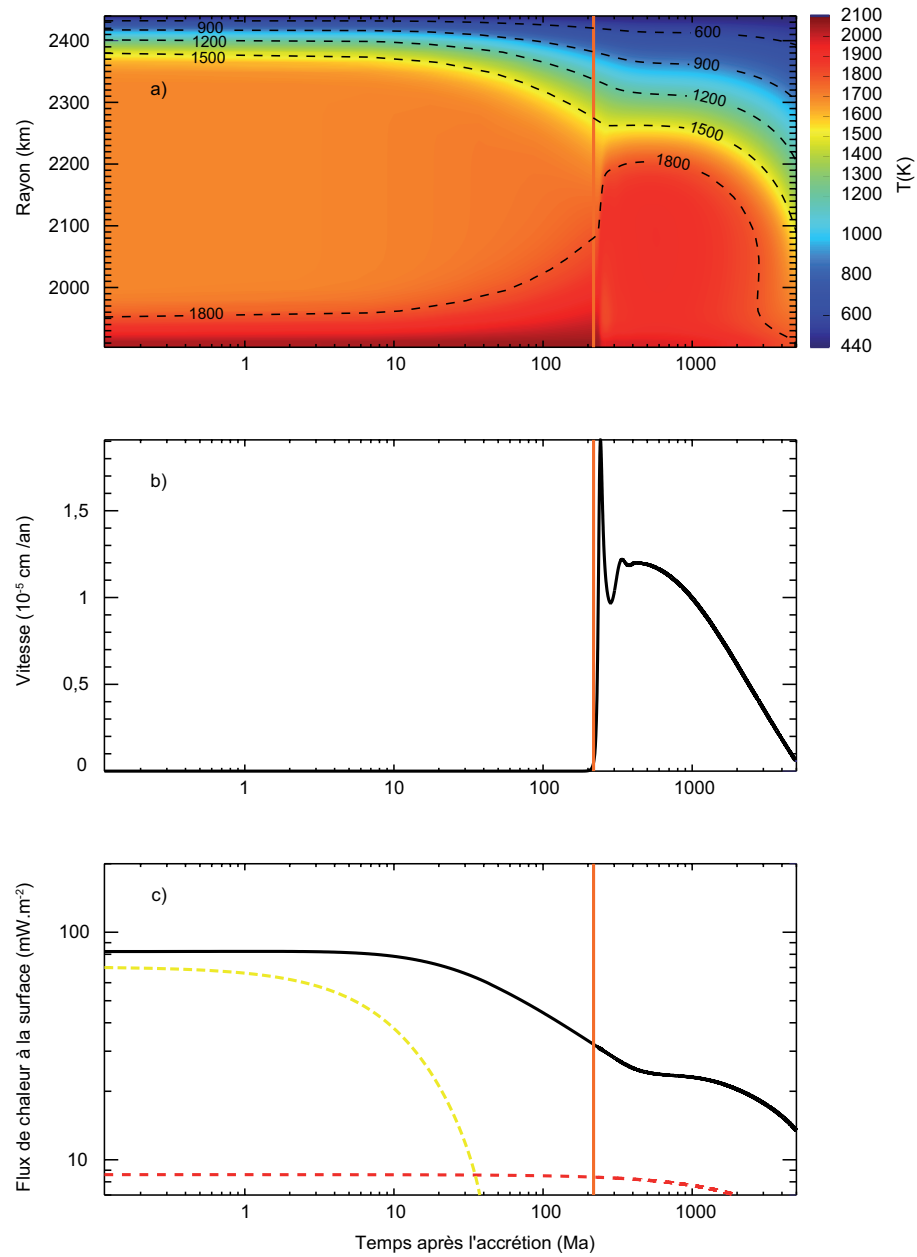


FIG. 3.10 – Évolution thermique d'une expérience numérique ayant une énergie d'activation de  $261 \text{ kJ.mol}^{-1}$ , un taux de soufre de 0,02 % et une température interne de 1700 K. En haut : la température, au centre : la vitesse RMS et en bas : le flux de chaleur en surface avec les flux de chaleur instantanés liés aux radio-éléments (courbe rouge) et à la dissipation des forces de marée (courbe jaune).

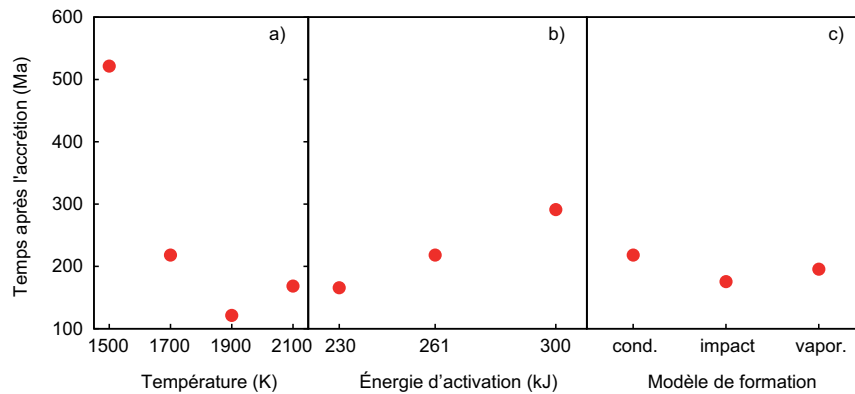


FIG. 3.11 – Temps de démarrage de la convection pour différents paramètres testés.

continue pour atteindre des valeurs d'une dizaine de milli-watts par mètre carré après 5 milliards d'années. Il subit néanmoins un regain d'activité à l'instant où le fer commence sa cristallisation pour former le noyau interne (Fig. 3.12a).

Le noyau interne commence sa croissance à  $\sim 320$  millions d'années. Dans quasiment tous les cas étudiés ce démarrage de la croissance s'effectue après que la convection ait débuté. Seul trois cas obtiennent un démarrage de la croissance du noyau interne avant que la convection s'initie : dans le cas d'une température interne initiale de 1500 K et pour un modèle de fusion d'un mélange FeS suivant [Schubert et al. \(1988\)](#) et [Rivoldini et al. \(2009\)](#). Dans le premier cas la convection s'initie très tardivement (après plus de 500 millions d'années) et le refroidissement du noyau est accéléré par la basse température interne du manteau. Dans les deux autres cas la courbe de fusion d'un mélange FeS intersecte l'adiabate du noyau très tôt dans l'évolution thermique. Par la suite, la croissance du noyau interne s'effectue de manière continue durant l'évolution restante. Elle est très rapide au début, plusieurs dizaines de kilomètres par millions d'années, pour ralentir au fur à mesure de l'évolution et atteindre des vitesses de croissance de quelques mètres par millions d'années de nos jours. À la fin de l'évolution calculée, une partie du noyau est toujours liquide et le noyau interne possède un rayon de moins de 1650 km. Dans toutes les simulations effectuées il reste toujours une partie liquide dans le noyau à la fin de l'évolution. Celle-ci oscille environ entre 200 et 600 kilomètres suivant les paramètres. La température à l'interface manteau-noyau est de 2100 K au début de l'évolution thermique. Cette température ne varie presque pas jusqu'à l'initiation de la convection (moins de 30 K). Une fois celle-ci débutée, la température baisse significativement de plusieurs dizaines de kelvin jusqu'à ce que le noyau interne commence à se former. À ce moment là, l'énergie dégagée par la cristallisation du fer dans le noyau interne permet de limiter la baisse de la température. Celle-ci se poursuit néanmoins mais à un rythme moins élevé (environ 1 K tous les 10 millions d'années). À la fin de l'évolution, la température atteint encore plus de 1800 K.

La quantité de soufre présente initialement dans le noyau, la densité du manteau (et donc du noyau, en supposant une densité de Mercure constante durant son évolution), la taille du noyau externe ainsi que différents scénarios de fusion d'un mélange FeS ont été testés sur le démarrage de la formation du noyau interne ainsi que sur l'épaisseur du noyau externe existant encore à la fin de l'évolution calculée. Les résultats sont présentés dans la

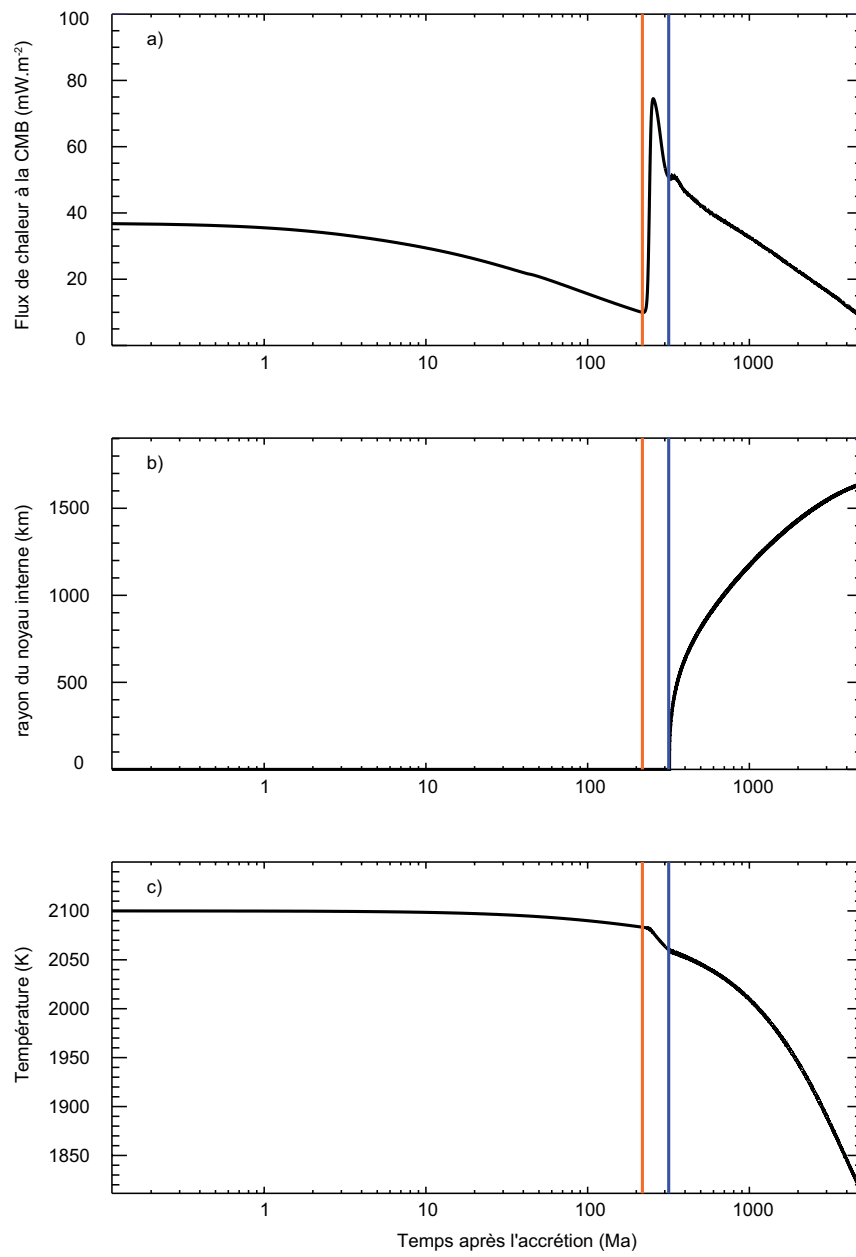


FIG. 3.12 – Évolution temporelle du noyau pour le cas de référence. a) flux de chaleur à l'interface manteau-noyau, b) rayon du noyau interne et c) température à l'interface manteau-noyau. Le début de la convection et de la formation du noyau interne sont respectivement notés par une barre rouge et bleu.



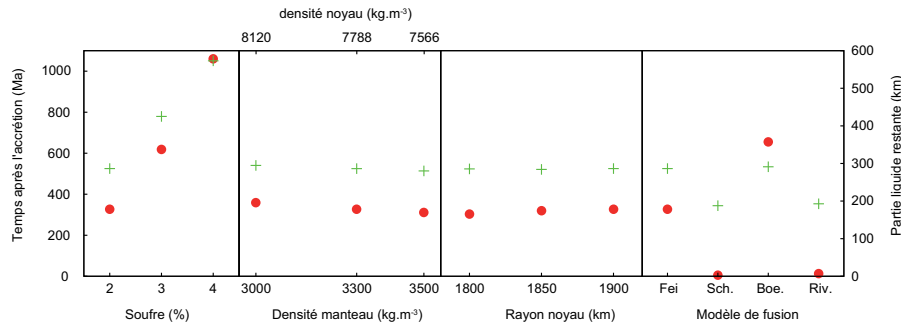


FIG. 3.13 – Temps de démarrage de la cristallisation du noyau interne (rond rouge) ainsi que l'épaisseur du noyau externe restant après 5 milliards d'années (croix verte).

figure 3.13. Le facteur présentant le maximum de variation dans les résultats est la teneur en soufre du noyau. Un contraste de 1% multiplie presque par deux le temps nécessaire au démarrage de la cristallisation du fer (330 Ma pour 2% à 630 Ma pour 3%). Ce résultat provient de la baisse de la température de fusion du mélange fer-soufre si le pourcentage de soufre augmente. L'épaisseur du noyau externe suit la même progression, ainsi un noyau interne ayant un démarrage plus tardif possédera un moins grand rayon à la fin de l'évolution.

Plusieurs densités du manteau, (3000, 3300 et 3500 kg.m<sup>-3</sup>) ont permis également de faire varier le démarrage de la cristallisation et l'épaisseur du noyau externe. Afin de garder une masse de Mercure égale pour tous les modèles, la densité moyenne du noyau est recalculée pour chaque nouvelle densité du manteau. Les variations occasionnées sur le démarrage de la cristallisation du noyau interne sont peu importantes, les temps obtenus se situant entre 358 et 312 millions d'années. Une augmentation de la densité du manteau (et donc une baisse de la densité moyenne du noyau) permet un démarrage plus rapide, mais la variation n'excède pas 15 %. Cette augmentation permet, pour une taille de noyau constante (égale à celui du cas de référence), d'augmenter la pression à l'interface manteau-noyau, mais elle permet également de diminuer la densité du noyau. La pression résultant dans le noyau est donc la compétition entre une pression plus élevée à l'interface manteau-noyau et une densité plus faible dans ce noyau. La pression à l'interface, dans la gamme de densité du manteau testée, varie entre 6,4 et 7,2 GPa. Cette différence est minime ainsi une plus faible densité du noyau l'emporte donnant donc des pressions au centre plus faibles que pour le cas de référence. La température adiabatique du noyau est donc plus élevée au centre ainsi la courbe de fusion de l'alliage fer-soufre intersecte plus tôt la courbe du gradient adiabatique donnant des temps plus courts pour le démarrage de la croissance du noyau interne. De la même manière, l'épaisseur du noyau externe restant (moins de 300 kilomètres) à la fin de l'évolution suit la même tendance.

La taille du noyau a varié dans les simulations entre 1800 et 1900 km. Une augmentation de la taille permet également d'augmenter le temps du démarrage de la cristallisation car de la même manière que précédemment l'augmentation de la taille du noyau entraîne une baisse de la pression et donc de la température donnant ainsi une intersection entre les deux courbes plus précoce. Ce temps est légèrement supérieur à 300 millions d'années et les fluctuations occasionnées sont de moins de 20 millions d'années. L'épaisseur du noyau externe reste également inférieure à 300 kilomètres avec des fluctuations encore

moins importantes de l'ordre de 2 kilomètres seulement.

Les différents modèles de fusion de l'alliage fer-soufre testés ont été donnés dans la table 3.3. Ces modèles s'appuient sur différentes paramétrisations de la courbe de fusion. Les quatre modèles utilisés ont tous conduit à la formation d'un noyau interne ainsi qu'à l'existence d'un noyau externe à la fin de l'évolution calculée. L'évolution des expériences à hautes pressions d'un alliage fer-soufre ont permis d'augmenter le nombre de mesure et d'affiner la courbes de fusion de cet alliage. Le modèle de [Schubert et al. \(1988\)](#) donne un noyau interne de grande taille (plus de 1200 km) dès le début de l'évolution mais permet néanmoins de garder une partie liquide au noyau à l'heure actuelle. Puis le modèle de [Boehler \(1996\)](#) donne un démarrage beaucoup plus tardif ( $\sim 665$  millions d'années) mais une épaisseur de liquide dans le noyau plus grande que le modèle précédent. Le modèle de [Fei et al. \(1997, 2000\)](#) baisse ce démarrage mais donne une épaisseur équivalente (environ 300 millions d'années et 260 kilomètres respectivement). Enfin le modèle de [Rivoldini et al. \(2009\)](#) permet un démarrage encore plus tôt dans l'évolution (12 millions d'années) et donne une épaisseur légèrement inférieure au précédent modèle (192 kilomètres). Ce dernier modèle bénéficie pour le paramétrage de la courbe de fusion des tous derniers résultats des expériences à hautes pressions. Bien que les différents résultats pour ces quatre modèles proviennent simplement des différentes paramétrisations utilisées pour la courbe de fusion de l'alliage fer-soufre, le dernier modèle de [Rivoldini et al. \(2009\)](#) est celui qui serait à retenir. Les autres modèles présentés permettent une comparaison avec les études précédentes.

### 3.2.3 Implication pour la tectonique de Mercure

La contraction du rayon de Mercure et les contraintes qui en découlent peuvent être évaluées à partir de l'évolution thermique. Nous appliquons la même méthode que [Dombard et Hauck \(2008\)](#) pour l'estimation de la contraction : les valeurs des contraintes à l'origine des larges failles sur la Terre, Mars ou Vénus ont été estimées entre 10 et 80 MPa par [Barnett et Nimmo \(2002\)](#). Nous regardons ainsi la contraction à l'origine de telles contraintes pour Mercure. Dans le cas de référence, la contraction du rayon est comprise entre 0,05 et 0,4 km et aurait été terminée, au plus tard, 60 millions d'années après la fin de la formation de Mercure. Les valeurs de contractions du rayon ne varient que très peu en fonction des paramètres initiaux. Le temps maximal atteint pour obtenir les valeurs de contraintes est de 110 millions d'années avec une température interne initiale de 1500 K. Notre modèle prédit donc une faible contraction très tôt dans l'évolution de Mercure bien avant le LHB (Late Heavy Bombardment). Néanmoins le refroidissement a continué après que ces contraintes se soit relâchées une première fois. Il est donc tout à fait possible d'envisager un deuxième épisode de contraction plus tard dans l'évolution, par exemple après le LHB. Ceci est soutenu par les observations d'impacts météoritiques recoupés par des escarpements lobés ([Strom et al., 1975](#)).

Avant le LHB, [Dombard et Hauck \(2008\)](#) prédisent une contraction de 3 à 5,5 km puis après cet épisode de bombardement météoritique ils prédisent une plus faible contraction de l'ordre de 1 à 2 km. Les valeurs de contractions trouvées par [Watters et al. \(1998\)](#), sur la base d'estimations de l'angle du plan de faille, prédisaient une contraction inférieure au kilomètre après le LHB. Nos valeurs sont donc plus faible que celles déterminées avant le LHB par [Dombard et Hauck \(2008\)](#). Néanmoins, [Dombard et Hauck \(2008\)](#) s'appuient

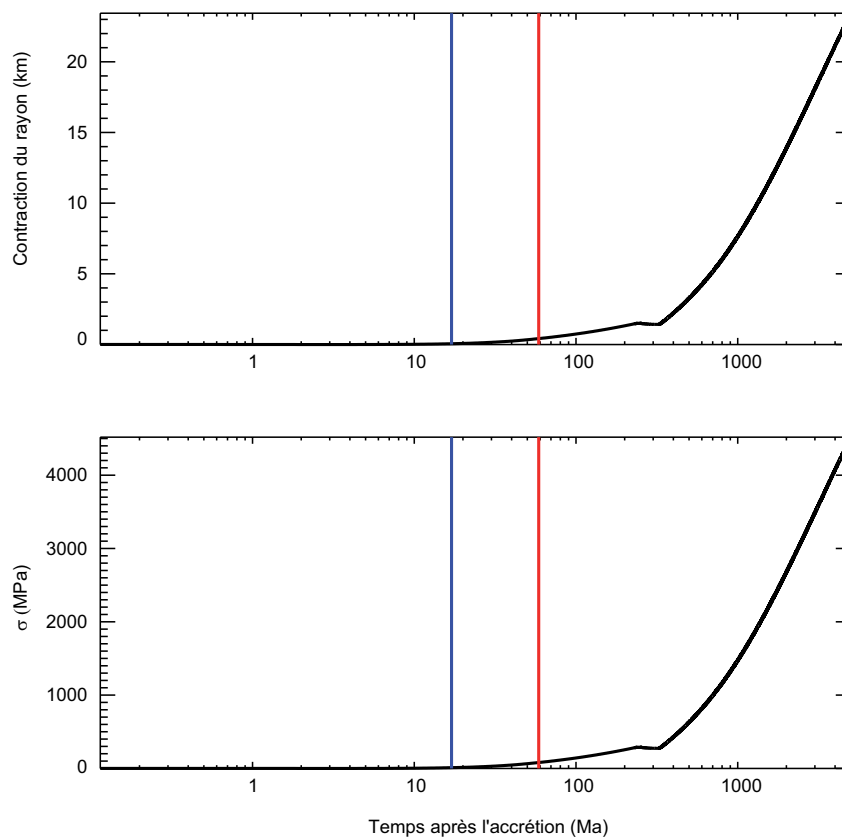


FIG. 3.14 – Contraintes et contraction de Mercure dues au refroidissement du manteau et du noyau. Aucun relachement des contraintes n'est supposé pour les valeurs de contraintes affichées. Le cas inverse est donné pour les valeurs de contraction où on fait l'hypothèse de contraintes nulles. Les traits rouge et bleu donnent respectivement la contrainte à 10 et 80 MPa.

sur le modèle de [Hauck et al. \(2004\)](#), celui-ci prend en compte la fusion partielle du manteau ainsi que le transport des produits de cette fusion dans la croûte. Le flux de chaleur à la surface ( $\sim 0,035 \text{ W.m}^{-2}$ ) est donc bien moins élevé que le nôtre (presque  $0,1 \text{ W.m}^{-2}$ ) et le refroidissement de la planète est ainsi plus lent. Ils peuvent donc obtenir ces contraintes plus tardivement dans l'évolution. Leur méthode de calcul de la contraction diffère également de la nôtre : ils calculent l'accumulation de la déformation dans une lithosphère élastique. Par contre, ils utilisent un modèle de convection paramétré et ne prennent pas en compte la dissipation des forces de marée liée au ralentissement de la période de rotation. Notre modèle thermique apparaît ainsi plus robuste que le leur. Le flux de chaleur à la surface peut donc être plus important qu'ils le décrivent dans leur étude, permettant ainsi une contraction plus précoce.

### 3.3 Discussion

Nous avons effectué des simulations de l'évolution thermique du manteau de Mercure. Celles-ci utilisent à la fois un code de conduction thermique pour simuler les premières dizaines de millions d'années de l'évolution, puis un code de convection 3D afin de simuler le restant de son évolution. La dissipation des forces de marée et le ralentissement de la période de rotation subséquent à l'évolution primordiale est également pris en compte. Les contraintes en surface imposées par ce ralentissement sont également évaluées. L'évolution à plus long terme permet de calculer l'évolution du noyau et la croissance d'un noyau interne.

La période de rotation actuelle de Mercure est atteinte pour presque toutes les simulations effectuées, de plus elle est atteinte après un temps de quelques dizaines de millions d'années seulement. Seules les simulations possédant une excentricité supérieure ou égale à 0,3 n'atteignent pas cette période. La différence entre le rayon équatorial et polaire de Mercure est de seulement quelques dizaines à centaines de mètres, les valeurs extrêmes étant atteinte en faisant varier la période de rotations initiales. Les contraintes en surfaces calculées permettent de retrouver une zone de compression nord-sud au niveau de l'équateur.

L'évolution à plus long terme de Mercure montre l'apparition de la convection dans le manteau pour toutes les simulations effectuées. Elle débute entre 121 et 529 millions d'années pour des températures internes initiales de respectivement 1900 et 1500 K. La formation d'un noyau interne est également présent dans toutes les simulations et il permet néanmoins la présence d'un noyau externe à la fin de l'évolution dans toutes les simulations.

Comme suggéré par de précédentes études (e.g. [Dombard et Hauck, 2008](#)), la période de rotation de Mercure est atteinte très tôt dans son évolution. Les contraintes qui sont alors imposées à sa surface donnent une orientation préférentielle des failles suivant un axe nord-sud au niveau de l'équateur et suivant un axe est-ouest à partir de 60° de latitude comme relevée par [Watters et al. \(2004\)](#). L'évolution thermique permet la présence d'un noyau interne ainsi que d'une partie liquide avec la présence d'un noyau externe aujourd'hui. Une dynamo planétaire peut ainsi être présente et expliquer les observations du champs magnétique relevées par les sondes ayant survolé Mercure.

#### 3.3.1 Formation de Mercure et différenciation

La formation de Mercure n'est pas totalement expliquée, plusieurs scénarios ont été développés et ici nous en utilisons trois différents. Le premier d'entre eux, d'après [Weidenschilling \(1978\)](#), est basé sur le phénomène de condensation. Comme tous les corps du Système Solaire, Mercure se serait formé par condensation d'éléments de la nébuleuse solaire. Ce phénomène permettrait d'expliquer, grâce au fractionnement des éléments dans cette nébuleuse, que la densité dans la région de Mercure soit plus élevée que pour les autres corps telluriques ([Fegley et Lewis, 1980](#)). Néanmoins ce modèle ne peut expliquer complètement la présence d'un si important noyau ([Lewis, 1988](#)). Pour circonvier à ce problème, [Weidenschilling \(1978\)](#) implique des forces de fractionnement additionnelles dans la sous-nébuleuse solaire. [Weidenschilling \(1978\)](#) montre ainsi que la densité de Mercure peut être atteinte à cette distance du Soleil. Mais les calculs en trois dimensions

de la dynamique des gaz et poussières de la sous-nébuleuse solaire sont encore débattus. Les problèmes de turbulences, d'instabilités pourraient changer les conclusions ([Benz et al., 2007](#)).

Le deuxième type de modèle utilisé argue un ou plusieurs impacts géants à la fin de la période d'accrétion de Mercure ([Cameron et al., 1988](#); [Wetherill, 1988](#); [Benz et al., 2007](#)). Un impact aurait fait perdre une large partie du manteau de Mercure alors beaucoup plus gros que l'actuel. Mais la question du devenir de ce manteau éjecté reste problématique, les éjectas constitués restant aux abords de l'orbite de Mercure aurait dû se ré-accréter sur une période de temps assez courte. Le manteau aurait ainsi pu se reconstituer.

Le dernier scénario envisagé utilise les très fortes températures dans la sous-nébuleuse solaire à la position de Mercure (2500 à 3000 K) ([Cameron, 1985](#)). Le manteau ainsi formé aurait pu être partiellement vaporisé donnant le résultat actuel. Pourtant, la question se pose sur la possibilité d'atteindre de telles températures à cette distance du Soleil, de plus même si la vaporisation avait lieu il faudrait également, comme le note [Cameron \(1985\)](#), avoir un vent solaire assez puissant pour déplacer cette atmosphère silicatée de Mercure. Néanmoins l'impact de ces modèles de formation reste minime sur l'évolution de Mercure. Comme le relèvent les résultats, les différentes compositions isotopiques liées à chaque scénario n'influent que sur l'évolution à long terme de Mercure. La première centaine de millions d'années est principalement dominée par l'état thermique initial et la dissipation de marée. Seul le démarrage de la convection, et celui de la cristallisation du noyau interne, sont légèrement influencés (cf sec. 3.2.2 et Fig. 3.11). Aucun modèle n'est donc préféré à un autre dans notre étude, nous utilisons les trois afin de pouvoir comparer l'évolution liée à chacun.

La fin de l'accrétion de Mercure et des corps telluriques du système interne est prise ici à 10 millions d'années après la formation des CAI suivant [Kleine et al. \(2002\)](#). Si cette formation avait été plus courte, des éléments radioactifs à courtes périodes tel l'aluminium 26 ou le fer 60 auraient été pris en compte. La température interne initiale aurait donc été plus élevée, permettant ainsi une dissipation encore plus importante des forces de marée. Le temps pour atteindre la période de rotation actuelle pourrait ainsi être légèrement plus court. L'évolution à long terme ne serait pas modifiée, car les éléments à plus longues périodes deviennent vite prédominants (à partir de 17 millions d'années après les CAI). Néanmoins les simulations numériques de la formation des corps telluriques donnent des temps de fin d'accrétion plus tardifs ([O'Brien et al., 2006](#)).

Dans le cas contraire d'une formation plus longue, jusqu'à 100 millions d'années ([O'Brien et al., 2006](#)), les sources radioactives à longues périodes sont les seules présentes et leur puissance produite n'aurait baissé que de 1% par rapport à celle qu'elles avaient à 10 millions d'années. L'évolution à long terme ne serait donc pas différente de celle ayant un temps d'accrétion de 10 millions d'années. L'évolution à court terme, étant elle même contrôlée par l'état thermique initial et la dissipation des forces de marées ne serait également pas influencée. On peut néanmoins supposer qu'une accrétion sur une période de temps plus longue implique une plus grande partie de l'énergie liée à l'accrétion perdue par rayonnement et donc un manteau plus froid. Une température initiale du manteau de 1500 K pourrait donc être plus représentative d'une accrétion plus longue. La gamme de températures initiales utilisée pour le manteau inclue cette température et nous permet donc d'estimer l'impact d'une période d'accrétion plus longue sur l'évolution.

### 3.3.2 Rôle de l'état thermique initial

La température interne initiale de Mercure gouverne en grande partie le démarrage de la convection dans son manteau. Cette température a été prise entre 1500 et 2100 K dans nos simulations. Elle est le résultat des processus de formation de Mercure : l'énergie relâchée par l'accrétion des planétésimaux dans un premier temps puis la formation du noyau et le relâchement de l'énergie gravitationnelle associé à la différenciation fer - silicate. Ces deux processus arrivent très tôt dans l'évolution de Mercure comme supposé par [Kleine et al. \(2002\)](#) ou encore [Ricard et al. \(2009\)](#). Seul un certain pourcentage de l'énergie d'accrétion est gardé dans le corps (cf sec. 1.1.4.1). Si cette fraction gardée égale (ou excède) 20%, la température interne de Mercure atteindrait celle du solidus du matériau accréte ([Schubert et al., 1988](#)). Les scénarios comportant un important impact à la fin de l'accrétion, permettant ainsi d'enlever une partie du manteau, impliquent des augmentations de température encore plus importantes ([Benz et al., 2007](#)).

D'autres phénomènes ont également pu produire une hausse des températures, ainsi la proximité du Soleil a pu chauffer de manière très importante Mercure dans les premiers temps de son évolution. [Cameron \(1985\)](#) donne des températures de l'ordre de 2500 à 3000 K à l'emplacement de Mercure dans la nébuleuse solaire, ce qui est suffisant pour volatiliser une partie de Mercure. Dans ce cas Mercure se serait formé de manière rapide avant la disparition du gaz de la nébuleuse. Toujours dans le cas d'une accrétion rapide, la présence d'éléments radioactifs à courte période comme l'aluminium 26 peut également augmenter très fortement les températures durant les premiers millions d'années ([Castillo-Rogez et al., 2007](#)). Comme nous l'avons montré, une autre source de forte température est la dissipation des forces de marée. Les précédentes études tendent vers une obtention de la période de rotation actuelle très tôt dans l'évolution de Mercure (e.g. [Dombard et Hauck, 2008](#)), ainsi la dissipation fut importante dès les premiers instants de l'évolution (cf Fig. 3.10).

La gamme de température initiale prise pour le manteau (1500 à 2100 K) couvre ainsi parfaitement l'hypothèse d'un manteau chaud pour Mercure. Une température de 1500 K peut même ainsi paraître froide suivant ces hypothèses.

La température de surface est prise constante à 440 K, mais les variations de température à la surface de Mercure (90 K pour la face non éclairée par le Soleil et 700 K pour celle éclairée ([Yan et al., 2006](#))) pourraient amener à des changements dans la vigueur de la convection après que la résonance 3:2 ait été atteinte.

### 3.3.3 Rôle de la rhéologie

Les simulations présentées ici ont été effectuées en supposant une rhéologie newtonienne avec une viscosité de  $5 \times 10^{18}$  Pa.s pour une température de référence de 2100 K et une énergie d'activation de  $261 \text{ kJ.mol}^{-1}$ . La rhéologie du manteau de Mercure nous est actuellement inconnue. Les modèles de formation des planètes telluriques nous permettent de faire une analogie, d'un point de vue de la composition, entre le manteau de Mercure et celui de la Terre. Du fait des pressions atteintes dans le manteau de Mercure ( $< 10 \text{ GPa}$ ), on peut assimiler sa rhéologie à celle du manteau supérieur de la Terre (pression à la transition manteau supérieur-inférieur estimé à 26 GPa ([Dziewonski et Anderson, 1981](#))). Néanmoins, la rhéologie du manteau de la Terre est fortement influencée par la minéralogie et la présence d'eau ([Schubert et al., 2001](#); [Karato, 2008](#)). La minéralogie du manteau



de Mercure est supposée être la même que pour la Terre due aux gammes de pression atteinte et aux matériaux initiaux supposés identiques. Cette analogie est également choisie par [Hauck et al. \(2004\)](#). La présence d'olivine est donc avancée pour Mercure. La présence d'eau est plus problématique. À cette distance du Soleil, les modèles de formation ne la prévoient pas dans les matériaux accrétés. Dû au manque de données supplémentaires sur le manteau de Mercure, nous supposons dans notre étude la même rhéologie pour ce manteau que pour celui du manteau supérieur de la Terre et la présence d'olivine sèche. Ainsi, l'hypothèse d'une rhéologie newtonienne est discutable, en effet une rhéologie non-newtonienne est supposée être présente dans la partie supérieure du manteau terrestre d'après les expériences de laboratoire qui ont été menées (e.g. [Karato, 2008](#)). Les études de rebond post-glaciaire favorisent une viscosité newtonienne ([Schubert et al., 2001](#)), néanmoins [Karato \(2008\)](#) argumente que ce type de déformation peut ne pas correspondre à la viscosité à long terme du manteau. [Karato et Wu \(1993\)](#), de plus, indiquent que les anisotropies sismiques dans la partie haute du manteau supérieur sont le signe d'un fluage en dislocation alors que les faibles anisotropies détectées dans le manteau inférieur sont dues à un fluage en diffusion. Il existerait donc une transition, sans doute liée à la pression, entre rhéologie newtonienne et non-newtonienne dans le manteau terrestre. [Redmond et King \(2007\)](#) ont testé les deux types de rhéologies sur la convection du manteau de Mercure et il est possible selon eux, avec certains paramètres, d'obtenir les mêmes résultats dans les deux cas. néanmoins, une rhéologie non-newtonienne est sans doute la plus plausible pour la manteau de Mercure.

Pour les calculs viscoélastiques, un modèle de Burgers a été supposé. Ce modèle est repris suivant celui de [Faul et Jackson \(2005\)](#) et permet d'expliquer la dissipation des ondes sismiques à l'intérieur de la Terre. Cette dissipation est fonction de la période de forçage, de la température ainsi que de la taille de grain du matériau considéré.

La période de forçage des ondes sismiques est de l'ordre de la seconde alors que celle des marées imposées au manteau de Mercure va de 20 heures à  $\sim 58$  jours. L'extrapolation à des plus hautes périodes de ce modèle est ainsi discutable. Pour des périodes de forçage typique des marées diurnes (soit plusieurs jours) aucun modèle n'est disponible car il est très difficile de mesurer la réponse seule du manteau terrestre parmi tous les différents processus de dissipation. À plus grande période, soit largement supérieure à l'année, la relaxation du manteau, due au rebond post-glaciaire, peut être expliquée grâce à un modèle de Maxwell à plusieurs couches comme celui proposé par [Peltier \(1974\)](#).

La gamme de températures supposée initialement pour le manteau de Mercure (1500 à 2100 K) est légèrement supérieure aux températures du manteau supérieur terrestre. [Faul et Jackson \(2005\)](#) montrent que la dissipation augmente avec la température, ainsi notre modèle la prend en compte pour le calcul de la dissipation. Si les températures initiales dans le manteau sont supérieures à notre gamme de températures, notre modèle pourrait sous-estimer la dissipation dans le manteau de Mercure. Les temps mis pour atteindre la période de rotation peuvent ainsi être légèrement sous-estimés. Ces temps étant déjà très faibles, l'influence d'un tel changement sur l'évolution à long terme serait négligeable. Dans le cas de températures plus faibles, l'effet inverse est attendu. Néanmoins, comme discuté précédemment, l'hypothèse de basse température initiale pour le manteau de Mercure n'est pas la plus plausible.

La taille de grain du manteau supérieure terrestre est de l'ordre du millimètre au centimètre ([Hirth et Kohlstedt, 2003](#)). La dissipation, elle, augmente si la taille de grain dimi-

nue, or notre modèle utilise des tailles de grain de 1 et 10 mm. La faible vigueur de la convection déterminée par notre étude entraîne de faibles taux de contraintes dans le manteau de Mercure. Nous pouvons ainsi envisager une telle gamme de taille de grain pour notre modèle. Néanmoins si la taille de grain est plus faible, la dissipation serait alors plus élevée que celle calculée entraînant ainsi l'obtention de la période de rotation actuelle plus tôt dans l'évolution. L'effet serait identique à celui d'une plus forte température.

### 3.3.4 Rôle de la structure interne

La structure interne de Mercure retenue peut également être débattue. Le rayon moyen n'a quasiment pas changé depuis sa formation. Seule une contraction liée à son refroidissement, de quelques kilomètres (e.g. [Watters et al., 2004](#); [Dombard et Hauck, 2008](#)) a fait varier son rayon moyen de surface. De plus son aplatissement actuel est quasi-nul ([Anderson et al., 1987](#)) et celui-ci a probablement été acquis très tôt dans son évolution.

La composition du manteau de Mercure est supposée de type chondrite à enstatite ([Wasson, 1988](#)). Ces chondrites sont riches en métal ( $\sim 10\%$  ([Krot et al., 2007](#))) et possèdent une masse volumique d'au plus  $3750 \text{ kg.m}^{-3}$  ([Macke et al., 2009](#)). Comme nous nous plaçons à un temps situé après que le métal et les silicates se soient séparés, la masse volumique du manteau est inférieure à cette valeur. La gamme de masse volumique que nous avons donc pris ( $3000$  à  $3500 \text{ kg.m}^{-3}$ ) reflète cet aspect.

La valeur du rayon du noyau est plus problématique, seules les hypothèses sur le matériau qui le compose et la masse volumique du manteau peuvent nous aider. Ici nous avons pris le parti de considérer plusieurs valeurs (entre 1800 et 1900 km) et de considérer également différentes masses volumiques du manteau. Ces rayons donnent une gamme de masse volumique moyenne pour le noyau de  $7566$  à  $8120 \text{ kg.m}^{-3}$  qui est bien comprise entre la masse volumique du soufre à la pression du noyau ( $6077,78 \text{ kg.m}^{-3}$ ) et celle du fer à la même pression ( $8412,27 \text{ kg.m}^{-3}$ ) ([Breuer et al., 2007](#)). Les résultats montrent que la gamme de rayon du noyau, et donc de masse volumique du noyau, utilisée influence peu l'évolution à long terme et de manière négligeable l'évolution primordiale.

### 3.3.5 Rôle du noyau

La détermination de l'évolution du noyau de Mercure doit prendre en compte un modèle de fusion du matériau le composant. Actuellement, plusieurs modèles existent et nous en avons choisi quatre dans cette étude ([Schubert et al., 1988](#); [Boehler, 1996](#); [Fei et al., 1997, 2000](#); [Rivoldini et al., 2009](#)). La particularité de ces modèles est la faible différence entre les courbes de fusion proposées. Par exemple, à une pression de 30 GPa, tous ces modèles donnent des températures situées entre 2276 et 2428 K, soit dans une gamme d'environ 150 K. De plus, si on augmente la teneur de soufre dans le noyau, on abaisse cette température de fusion ([Boehler, 1996](#); [Fei et al., 1997](#)). La paramétrisation est donc loin d'être aisée, de plus les mesures effectuées en laboratoire ne sont qu'à pression constante et pour une certaine gamme de teneur en soufre. On effectue ensuite une régression linéaire entre chaque point de mesure ([Chen et al., 2008](#)). Il n'existe pas de courbe de fusion en fonction de la pression pour un alliage fer-soufre, mais actuellement seulement quelques points de mesure en laboratoire. [Rivoldini et al. \(2009\)](#) utilisent pour leur paramétrisation des données de pression à 10, 14, 21, 23, 25 et 40 GPa provenant

des mesures de laboratoire de [Fei et al. \(1997\)](#), [Li et al. \(2001\)](#) et [Stewart et al. \(2007\)](#) pour des teneurs en soufre inférieures à 10%. Les courbes de fusion utilisées dans notre étude regroupent ainsi différentes paramétrisations disponibles actuellement. Néanmoins, celle de [Rivoldini et al. \(2009\)](#) présente le plus grand nombre de points utilisés pour la paramétrisation. Les autres modèles permettent de définir différentes évolutions possibles et de pouvoir comparer avec des études précédentes.

Notre étude se base donc sur un alliage fer-soufre comme matériau du noyau. Mais il serait, compte tenu de la composition des chondrites à enstatite, tout à fait possible d'avoir un élément léger autre que le soufre. On peut ainsi considérer l'oxygène, ou encore le silicium. La solubilité de l'oxygène est faible à basse pression et est d'environ 1% en masse sous 10 GPa ([Tsunoguchi et al., 2007](#)). Le silicium est miscible dans un alliage fer-soufre à partir de 14 GPa ([Sanloup et Fei, 2004](#)). Mais comme la différenciation s'est effectuée à des pressions inférieures à 10 GPa, (la pression à l'interface manteau-noyau est d'environ 5 à 8 GPa) il est peu probable de retrouver ces deux éléments dans le noyau.

La présence de nickel est également possible, nous pourrions alors avoir deux éléments "lourds" avec une quantité de nickel pouvant aller jusqu'à 8% ([Rivoldini et al., 2009](#)). Cet élément abaisserait la température de fusion par rapport à un alliage fer/soufre seul ([Zhang et Fei, 2008](#)). La présence de cet élément pourrait donc favoriser l'existence d'un noyau liquide externe.

Des données radars actuelles ont permis également d'avancer l'hypothèse d'une partie liquide au noyau. [Margot et al. \(2007\)](#) utilisent les données de librations pour montrer que le manteau de Mercure serait découplé d'un noyau partiellement liquide. De plus, [Stanley et al. \(2005\)](#) montrent, à l'aide de simulations numériques, qu'une dynamo produite par un fin niveau liquide dans le noyau est capable de reproduire le faible champ magnétique de Mercure. Leurs rapports du rayon interne au rayon externe du noyau varient de 0,7 à 0,9 tandis que nos simulations donnent ce même rapport entre 0,7 pour une teneur en soufre de 4 % à 0,9 pour notre cas de référence. Dans une autre étude, [Williams et al. \(2007\)](#) montrent que la croissance d'un noyau interne et la présence d'une convection actuelle sont des conditions nécessaires mais pas suffisante à l'obtention d'une dynamo. La probabilité de sa présence est améliorée pour des teneurs en soufre du noyau d'environ 6 à 7 %. Nos simulations confortent donc l'hypothèse d'une génération du champ magnétique actuel par une fine couche liquide dans le noyau.

## Conclusion et perspectives

Nous avons étudié l'évolution thermique de Mercure dans un état différencié depuis la fin de son accréation jusqu'à nos jours. Dans un premier temps, nous avons regardé l'évolution subséquente de sa période de rotation et les conséquences en terme de contraintes à la surface. Puis, dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés au démarrage de la convection et à l'évolution du noyau. La période de rotation actuelle de Mercure est atteinte très tôt dans son évolution, en moins de 100 millions d'années, et son état thermique chaud durant cette période lui permet d'obtenir un aplatissement comparable à sa forme d'équilibre hydrostatique de quelques dizaines à centaines de mètres seulement. Les contraintes en surfaces générées par ce changement de vitesse de rotation donnent une orientation préférentielle nord-sud pour des failles à venir sur une bande de  $\pm 35$  degrés de latitude. L'orientation des escarpements lobés détectés en surface peut ainsi être expliquée. La convection s'initie entre environ 100 et 500 millions d'années dans toutes les simulations menées. Cette convection se caractérise par une remontée de panaches chauds depuis l'interface manteau-noyau. Cette convection pourrait être encore faiblement active de nos jours. La formation d'une graine solide dans le noyau est présente dans toutes nos simulations et démarre, dans la plupart des simulations, à environ 100 millions après le démarrage de la convection mantellique. L'évolution du noyau interne permet néanmoins d'obtenir un noyau externe liquide de quelques centaines de kilomètres de nos jours autorisant l'existence du champ magnétique actuellement détecté.

Les différents modules utilisés lors de cette étude peuvent faire l'objet de développement dans le futur. Le calcul de la dissipation est actuellement effectué avec une excentricité, un demi-grand axe, une inclinaison constante. [Hut \(1981\)](#), par exemple, montre que toutes ces variables sont couplées, [Correia et Laskar \(2009\)](#) produisent des simulations numériques où l'excentricité varie de façon chaotique et des captures temporaires à l'intérieur de résonance peuvent se produire avant la capture finale dans la résonance 3:2. Un modèle prenant en compte une évolution orbitale plus complète devrait ainsi être produit. La détermination des contraintes en surface peut également être améliorée. Les contraintes liées au ralentissement de la période de rotation sont obtenues grâce à une rhéologie de Maxwell, nous pourrions tester un modèle de Burgers. De manière analogue à [Hauck et al. \(2004\)](#), nous pourrions prendre en compte la production de liquide dans le manteau ainsi que leurs transports. Enfin, nous utilisons une paramétrisation de l'évolution thermique du noyau. Un modèle plus complet incluant la production d'un champ magnétique améliorerait notre compréhension du couplage manteau-noyau.

Les prochaines sondes qui orbiteront autour de Mercure pourront mesurer avec plus de précision l'aplatissement et ainsi fournir de meilleures contraintes aux modèles d'évolution primordiaux. Les mesures de champ magnétique pourront également donner plus d'informations sur le noyau de Mercure et sur l'origine de ce champ. Toutes ces nouvelles mesures permettront de sélectionner certains des paramètres initiaux présentés ici.

# Chapitre 4

## Japet

Iapetus is the third largest and the most distant regular moon of Saturn. Close flybys of Iapetus by the Cassini spacecraft permit to image its surface and to determine its mass and shape with an unprecedented accuracy ([Buratti et al., 2005](#); [Jacobson et al., 2006](#); [Thomas et al., 2007](#); [Giese et al., 2008](#)). The Cassini observations revealed two spectacular characteristics : (1) a high, equatorial ridge, which is unique in the Solar System and (2) a large flattening ( $a - c = 35$  km where  $a$  and  $c$  are the equatorial and polar radii) inconsistent with its current spin rate. In order to explain these two striking observations, [Castillo-Rogez et al. \(2007\)](#) proposed that Iapetus froze its shape as it despun from a rapid spin period of a few hours to the present synchronous rotation ( $\sim 79$  days). According to these authors, such a despinning is possible if an additional heat component was present during its early history (especially short-lived radiogenic elements such as  $^{26}\text{Al}$ ), and if heat transfer is inefficient to cool down the interior.

The efficiency of internal heat removal is mainly controlled by the occurrence of thermal convective instabilities, which is determined by the rheological structure of the interior. Many studies have addressed the possibility of thermal convection within icy satellites through numerical simulations or parameterized approaches. Most of these focus on the internal dynamics of the outer shell above a liquid ocean in large satellites (e.g [Tobie et al., 2003](#); [Showman et Han, 2004](#); [Barr et Pappalardo, 2005](#)). Only a few authors have investigated in detail thermal convection within undifferentiated or differentiated mid-sized satellites ([Czechowski et Leliwa-Kopystynski, 2005](#); [Husmann et al., 2006](#); [Grott et al., 2007](#); [Multhaup et Spohn, 2007](#)). Convection in mid-sized satellites is expected to occur within the stagnant lid regime (e.g. [Multhaup et Spohn, 2007](#)). In this regime, obtained for a large viscosity contrast, convective motions are confined below a cold viscous lid, where heat is transferred only by thermal conduction (e.g. [Grasset et Parmentier, 1998](#)). In the case of Iapetus, this regime and the associated rheological structure is likely to control the despinning rate and the shape relaxation.

In order to refine the scenario proposed by [Castillo-Rogez et al. \(2007\)](#), we investigate the influence of solid-state dynamics on the early evolution of Iapetus. We perform simulations of thermal convection for fluids with large viscosity contrasts in 3-D spherical geometry, using the numerical tool OEDIPUS ([Choblet, 2005](#); [Choblet et al., 2007](#)). A large range of plausible initial conditions are considered to investigate : (1) the onset time of convection, (2) the evolution of the viscous structure, (3) the resulting despinning rate and (4) the evolution of Iapetus' flattening.

The despinning rate due to the internal dissipation of the rotational energy is computed using the method of [Tobie et al. \(2005a\)](#). The relaxation process is calculated using the spectral approach developed by [Čadež \(2003\)](#) and [Tobie et al. \(2008\)](#). In the absence of experimental data on the viscoelastic behavior of ice mixtures relevant for Iapetus conditions, two different viscoelastic linear rheologies are considered : (1) a Maxwell model which is described with an elastic shear modulus,  $\mu$ , and a long-term viscosity,  $\eta$ , and (2) a Burgers model, which includes a transient shear modulus,  $\mu_B$ , and a short-term viscosity,  $\eta_B$ , in addition to the two Maxwell parameters. The Maxwell rheology is commonly used to describe viscoelastic deformation of icy bodies (e.g. [Ojakangas et Stevenson, 1989](#); [Moore et Schubert, 2000](#); [Castillo-Rogez et al., 2007](#)). The Burgers rheology is less commonly used but has been several times proposed to better describe transient deformation of planetary materials (e.g. [Sabadini et al., 1985](#); [Reeh et al., 2003](#)).

In section 4.1, the model used to describe both the heat transfer by thermal convection and the evolution of Iapetus' shape and rotation is developed. Two aspects play a major role for these evolutions : the nature of the radiogenic sources (short-lived radiogenic isotopes, SLRI and long-lived radiogenic isotopes, LLRI) and the rheology (viscous for convective dynamics and viscoelastic for the relaxation and despinning processes). Results are described in terms of onset of convection, despinning and global shape of Iapetus in section 4.2 and further discussed in section 4.3.



## 4.1 Model

### 4.1.1 Structure and initial conditions

The parameters considered in this study are listed in Table 4.1. The shape of Iapetus is relatively well described by a spheroid with a polar radius  $c$  of  $712.4 \pm 2.0$  km and an equatorial radius  $a$  of  $747.4 \pm 3.1$  km, which corresponds to an average radius  $R$  of  $735.6 \pm 3.0$  km (Thomas et al., 2007). The latest estimate of Iapetus' gravitational monopole  $GM$  is  $120.5117 \pm 0.0173$  km<sup>3</sup> s<sup>-2</sup> (Jacobson et al., 2006). The corresponding average density is  $\rho_0 = 1083$  kg m<sup>-3</sup> suggesting that the satellite is mainly composed of water ice with a small fraction of silicates. Assuming a silicate density of  $3510$  kg m<sup>-3</sup>, the rock mass-fraction  $x_s$  is roughly 20 %, which corresponds to a volumetric fraction of silicates,  $f_s$  equal to 6.3 %. We suppose that the interior is homogeneous throughout the period studied in our models ( $\sim 2$  Gyr). For simplicity, in the thermal evolution calculations, the average radius is also assumed to remain constant.

The initial temperature profile is controlled by the accretion process. It is computed according to the relationship proposed by Schubert et al. (1981) assuming that 40 % of the accretion energy is retained as heat (see section 1.1.4.1 for further details). This calculation also assumes that the accretion is rapid enough to prevent any smoothing of the temperature profile by internal heat transfer. Following Castillo-Rogez et al. (2007), the surface temperature  $T_{surf}$  is set to 90 K and is kept constant along the simulation.

### 4.1.2 Radioactive sources

Once accretion is completed, radiogenic decay of short- and long-lived isotopes contained in the silicates is the main source of energy. Along with the four main LLRI : <sup>40</sup>K, <sup>232</sup>Th, <sup>235</sup>U and <sup>238</sup>U, three SLRI have to be taken into account : <sup>26</sup>Al, <sup>60</sup>Fe and <sup>53</sup>Mn.

The initial concentration in radioactive elements depends on the nature of the primordial bricks that formed Iapetus. Following Castillo-Rogez et al. (2007), we assume a composition of the silicate fraction corresponding to ordinary chondrites, which represent the vast majority of chondrites falling on Earth (Bischoff, 2001; Alexeev, 2005). Carbonaceous chondrites could also contribute to the silicate budget of Iapetus to some extent. For simplicity, only one type of chondrite is considered. Table 4.2 lists the decay data as well as the concentrations of each radioactive isotope, estimated at the time of formation of the CAIs (Calcium-Aluminum-rich Inclusions) at 4.567 Gyr (Amelin et al., 2002), which are considered as the earliest condensates formed in the solar accretion disk.  $[^{26}\text{Al}]^0$  denotes the primordial abundance in aluminum 26 at this time. Assuming an aluminum concentration in silicates of 1.2 wt% and a ratio  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$  equal to  $5 \times 10^{-5}$  at the formation of the CAIs (Amelin et al., 2002; Castillo-Rogez et al., 2007) leads to  $[^{26}\text{Al}]^0 = 600$  ppb.

<sup>26</sup>Al is the element that provides the largest radiogenic power if accretion is completed within 5-6 Myr after the formation of CAIs. In the present study, we use a value of 3 MeV for the decay of <sup>26</sup>Al, which includes the 1.881 MeV gamma ray emitted by the <sup>26</sup>Mg decay product of <sup>26</sup>Al (Grimm et McSween, 1993; Schubert et al., 2007; Castillo-Rogez et al., 2009). This emission was omitted in the study of Ceres by McCord et Sotin (2005), which led Castillo-Rogez et al. (2007) to use a value about 2.5 smaller than the present one. The heat production associated with <sup>26</sup>Al used by Castillo-Rogez et al. (2007) would



Symbol	Associated quantity	Value	Unit
$\alpha$	thermal expansion	$1.56 \times 10^{-4} T_m/250$	$\text{K}^{-1}$
$a$	current equatorial radius	$747.4 \pm 3.1$	km
$c$	current polar radius	$712.4 \pm 2.0$	km
$C$	polar moment of inertia	$\frac{8\pi}{15}\rho c(t)a(t)^4$	$\text{kg.m}^2$
$D$	semi-major axis of the orbit	$3.5613 \times 10^6$	km
$E_a$	activation energy	50	$\text{kJ.mol}^{-1}$
$\eta_m$	reference viscosity	$10^{14}$	Pa.s
$f_s$	volumetric fraction of silicate	0.063	
$g_s$	surface gravity	0.22	$\text{m.s}^{-2}$
$\kappa$	thermal diffusivity	$1.47 \times 10^{-6} (250/T_m)^2$	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
$k$	thermal conductivity used	$f_s k_{sil} + (1 - f_s) k_{ice}$	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$k_{ice}$	thermal conductivity of ice	$0.4685 + 488.12/T_m$	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$k_{sil}$	thermal conductivity of silicate	4.2	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$M_p$	Saturn's mass	$568.46 \times 10^{24}$	kg
$R$	average radius	735.6	km
$\rho_0$	average density	1083	$\text{kg.m}^{-3}$
$T_m$	reference temperature	273	K
$T_{surf}$	surface temperature	90	K
$x_s$	mass fraction of silicate	20.4	

TAB. 4.1 – Symbols and parameter values used.  $M_p$  and  $D$  after [Lodders et Fegley \(1998\)](#) and  $a$  and  $c$  after [Thomas et al. \(2007\)](#).

Element	Half-life $\tau_0$ (Myr)	$H_0$ (W/kg of elements)	Isotopic concentrations (ppb)
$^{238}\text{U}$	4468	$94.65 \times 10^{-6}$	26.2
$^{235}\text{U}$	703.81	$568.7 \times 10^{-6}$	8.2
$^{232}\text{Th}$	14030	$26.38 \times 10^{-6}$	53.8
$^{40}\text{K}$	1277	$29.17 \times 10^{-6}$	1104
$^{26}\text{Al}$	0.716	0.341	600
$^{60}\text{Fe}$	1,5	0.071	200
$^{53}\text{Mn}$	3.7	0.027	25.7

TAB. 4.2 – Decay data and isotopic concentrations for ordinary chondrites from the compilation of [Castillo-Rogez et al. \(2007\)](#). Note that following [Grimm et McSween \(1993\)](#) and [Schubert et al. \(2007\)](#) we use a decay energy of about 3 MeV per atom for  $^{26}\text{Al}$ , corresponding to a specific heat production of  $0.341 \text{ W kg}^{-1}$ , whereas [Castillo-Rogez et al. \(2007\)](#) used a value of  $0.146 \text{ W kg}^{-1}$ .

be equivalent to the value used here if a concentration 2.5 times larger in  $^{26}\text{Al}$  had been used. The concentration in  $^{26}\text{Al}$ , depends solely on the duration of the time interval,  $t_{acc}$ , between the formation of CAIs and the completion of Iapetus' accretion. This interval includes the time needed to form the Saturnian system, which is of the order of several million years ([Pollack et al., 1996](#)), and the final accretion of the satellite within the sub-disk, which is probably less than one million years ([Canup et Ward, 2002](#)). Considering the formation time of CAIs as the initial time, the concentration in  $^{26}\text{Al}$  decays according to the following law :

$$[^{26}\text{Al}] = [^{26}\text{Al}]^0 \exp\left(-\frac{\ln 2}{\tau_{1/2}} t_{acc}\right) \quad (4.1)$$

where  $\tau_{1/2}$  is the half-life of  $^{26}\text{Al}$  (cf. Table 4.2). For example, a value of  $[^{26}\text{Al}] = 33 \text{ ppb}$  is obtained for a time of 3 Myr after the formation of CAIs. In [Castillo-Rogez et al. \(2007\)](#), the same heat production would be obtained for  $[^{26}\text{Al}] = 85 \text{ ppb}$ , corresponding to a time of 2 Myr after the formation of CAIs. However, the difference between the two values for  $^{26}\text{Al}$  is attenuated by the presence of  $^{60}\text{Fe}$  that contributes significantly to the heat budget during the first million years.  $^{60}\text{Fe}$ , though less abundant than  $^{26}\text{Al}$ , has a longer half-life (Table 4.2), so that the power released by  $^{60}\text{Fe}$  becomes predominant after 6 Myr.

As will be shown later, the amount of dissipated energy associated with despinning is relatively small and is neglected in the thermal evolution calculation. Given an initial period of about 9-10 hours and as the final period is 80 days, the dissipated rotational energy could be of a few gigawatt. As a comparison, the total radiogenic power is always larger than 10 GW for  $t < 750 \text{ Myr}$ . Thus, the dissipated energy contributes significantly to the thermal budget only if the despinning process occurs after this time (even in this case the radioactive power is always at least three times larger).

### 4.1.3 Dynamics and rheology

The internal dynamics of Iapetus are studied in a 3-D spherical shell assuming the icy material behaves as an infinite Prandtl number fluid. The classical conservation equations for thermal convection (mass, momentum and energy) are considered in the Boussinesq approximation with a viscosity that strongly depends on temperature and is solved using the numerical tool OEDIPUS (Choblet, 2005; Choblet et al., 2007) (see sections 2.1.2 and 2.1.3). The whole spherical shell is divided into six identical blocks. In the present study, only one of the six blocks is used to describe Iapetus' internal dynamics. As the grid mesh defined in OEDIPUS cannot be extended down to the center of the sphere, the numerical domain is bounded by an internal sphere corresponding to 20 % of Iapetus' radius (Fig. 4.2). A constant temperature  $T_{surf}$  equal to 90 K is prescribed at the surface while a zero heat flux is prescribed at the inner boundary. Gravity  $g$  is a function of radius  $r$  :  $g(r) = \frac{4\pi}{3}G\rho_0 r$ , corresponding to a surface value  $g_s$  of  $0.22 \text{ m s}^{-2}$ .

As the volumetric rock fraction within Iapetus is only  $\sim 6 \%$ , the viscous creep of the ice-rock mixture is predominantly controlled by the ice phase (e.g. Arenson et Palmer, 2005). An Arrhenius law is assumed to describe the temperature dependence of the viscosity  $\eta(T)$  :

$$\eta(T) = \eta_m \exp \left( \frac{E_a}{\mathcal{R}T_m} \left( \frac{T_m}{T} - 1 \right) \right) \quad (4.2)$$

with  $T_m = 273 \text{ K}$  and  $\eta_m = \eta(T_m) = 10^{14} \text{ Pa.s}$ , the reference temperature and viscosity,  $E_a = 50 \text{ kJ mol}^{-1}$  the activation energy and  $\mathcal{R}$  the gas constant. For numerical reasons, a cut-off is prescribed for the viscosity function :  $\eta = \min(\eta(T), 10^6 \eta_m)$ .

The criterion used to define the onset of convection is based on the comparison between the calculated temperature field and a purely conductive solution (e.g. Davaille et Jaupart, 1994) : the onset time is obtained when the difference between the two fields exceeds 1 % at any location.

### 4.1.4 Dissipation and despinning

It is likely that Iapetus had an initially short spin period of a few hours (Lissauer et Safronov, 1991; Castillo-Rogez et al., 2007), which must be larger than the limit for the body disruption caused by centrifugal forces ( $\sim 4$  hours). Even though Iapetus orbits at about 60 Saturn's radii, it is subjected to non-zero tidal forces induced by Saturn's gravitational field. Before the satellite reaches synchronous rotation, its tidally-distorted shape rotates relative to the satellite body frame. Owing to the anelastic properties of the interior, the fast-rotating satellite does not perfectly respond to the tidal forcing. As a consequence, the misalignment of the tidal bulge with respect to Saturn acts as a torque that tends to slowdown the satellite spin. This torque on the satellite is given by (e.g. Peale, 1999) :

$$T = \frac{3}{2} \frac{k_2(t, \chi) G M_p^2 a(t)^5}{D^6 Q(t, \chi)} \quad (4.3)$$

with  $k_2$  the tidal Love number and  $Q^{-1}$  the specific dissipation function both computed at the averaged tidal frequency  $\chi = 2(\omega - n)$  where  $\omega$  is the spin rate and  $n$  is the orbital mean motion (Efroimsky et Williams, 2009);  $G$  the universal constant of gravity,  $M_p$  Saturn's mass,  $a$  Iapetus' equatorial radius and  $D$  the semi-major axis of the orbit. The

tidal Love number  $k_2$  characterizes the time variation of the degree-2 gravitational potential due to the tidally-induced mass redistribution. The specific dissipation function  $Q^{-1}$  corresponds to the ratio between the energy dissipated over one cycle and the peak energy reached during the tidal cycle. It is related to the angular phase lag in a periodic oscillation and can be expressed in the Fourier-transform domain as the ratio between the imaginary part and the modulus of the complex Love number  $k_2^c$ . These two quantities are computed from the rheological structure of the satellite. The angular momentum associated to the spin is small relative to the orbital angular momentum. Therefore, the angular momentum exchange from the spin to the orbit can be neglected. For the sake of simplicity, the orbit is assumed to be circular and the semi-major axis to be constant all along Iapetus' evolution. The gradual decrease of the spin rate  $\omega$  as a function of time  $t$  is then determined from the tidal torque acting on Iapetus (Eq. 4.3) :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} \frac{k_2(t, \chi) G M_p^2 a(t)^5}{D^6 Q(t, \chi) C(t)} \quad (4.4)$$

The polar moment of inertia  $C(t)$  ( $= \frac{8\pi}{15} \rho a(t)^4 c(t)$ ) and the equatorial radius  $a(t)$ , are computed as a function of time according to the evolution of the global shape (see section 2.5).

In order to describe the viscoelastic response of the satellite, two different viscoelastic linear rheologies are considered : a Maxwell model and a Burgers model. The Maxwell model is often used for computing tidal heating in icy bodies (e.g. [Ojakangas et Stevenson, 1989](#); [Tobie et al., 2005b](#)). It is adapted to describe material relaxation properties when the forcing period is close to their Maxwell time. However, it fails to quantify material attenuation over a wide range of frequencies and temperatures ([Sotin et al., 2009](#)). Other models, based on laboratory measurements ([Tatibouet et al., 1986](#); [Cole, 1995](#)) or on analysis of tidal bending of polar glaciers ([Reeh et al., 2003](#)) are probably more appropriate for describing the viscoelastic response across a wide range of temperatures and frequencies. Note however that cyclic loading in the laboratory ([Tatibouet et al., 1986](#); [Cole, 1995](#)) is usually performed at frequencies ( $10^{-4}$  -  $10^{-3}$  Hz) higher than typical tidal frequencies ( $10^{-6}$  -  $10^{-5}$  Hz), so that mathematical extrapolation of experimentally-derived viscoelastic parameters to lower frequencies are required. The advantage of the Maxwell model is that it depends on only two parameters that can be experimentally-derived : an elastic shear modulus,  $\mu$ , and a long-term viscosity,  $\eta$ . This long-term viscosity thus corresponds to the convective viscosity (Eq. 4.2). The advantage of the Burgers model is that it includes a secondary dissipation peak at low temperature (Fig. 4.1) revealing otherwise hidden processes. It is described by a transient shear modulus,  $\mu_B$ , and a short term viscosity,  $\eta_B$ , in addition to the two Maxwell parameters. For simplicity, we assume  $\mu_B = \mu$  as proposed by [Reeh et al. \(2003\)](#). A wide range of values have been considered for the ratio  $\eta(T)/\eta_B(T)$  (assuming the same temperature dependence for both viscosities). For each rheological model, a complex shear modulus is derived from viscosity calculated with equation (Eq. 4.2) where temperature is computed with OEDIPUS. The complex shear modulus is then used to compute  $k_2(t, \chi)$  and  $Q^{-1}(t, \chi)$  at each time-step using the method of [Tobie et al. \(2005a\)](#) (see section 1.2.2.3 for further details). The evolution of the spin rate is then determined from Eq. (4.4) by a simple integration forward in time.

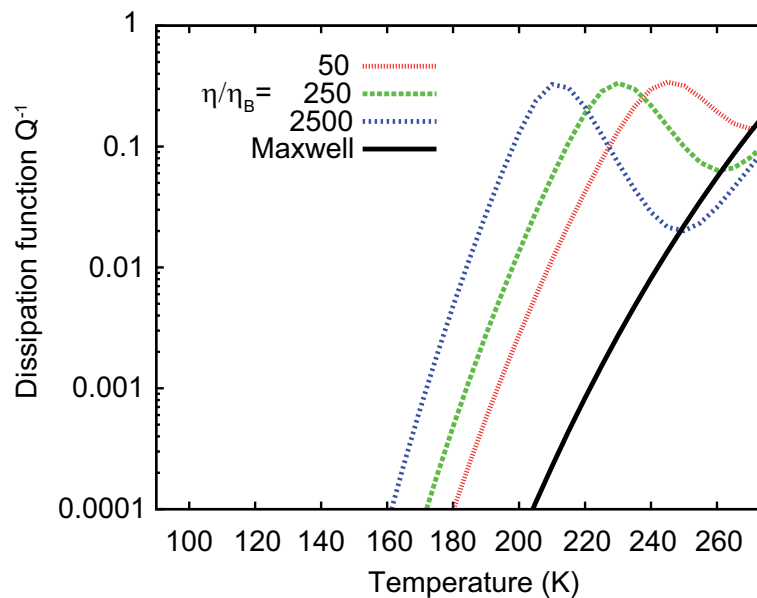


FIG. 4.1 – Dissipation function  $Q^{-1}$  associated to the viscoelastic models as a function of temperature. Both Maxwell (solid line) and Burgers models (various dashed lines for various values of the ratio  $\eta/\eta_B$ ) are presented. A rotation period of 16 hours is used.

### 4.1.5 Global shape evolution

As centrifugal forces due to the satellite spin are maximum at the equator and zero at the poles, the satellite shape is distorted into an oblate spheroid. The shape of the free surface of such a body can be described as :

$$R_s = R[1 + \epsilon P_{20}(\sin \lambda)], \quad (4.5)$$

with  $R$  being the mean radius,  $\epsilon$  a dimensionless constant,  $P_{20}$  the associated Legendre function of degree 2 and order 0, and  $\lambda$  the latitude. Since  $P_{20}(\sin \lambda) = (3 \sin^2 \lambda - 1)/2$ , then  $a - c = \frac{3}{2}\epsilon R$ . If Iapetus behaved like a perfect fluid, its current flattening in response to centrifugal forces would not be more than a few meters. The observed value of  $\sim 35$  km strongly suggests that Iapetus has preserved a very flattened shape inherited from an ancient higher spin rate.

In order to determine the evolution of the global shape as the satellite despins, we compute the time evolution of the second-degree surface displacement using the spectral technique developed by Čadek (2003) and Tobie et al. (2008) (see section 2.3.1). The satellite is assumed to behave as an incompressible Maxwell-type viscoelastic body. Since the timescale associated with shape relaxation is longer than the Maxwell time,  $\tau_M = \eta/\mu$ , the Maxwell rheology is relevant. Compared to the calculations performed by Tobie et al. (2008), lateral variations in viscosity are neglected and the body force includes the centrifugal forces and self-gravitation due to mass redistribution. Our simulation starts from a stress-free initial state (spherical body), and then the centrifugal forces are imposed. At each time step, the evolution of the surface displacement is computed from the radial viscosity profile at the corresponding spin rate and assuming a constant shear modulus for the whole interior. The viscosity profile is calculated using Eq. (4.2) from the averaged

---

temperature profile given by the OEDIPUS tool. Contrary to the thermal convection calculations, no viscosity cut-off is prescribed, so that the viscosity can reach values as high as  $10^{32}$  Pa.s at the surface.

## 4.2 Results

Each calculation includes three stages : (1) we first compute the thermal evolution (Fig .4.2), (2) the resulting evolution of the viscosity (instantaneous radial profiles) is then used to calculate the despinning rate of Iapetus at a given time and for an appropriate tidal frequency, (3) we finally consider the evolution of both the rotational period and the viscosity in order to evaluate the body relaxation.

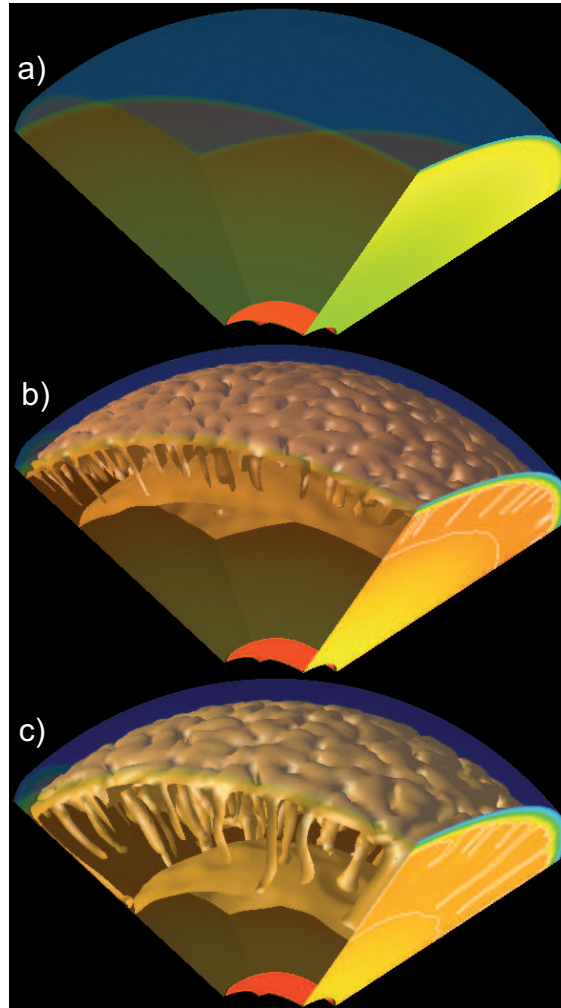


FIG. 4.2 – Snapshots of a typical run for a large  $[^{26}\text{Al}]$  (72 ppb) showing a large number of downwellings. a) 3.8 Myr before the onset occurring at 5.3 Myr. b) 4 Myr after the onset. The iso-surface corresponds to the 254 K isotherm. c) 16 Myr after the onset. The iso-surface corresponds to the 248 K isotherm.

### 4.2.1 Thermal evolution

Below, we first focus on two examples with different values of  $[^{26}\text{Al}]$  : 72 ppb corresponding to a time  $t_{acc}$  of 2.2 Myr after the formation of CAIs (cf. Fig. 4.2 and Fig.



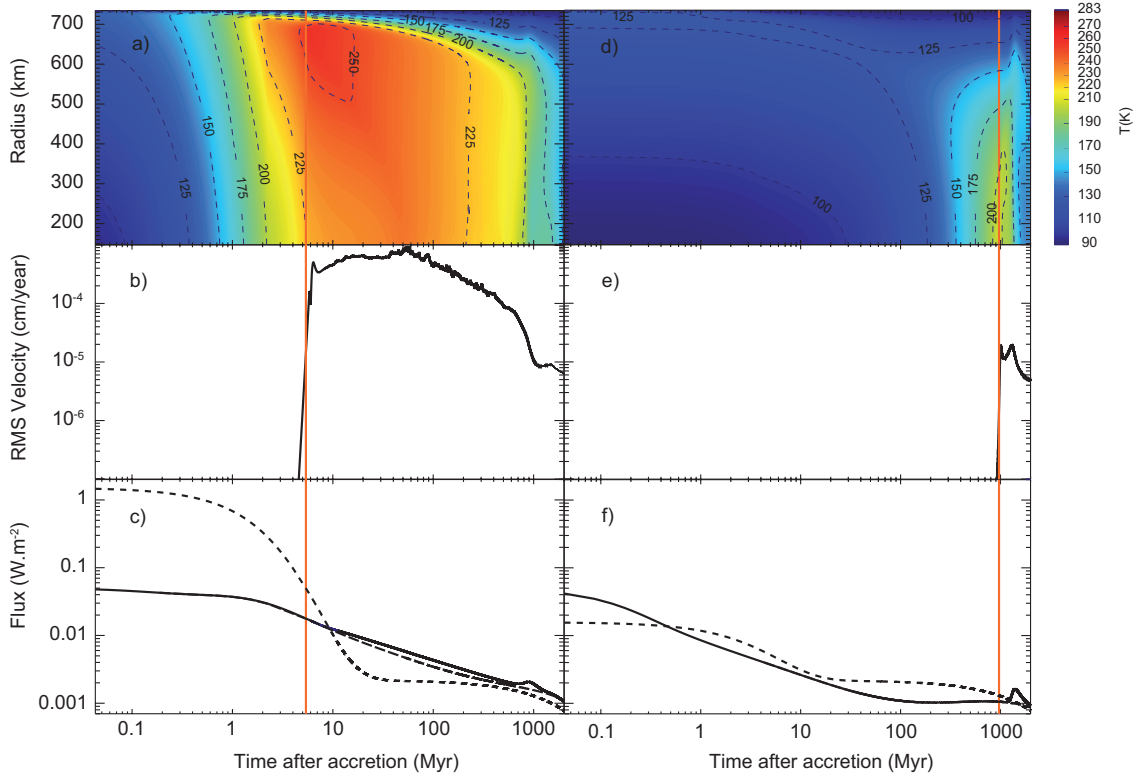


FIG. 4.3 – Time evolution of a thermal convection numerical experiment (left :  $[^{26}\text{Al}] = 72$  ppb, right :  $[^{26}\text{Al}] = 0.04$  ppb). The red vertical line indicates the onset of convection. Top : Horizontally-averaged temperature profile. Middle : Root-mean square velocity. Bottom : Surface heat flux (solid line) compared to instantaneous heat flux due to radiogenic sources (dashed line) and the heat flux that would have resulted from conduction only (dashed-dotted line).

4.3a) and 0.04 ppb corresponding to  $t_{\text{acc}} = 10$  Myr (cf. Fig. 4.3d). We then describe the simulations obtained for a wide range of  $[^{26}\text{Al}]$  (Fig. 4.4).

#### 4.2.1.1 Role of short-lived radiogenic isotopes

The calculation shown in Fig. 4.2 and Fig. 4.3 is obtained for  $[^{26}\text{Al}] = 72$  ppb. The surface heat flux (solid line in Fig. 4.3c) slowly decreases during a first conductive period because of the thickening of the cold outer region due to surface cooling, although the deep interior is heated by radiogenic production. During this early period before the onset of convection, the internal temperature naturally increases since the surface heat flux is smaller than the radiogenic heat flux (i.e. the radiogenic power divided by the surface area of Iapetus, dashed line in Fig. 4.3c).

Convection starts at 5.3 Myr (i.e. 7.5 Myr after the formation of CAIs). The initial increase of temperature induces viscosity values at shallow depths ( $\sim 35$  km, cf. Fig. 4.5) that are smaller than  $10^{15}$  Pa.s. This leads to the initiation of convection with a large number of cold instabilities developing at the base of a thin stagnant lid (30 km thick) (Fig. 4.2 and 4.5). The average root mean square (RMS) velocity grows in a few hundreds of

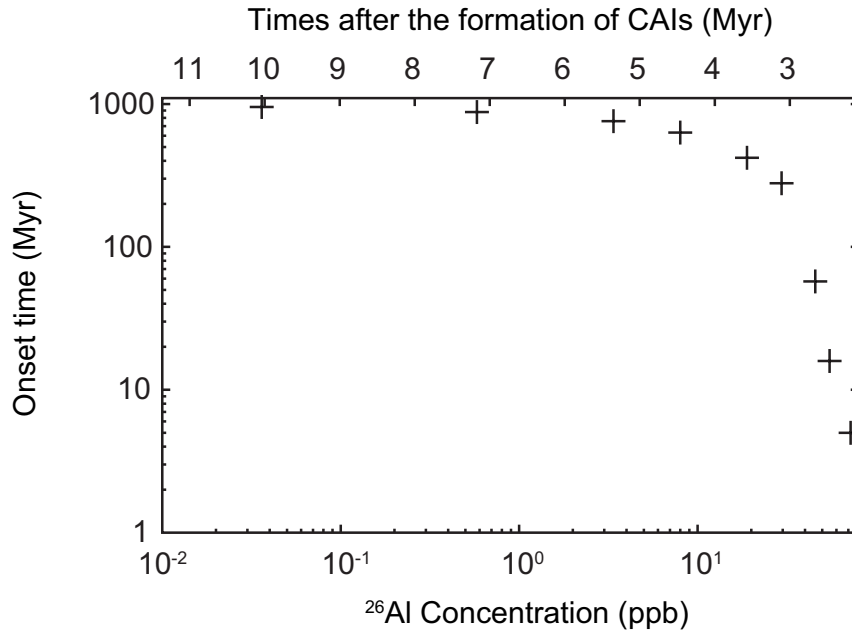


FIG. 4.4 – Onset time of convection as a function of  $[^{26}\text{Al}]$ . The corresponding time after the formation of CAIs is displayed on the top axis assuming a aluminum content of 1.2 wt% and  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al} = 5 \times 10^{-5}$ . CAIs were formed 4.567 Gyr ago (Amelin et al., 2002).

thousand years to reach a value of  $5 \cdot 10^{-4} \text{ cm yr}^{-1}$ . Just after the onset time, convective motions enhance the efficiency of heat transfer : the actual surface heat flux (solid line , Fig. 4.3c) deviates from what would have been obtained by purely conductive heat transfer (dashed dotted line, Fig. 4.3c). However, while the RMS velocity instantaneously reflects the onset of convection, the effect on surface heat flux is delayed for a few million years since the excess heat flux associated with the first convective instability at depth is transferred conductively through the  $\sim 30 \text{ km}$  thick lid above (e.g. Davaille et Jaupart, 1994).

Due to the global reduction of the internal heat sources, the surface heat flux keeps decreasing even after the onset of convection. The following period investigated in the calculation consists mostly in the thickening of the lid (Fig. 4.6) which affects the relaxation of Iapetus (see below, section 4.2.2). The cold instabilities reach the base of the numerical domain about 70 Myr after the onset of convection. The subsequent evolution is thus slightly biased by the fact that our model does not extend down to the center of the satellite. However, since the missing volume in our model only represents  $\sim 8 \%$  of the total volume, the evolution of the global thermal structure is not significantly affected.

A transition from time-dependent flow to quasi-stationary convection occurs at  $\sim 500 \text{ Myr}$ . A last change can be observed for the RMS velocity ( $> 1 \text{ Gyr}$ , cf. Fig. 4.3b) related to a significant modification of the flow and the vigor of convective motions progressively decreases until the end of the calculation (2 Gyr). Note that at this stage, subsequent to an efficient cooling of the layer, the surface heat flux eventually (for  $t \sim 1.5 \text{ Gyr}$ , Fig. 4.3c) becomes smaller than the purely conductive heat flux.

While the large number of thermal instabilities at the onset of convection (Fig. 4.2) indicates that the vertical boundaries of the domain do not force the early convective pattern,

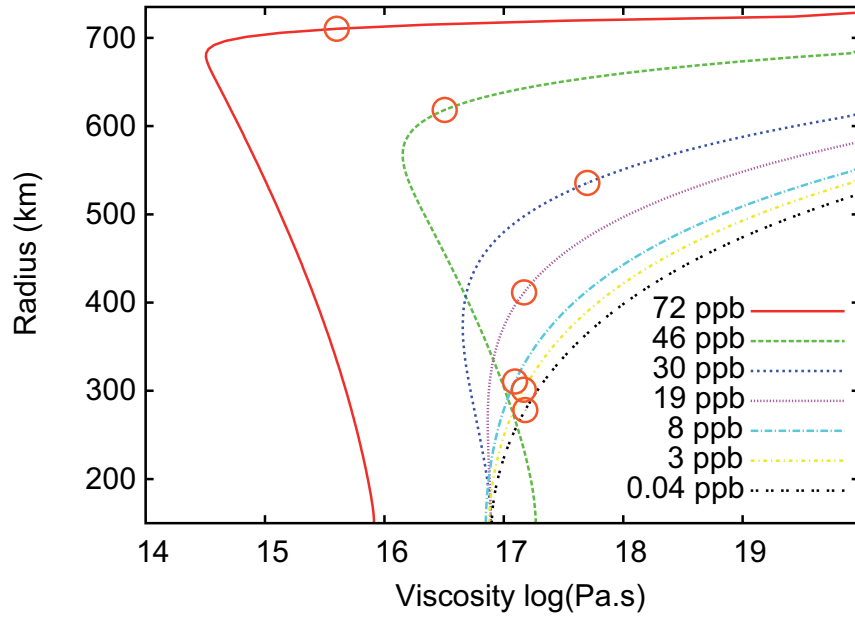


FIG. 4.5 – Horizontally-averaged viscosity profile at the onset of convection for various  $[^{26}\text{Al}]$ . Circles indicate the location of the first thermal instability.

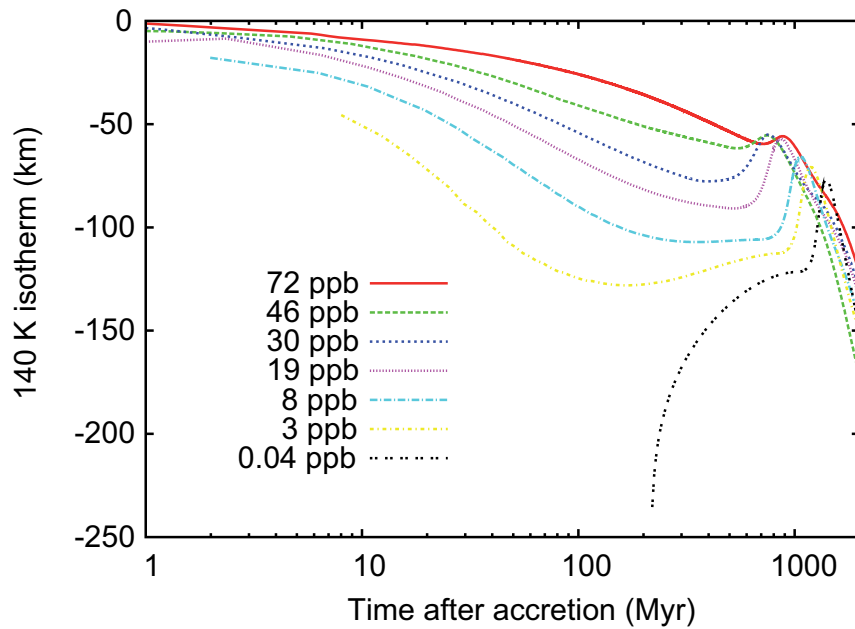


FIG. 4.6 – Time evolution of the depth of isotherm 140 K for different values of  $[^{26}\text{Al}]$ . For large values of  $[^{26}\text{Al}]$  (72 - 19 ppb), the minimum lithosphere thickness corresponds to the end of accretion and then progressively increases. For the smallest value of  $[^{26}\text{Al}]$ , the lithosphere thickness reaches a minimum value after the onset of convection.

the global cooling of the layer eventually leads to much longer wavelength structures. The bifurcation observed at  $\sim 1$  Gyr is significantly affected by the lateral extent of the numerical domain. Results on both the spin rate and the global shape of Iapetus reported below for this case show, however, that only the first hundreds of million years of the thermal evolution are significant. After this initial period, the interior is cold enough to prevent any change in the fate of the satellite in terms of despinning and relaxation of the shape. This indicates that using one sixth of the spherical shell is sufficient to describe the internal dynamics of the whole sphere.

#### 4.2.1.2 Role of long-lived radiogenic isotopes

For  $[^{26}\text{Al}] < 8$  ppb, the heat budget is mostly controlled by the long-lived radiogenic isotopes among which  $[^{40}\text{K}]$  is the predominant contributor during the first billion years. The calculation shown on Fig. 4.3 is obtained for  $[^{26}\text{Al}] = 0.04$  ppb. At the very beginning of the evolution, the interior cools down because it extracts the heat stored in the outer layer during accretion. After 1 Myr, the average temperature slowly increases until the onset of convection (occurring at  $\sim 1$  Gyr).

At the onset time, the viscosity value within the unstable part of the layer is  $\sim 10^{17}$  Pa s (Fig. 4.5), larger than in the previous case. This indicates that in order for convection to initiate a combination between the distribution of both viscosity and buoyancy in the boundary layer is required, rather than simply a specific “critical” value of the viscosity, locally (Fig. 4.5). For the reason mentioned earlier, the difference between surface heat flux and conductive heat flux does not appear instantaneously at the onset time. Due to a thicker lid, the delay is longer in this case ( $\sim 400$  Myr). At these later times, the reduction of the radiogenic power is less dramatic than observed in the earlier case : the onset of convection induces an increase of the surface heat flux.

The vigor of convection is much weaker than in the previous case as indicated by the RMS velocity which is an order of magnitude lower. The flow is not time-dependent and the characteristic wavelength of the convective pattern is influenced by the vertical boundaries of the domain and a degree 4 is forced. If the simulation were performed on the whole spherical shell, the onset of convection may occur slightly earlier, if the first instability is associated with a smaller degree.

#### 4.2.1.3 Onset time of convection

Numerical experiments were performed with OEDIPUS for a range of 0.04 ppb to 72 ppb for  $[^{26}\text{Al}]$ . A specific calculation has been conducted where heating due to SLRI is suppressed ( $[^{26}\text{Al}] = 0$ ), leading to results (in terms of thermal evolution and dynamics) that are identical to the ones obtained for  $[^{26}\text{Al}] = 0.04$  ppb. Values of  $[^{26}\text{Al}]$  higher than 72 ppb, which correspond to unrealistically short accretion times, lead to melting of the interior and therefore they have been disregarded in this study. Convection occurs in all of the simulations. The criterion used to define the onset time (e.g. based on the difference between the actual temperature and a conductive solution) coincides systematically with the exponential increase of the RMS velocity (cf. Figs. 4.3b and 4.3e). Figure 4.4 shows the onset time of convection as a function of  $[^{26}\text{Al}]$ . The two x-axes indicate the correspondence between  $[^{26}\text{Al}]$  and  $t_{acc}$  (cf. Eq. 4.1). The curve demonstrates the huge impact of SLRI (among which  $^{26}\text{Al}$  is the prominent contributor) on the internal dynamics of

Iapetus. Below a value of about 8 ppb, radiogenic heating is mostly due to the decay of LLRI and convection always occurs later than 500 Myr. The temperature field at the onset of convection does not significantly depend on  $[^{26}\text{Al}]$  for very small SLRI concentration values and therefore the differences between the associated viscosity profiles at the onset time are small (cf. Fig. 4.5). When SLRI are present with a significant  $[^{26}\text{Al}]$  ( $> 30$  ppb), onset times are smaller than 300 Myr. The first thermal instability occurs at shallower depths ( $< 100$  km) and the viscosity decreases with increasing  $[^{26}\text{Al}]$  (Fig. 4.5).

### 4.2.2 Coupling evolution of despinning and shape relaxation

The viscosity structure of the satellite controls its despinning rate and the evolution of its shape. We report in Figure 4.6 the depth of a specific isotherm (140 K), which is used to define the base of the elastic lithosphere, as a function of time for various values of  $[^{26}\text{Al}]$ . When applying the Arrhenius law (Eq. 4.2) with parameters given in Table 1, this isotherm is associated with a viscosity value of  $10^{23}$  Pa s, sufficiently large to ensure that the overlying layer behaves elastically on geologic time-scales. For large values of  $[^{26}\text{Al}]$  ( $> 19$  ppb), the minimum lithosphere thickness corresponds to the end of accretion and then progressively increases. For small values of  $[^{26}\text{Al}]$  ( $< 3$  ppb), the thinnest lithosphere is observed after the onset of convection.

Both Maxwell and Burgers rheology have been tested in order to compute the despinning rate. None of the simulations performed with a Maxwell rheology leads to despinning, even for the hottest models (models with the highest aluminum content, 72 ppb). This is due to the fact that in the Maxwell model, the dissipation function strongly decreases with decreasing temperature (Fig. 4.1). Since Iapetus' interior is cooled by thermal convection, it remains weakly dissipative. Despinning occurs only if an additional dissipation process at low temperatures is considered (Fig. 4.1). All simulations presented below use a Burgers rheology that includes such an effect. Our calculations indicate that despinning is achieved for values of the  $\eta/\eta_B$  ratio larger than 50. As indicated in figure 4.1,  $\eta/\eta_B = 50$  leads to a secondary dissipation peak at  $\sim 245$  K. Larger values of  $\eta/\eta_B$  induce a shift of this peak towards lower values of the temperature. Arbitrarily large values (i.e. lower short-term viscosity  $\eta_B$ ) have also been considered in order to increase dissipation at low temperature and thus force the satellite to despin. Figure 4.7 presents the time evolution of despinning and global shape corresponding to the simulation shown on Figure 4.3 for different values of initial spin periods. Table 4.3 summarizes the despinning time and the final flattening ( $a - c$ ) for different values of  $[^{26}\text{Al}]$  and spin period.

For the simulation with  $[^{26}\text{Al}] = 72$  ppb (Figure 4.7), the tidal Love number  $k_2$ , the specific dissipation function  $Q^{-1}$ , and consequently the dissipated power  $P_{diss}$  progressively increase as the internal viscosity decreases because the complex shear modulus  $\mu^c$  depends on viscosity (cf appen. B.1). As a consequence, the dissipated power reaches a maximum value of  $\sim 1.7$  GW at around 10 Myr, when internal temperature is maximum. At this time, the radiogenic power is equal to  $\sim 70$  GW. Therefore the dissipated power does not significantly contribute to the thermal budget and can be neglected. As the satellite cools down, the internal viscosity slightly increases and consequently both  $k_2$  and  $Q^{-1}$  decrease.

When the rotation period starts to increase significantly (after  $\sim 100$  Myr, Fig. 4.7d),  $k_2$  and  $Q^{-1}$  rapidly increase because the complex shear modulus depends on tidal frequency.

Concentration of $^{26}\text{Al}$ (ppb)	Initial spin rate (h)	$\frac{\eta}{\eta_B}$	Despinning time (Myr)	Flattening $a - c$
72	9	50	no	
72	9.1	50	905.51	38.51
72	9.5	50	541.96	34.74
72	9.5	250	302.18	33.76
72	9.5	2500	726.12	40.31
72	10	50	403.05	30.72
72	13	50	187.98	16.63
55	15	50	no	
55	16	50	556.26	14.57
55	10	250	315.68	35.63
55	10	2500	600.68	35.05
55	10	25000	885.34	38.59
46	16	50	no	
46	10.2	250	632.42	34.75
46	10.2	2500	505.18	32.33
46	10.2	25000	771.28	32.51
30	8.7	2500	658.20	35.53
30	8.7	25000	755.30	35.24
30	8.7	250000	883.48	34.32
25	8.4	2500	764.05	35.11
25	8.4	25000	859.44	34.94
25	8.4	250000	986.04	34.10
19	6.7	25000	1589.90	34.39
19	6.7	250000	1009.10	34.40
15.3	5.9	500000	1316.30	34.82
15.3	5.9	1000000	1208.40	34.79
8	4	$10^7$	1714.30	15.61
3	4	$10^8$	1895.10	7.72
0.04	4	$10^8$	1988.20	4.67

TAB. 4.3 – Despinning rate and relaxation obtained for seven different numerical simulations of the internal dynamics associated with different  $[^{26}\text{Al}]$  values (column 1). Various initial spin rates (column 2) are considered for a given evolution of the internal dynamics. Only cases with a Burgers rheology are reported (column 3 indicates the ratio between the long-term viscosity and the short-term viscosity) since only these actually lead to despinning.



At low frequencies and moderate viscosities, the effective rigidity of the satellite is reduced and tidal deformation is promoted. Therefore,  $k_2$  reaches a maximum value when the despinning is completed (see Table 4.3). As the viscosity keeps increasing after  $\sim 1$  Gyr, the tidal Love number  $k_2$  slightly decreases down to the elastic value ( $6.77 \times 10^{-3}$ ). The evolution of the specific dissipation function  $Q^{-1}$  is more complex since it corresponds to the ratio between the imaginary part of  $k_2$ , which depends on the imaginary part of shear modulus  $\mu^c$ , and the modulus of  $k_2$ .

In less than 2 Myr, the flattening  $a - c$  reaches a constant value (Fig. 4.7e), which is about 45 km smaller than that of the equilibrium figure for a hydrostatic body (dashed line on Fig. 4.7e). This discrepancy is due to the rigidity of the elastic lithosphere, which limits the distortion of the satellite, even during the early period when the elastic lithosphere is only  $\sim 10$  km thick (hereafter the thickness of the elastic lithosphere is approximated by the depth of isotherm 140 K introduced earlier). Whatever the initial period (9.1, 9.5 or 10 hr) the flattening starts decreasing just after the onset of convection ( $\sim 5$  Myr). It continuously decreases until despinning is completed. Further evolution is impeded by the large thickness of the elastic lithosphere ( $> 60$  km), which keeps increasing through time.

In order to understand the role of the lithospheric thickening on the preservation of a large flattening, we compare our simulations to a simple case, referred as “fixed lithosphere” on Fig. 4.7e, where the elastic lithosphere thickness and the internal viscosity are kept constant and equal to 7 km and  $10^{16}$  Pa s, respectively. During the early period ( $t < 10$  Myr), the two simulations are relatively-equivalent, but differ significantly once the lithosphere thickens. This comparison shows that a 7-km thin lithosphere limits deformation during fast rotation periods, but cannot preserve an ancient flattening.

Among the various cases shown on Fig. 4.7e, only the simulation with an initial spin period of 9.5 hours leads to a flattening value consistent with the observed value (Thomas et al., 2007) (Initial values of 9.1 and 10 hours provide a flattening value relatively close to the observed value). Simulations with initial periods lower than 9.1 hours have also been performed, and no despinning is obtained with  $\eta/\eta_B = 50$ . For models with  $[^{26}\text{Al}] \geq 55$  ppb, despinning is observed if the initial rotation period is larger than 15 hr (Table 4.3). However, the obtained flattening is too small. For models with  $[^{26}\text{Al}] \leq 46$  ppb, despinning is never obtained if the reference ratio  $\eta/\eta_B$  is used.

Simulations with higher  $\eta/\eta_B$  ratios have then been performed in order to determine the values required to despin as a function of  $[^{26}\text{Al}]$  (cf. bottom part of Table 4.3 and Fig 4.8). Increasing this ratio results in higher dissipation at low temperature, thus allowing despinning even for relatively low  $[^{26}\text{Al}]$  models. By increasing the ratio  $\eta/\eta_B$  to 250, we show that despinning occurs and the current flattening can be obtained only if  $[^{26}\text{Al}] \geq 46$  ppb. For  $[^{26}\text{Al}]$  varying from 72 to 46 ppb, the initial spin period required to explain the current flattening slightly increases from  $\sim 9.5$  to 10.2 hours and depends only slightly on the  $\eta/\eta_B$  value. The final flattening is mainly determined by the shape relaxation during the despinning stage, so that hotter models which relax more efficiently require a larger initial spin rate (smaller initial period).

For models with lower value  $[^{26}\text{Al}]$  the viscosity during the early stage is so large that despinning requires values higher than 2500 and a very small initial period in order to acquire a large flattening before relaxation. As illustrated for  $[^{26}\text{Al}] = 19$  ppb (Table 4.3 and Fig 4.8), the current flattening is obtained for an initial spin period of  $\sim 6.7$  hours and



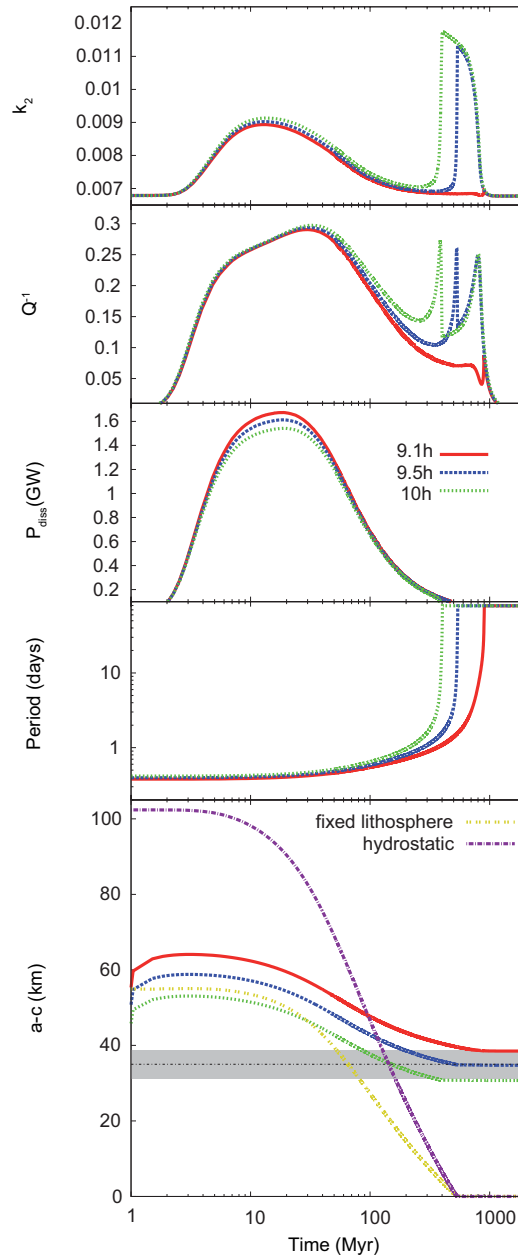


FIG. 4.7 – Time evolution of despinning and shape relaxation processes, corresponding to the simulation shown on Fig. 4.2 and Fig. 4.3. Three values are considered for the initial rotation period i.e 9.1, 9.5 and 10 hr. a) Degree-2 Love number  $k_2$ . b) Specific dissipation function,  $Q^{-1}$ . c) Power dissipated in the despinning process,  $P_{diss}$ . d) Rotation period. e) Flattening  $a - c$ . The shaded area indicates the estimated flattening for Iapetus ( $35 \pm 3.7$  km) (Thomas et al., 2007). As a comparison, the evolution of the flattening obtained for an isoviscous case ( $\eta = 10^{10}$  Pa s), labeled “hydrostatic”, and for a constant elastic lithosphere thickness (7 km) and a constant internal viscosity ( $10^{16}$  Pa s), labeled “fixed lithosphere”, are displayed on e.

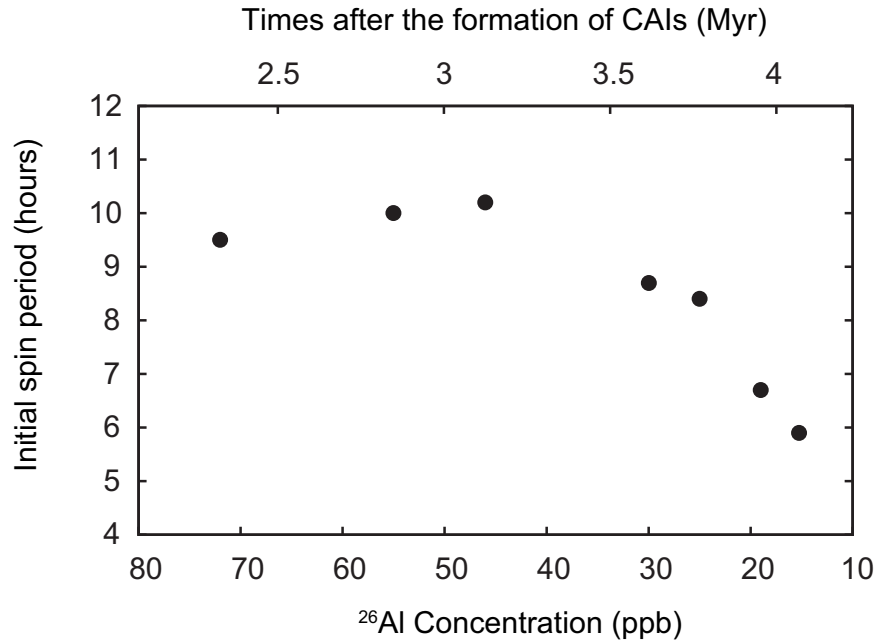


FIG. 4.8 – Initial spin period required to explain the current flattening  $a - c$  as a function of  $[^{26}\text{Al}]$ . Values come from Table 4.1. Each point corresponds to a given ratio of viscosity  $\frac{\eta}{\eta_B}$ . It is assumed that CAIs formed 4.567 Gyr (Amelin et al., 2002).

$\eta/\eta_B$  value of at least 25000. For lower concentrations in  $^{26}\text{Al}$ , unrealistic values of  $\eta/\eta_B$  ( $10^7$  leading to a short-term viscosity  $\eta_B$  of only  $10^7$  Pa.s) are necessary to despin, and flattening remains small even if initial periods close to the body disruption limit are used. Therefore, only models with  $[^{26}\text{Al}] > 19$  ppb are able to reasonably explain the partial preservation of an ancient flattening.

## 4.3 Discussion

We have performed three-dimensional simulations of thermal convection in order to describe the initiation of convection within Iapetus and its subsequent evolution. We specifically address the role of the concentration in aluminum 26, [ $^{26}\text{Al}$ ], at the beginning of the evolution. Convection starts between 5 and 1000 Myr for [ $^{26}\text{Al}$ ] ranging from 72 to 0 ppb. For short onset times ([ $^{26}\text{Al}$ ] > 30 ppb), convection is initially time-dependent. The depth of the 140 K isotherm, which is used to define the base of the elastic lithosphere, is equal to a few tens of kilometers. The vigor of convection decreases and the flow decays to become quasi-stationary after 500 Myr. For large onset times ([ $^{26}\text{Al}$ ] < 8 ppb), convection is stationary and the elastic lithosphere is thicker. In all cases, the elastic layer, defined from the depth of isotherm 140 K, rapidly thickens after  $\sim 1$  Gyr.

As suggested by [Castillo-Rogez et al. \(2007\)](#), convection reduces the warming of the interior compared to the conductive evolution and therefore limits the condition for despinning. When considering a Maxwell rheology similar to [Castillo-Rogez et al. \(2007\)](#), the interior never reaches a temperature high enough and hence a viscosity low enough to induce despinning. However, a Burgers rheology, which includes a transient response and favors dissipation at relatively low temperature, promotes despinning for a narrow range of [ $^{26}\text{Al}$ ]. Calculations of Iapetus' shape relaxation show that the flattening is mainly controlled by the elastic lithosphere thickness. Owing to the lithosphere rigidity, the equilibrium figure for a hydrostatic body is never obtained even for a rapidly rotating, hot, early Iapetus. Once despinning occurs, the satellite shape is preserved during the remaining evolution. The current flattening of Iapetus is obtained for an initial rotation period of  $\sim 9.5$  hr. In the following, we first discuss the sensitivity of our results to the main assumptions on initial composition, rheology and internal structure, and then we focus on the implications of our models for the initiation of convection and the origin and evolution of the equatorial ridge.

### 4.3.1 Role of the initial content in radiogenic elements

The total amount of  $^{26}\text{Al}$  initially contained in Iapetus governs its evolution. This value depends both on the total mass of the rocky part and on its content in radiogenic elements just after the accretion. The only constraint on the silicate content comes from the average density. If porosity is neglected, this density yields a rock mass fraction of 20 %. A significant amount of porosity may be present, at least in the cold outer region. Assuming a mean porosity of 0.15 as for Mimas ([Leliwa-Kopystynski et Kossacki, 2000](#)) the mass fraction could be as large as 37.7 %.

As discussed earlier, several kinds of chondrites may be representative of the silicate composition. The composition of ordinary chondrites, which is considered here, differs significantly from that of carbonaceous chondrites. Notably the bulk aluminum content varies from  $\sim 1.2$  wt% (ordinary chondrites) to  $\sim 1.7$  wt% (carbonaceous chondrites) and the potassium content from  $\sim 900$  ppm (ordinary chondrites) to values as low as  $\sim 300$  ppm (carbonaceous chondrites) ([Lodders et Fegley, 1998](#)). Simulations performed with the lowest value of potassium (not shown in section 4.2) indicate that radiogenic heating is not sufficient to initiate convection in the case of a long accretion time. Conversely, the high value used in this study always leads to convection.

For shorter accretion times the uncertainty on the potassium content has no major impact since  $^{26}\text{Al}$  is the main contributor. The uncertainty on  $[^{26}\text{Al}]^0$  is caused both by the variation in aluminum content in the silicate phase and by the unconstrained value of  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$ . The isotopic ratio  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$  estimated at the time of formation of CAIs typically varies between  $3 \times 10^{-5}$  and  $6 \times 10^{-5}$  (Chaussidon et Gounelle, 2007). In the present study, we considered a value of  $[^{26}\text{Al}]^0 = 600$  ppb at the time of formation of the CAIs, which decays to 72 ppb at  $t_{acc} = 2.2$  Myr. A different value of  $[^{26}\text{Al}]^0$  would lead to the same value of 72 ppb after a different time  $t_{acc}$ . The two end-member values for  $[^{26}\text{Al}]^0$  (360 ppb, 1000 ppb) thus lead to a difference in  $t_{acc}$  smaller than 1 Myr.

In addition the ratio  $[^{60}\text{Fe}]/[^{56}\text{Fe}]$  may vary between  $0.5 \times 10^{-6}$  and  $10^{-6}$  (Tachibana et al., 2006). The  $[^{60}\text{Fe}]^0$  value of 200 ppb used in the present study corresponds to the upper bound. Assuming a lower bound value of 100 ppb would result in a time variation of about 0.1 million year. Therefore, the main conclusions of our models are not affected by the uncertainty on the initial radiogenic content.

### 4.3.2 Role of rheology

Simulations presented here have been performed assuming a Newtonian rheology with a viscosity of  $10^{14}$  Pa s at the melting point and an activation energy of  $50 \text{ kJ mol}^{-1}$ . The reference viscosity may vary between  $10^{13}$  and  $10^{15}$  Pa s (e.g. Tobie et al., 2003). In addition, the presence of rock particles may slightly decrease the creep rate (Arenson et Palmer, 2005). This effect on viscosity remains small relative to the range mentioned above. Whatever the reference viscosity value, the viscosity structure associated with the onset of convection (Fig. 4.5) would be similar, but the temperature profile will be shifted by about  $\sim 30$  K. As an example, for the lower viscosity value, the onset of convection will occur at 2-4 Myr earlier for  $[^{26}\text{Al}] = 72$  ppb. For the upper value and  $[^{26}\text{Al}] = 72$  ppb, melting is likely to occur before the onset of convection, and our model assumption are therefore no more valid. For lower  $[^{26}\text{Al}]$  values, melting would be prevented. During convective periods following the onset, the temperature dependence of viscosity will act as self-regulator (e.g. Tozer, 1965), and the evolution of the viscosity structure should be almost similar to the reference model presented here.

The Newtonian assumption may also be questionable. At the very low convective strain rates encountered within Iapetus, the creep of water ice is likely to be dominated by mechanisms that do not depend on strain rate such as diffusion creep (Duval et al., 1983; Goldsby et Kohlstedt, 2001) or dislocation glide along the basal plane with a constant dislocation density (Song et al., 2006). Therefore, the Newtonian assumption is reasonable. The dependence in grain size may be more problematic (Barr et McKinnon, 2007). However, as the ice is mixed with a significant fraction of silicate particles and possibly other second-phase solid impurities, the grain size of water ice is expected to be limited to a few millimeters and to vary only moderately (Durand et al., 2006).

For the viscoelastic calculations, in the absence of experimental data relevant for Iapetus' conditions, two linear simple rheological models have been considered : Maxwell and Burgers. Our calculations show that a Maxwell model does not produce sufficient dissipation to induce despinning. As the interior temperature is relatively low (it is typically between 220-250 K in the warmest simulation, Fig. 4.3a), the dissipation rate associated with the Maxwell rheology remains small. In reality, it could be expected from experimen-

tal data that dissipation is significant even at low temperature (Cole, 1995; Tobie, 2003; Sotin et al., 2009). Note however that the existing experimental data have been acquired in a frequency range larger than the forcing frequency on Iapetus. A possible solution to increase dissipation in the Maxwell formalism would be to define arbitrarily an effective viscosity that follows an exponential law with different parameters than the one used for convection (Eq. 4.2). A smaller activation energy would lead to a smaller temperature dependence and hence a larger dissipation rate at low temperature. However, an activation energy smaller than  $50 \text{ kJ.mol}^{-1}$  does not correspond to any known deformation process of ice polycrystals (e.g. Schulson et Duval, 2009). In reality, anelastic dissipation in water ice (and in other minerals) results from the combination of several distinct processes that are activated at different temperatures (Tatibouet et al., 1986; Cole, 1995). Here we have chosen to use the Burgers model that considers a second relaxation process that occurs before the temperature-dependent Maxwell time is reached (Fig. 4.1). The existence of this additional attenuation peak allows significant dissipation and leads to despinning for  $[^{26}\text{Al}] > 19 \text{ ppb}$ . Although the Burgers model has been used successfully to explain the tidal bending of floating polar glaciers on Earth at a given frequency and for relatively warm ice with a ratio  $\eta(T)/\eta_B(T)$  of 17 (Reeh et al., 2003), its extrapolation to lower temperatures and other frequencies is questionable. Ideally a generalized Burgers model including a series of well-identified relaxation processes should be considered (e.g. Faul et Jackson, 2005). Existing laboratory data are limited to frequencies higher than  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  (e.g. Cole, 1995). Mechanical tests at lower frequencies are therefore required to better constrain the viscoelastic behavior of water ice and rock-ice mixtures on wide ranges of temperature and stress.

### 4.3.3 Internal structure and differentiation

Our model assumes an undifferentiated interior throughout the evolution. The formation of a silicate core within Iapetus would result in a distribution of radiogenic heat sources within the interior (mostly heating from below the ice layer) different than the one assumed in this study (homogeneous volumetric heating). The solid state settling of denser rock particles has been proposed as a mean to slowly differentiate a homogeneous rock-ice proto-satellite (Nagel et al., 2004). In the model proposed by Nagel et al. (2004) for the differentiation of Callisto, a partial segregation of the ice and rock components is achieved on timescales of billion years for an internal Rayleigh number of  $10^9$  and a volumetric rock fraction of 25%. In our calculations, the Rayleigh number is always smaller than  $2 \times 10^8$  and the volumetric rock fraction is 6.3%, thus probably leading to a much slower solid-state differentiation. Global melting of the ice phase is the only efficient mechanism for a fast differentiation. But in our calculations (i.e. for  $[^{26}\text{Al}] < 72 \text{ ppb}$ ) the internal temperature never exceeds 256 K and therefore the melting of pure water ice never occurs. Higher temperatures would be obtained for larger  $[^{26}\text{Al}]$  but such high values would require very short (unrealistic) accretion times. In the absence of contaminants, melting and hence formation of a rocky core are very unlikely.

#### 4.3.4 Role of contaminants and porosity

One possible contaminant could be ammonia, which strongly lowers the melting point of water ice (e.g. [Grasset et Pargamin, 2005](#)). Direct sampling of Titan's atmosphere by the Huygens probe provides circumstantial evidence that ammonia has been incorporated in the building blocks that formed Titan ([Niemann et al., 2005](#)), and possibly in the planetesimals that formed the other saturnian satellites. If several percents was initially incorporated in Iapetus, early melting and subsequent differentiation could have occurred. However, no ammonia has been detected on Iapetus' surface and on other atmosphere-free satellites so far, which suggests that only small amounts of ammonia, if any, should be present.

Even small quantities of ammonia could significantly modify the rheological properties of the interior. When the temperature reaches a value of 176 K, ammonia hydrates melt, leading to the formation of liquid eutectic  $\text{NH}_3\text{-(H}_2\text{O)}_2$  di-hydrate droplets along the water ice grain boundaries. Mechanical tests in the laboratory indicate that the occurrence of a few percents of melt due to the presence of salts strongly reduces the effective viscosity of water ice ([De La Chapelle et al., 1999](#)). A similar effect on viscosity and internal friction can be expected when melting is caused by ammonia. Additionally, the presence of  $\text{CO}_2$ , which has been detected on Iapetus surface ([Buratti et al., 2005](#)), may also modify the rheological properties of the interior. At temperature-pressure conditions relevant for Iapetus' internal,  $\text{CO}_2$  is likely to be in the form of clathrate hydrate ([Choukroun et al., 2008](#)). The effect of a few percent clathrate would be a slight increase of the viscosity ([Durham et al., 2003](#)). The presence of melt or clathrate is equivalent to a change in the reference viscosity (see section 4.3.2).

Several other aspects might also be considered. Water ice is known to have a temperature dependent diffusivity (e.g. [Hobbs, 1974](#)). The presence of gas clathrate or ammonia hydrate will significantly lower the thermal diffusivity of the mixture ([Ross et Kargel, 1998](#)). A non-zero porosity may also create diffusivity gradients. The thermal and porosity effects should only occur within the cold outer layer, where the temperature is sufficiently low for the thermal diffusivity of water ice to significantly deviate from the reference value used in our model. Furthermore, porosity can persist only in this region, where pore closure associated with ice flow is limited due to the high viscosity (e.g. [Eluszkiewicz, 1990](#)). If only the temperature dependence is taken into account, the lithosphere is expected to be thicker by a factor smaller than 2 ([Tobie et al., 2003](#)). Considering simultaneously the two competing effects would thus result in a smaller increase of the lithosphere thickness. If the conjugate effect of porosity and hydrates is predominant, a thickness smaller to the reference value reported here may be expected.

#### 4.3.5 Onset of convection

Previous studies often address the onset of thermal convection induced by the cooling of an initially hot isothermal layer, possibly heated from within (e.g. [Davaille et Jaupart, 1994](#); [Choblet et Sotin, 2000](#); [Dumoulin et al., 2005](#)). Only a few authors (e.g. [Barr et Pappalardo, 2005](#); [Ke et Solomatov, 2006](#)) have considered the onset of convection in an initially cold layer heated from below. Here we study an intermediate case where the interior is initially cold and is strongly heated from within (especially at the beginning) and cooled from above. As a consequence, the onset of convection is mainly controlled



by the primordial amount of heat due to radiogenic elements. [Castillo-Rogez et al. \(2007\)](#) proposed that there are two periods during which convection can start : (1) in the early history, as a result of the sudden heat production due to SLRI decay ; (2) later, while LLRI decay progressively warms up the deep interior. Our numerical simulations indicate that indeed, the onset of convection may occur as early as  $\sim 5$  Myr after accretion. However we do not observe two distinct periods for the onset but rather a gradual increase of the onset time as the  $[^{26}\text{Al}]$  is decreased. For a high  $[^{26}\text{Al}]$ , when the first cold instabilities develop, the viscosity below the thermal boundary layer is relatively low ( $4 \times 10^{15}$  Pa s for  $[^{26}\text{Al}] = 72$  ppb). For a low value of  $[^{26}\text{Al}]$  ( $< 19$  ppb), convection starts later than in the previous case with a lower internal temperature ( $\sim 210$  K corresponding to a viscosity of  $\sim 10^{17}$  Pa.s). As shown in Fig. 4.5, the onset of convection is not systematically associated with a single critical value of viscosity and is rather controlled by a combination of the viscosity and buoyancy profiles in the boundary layer. Furthermore, scaling relationships such as the one proposed by [Korenaga et Jordan \(2003\)](#) predict similar onset times ([Sotin et al.](#), in preparation). Even though a parameterized approach would be sufficient to assess the onset time, only a full 3D spherical simulation describes precisely the evolution of the temperature field.

#### 4.3.6 Implication for the origin and evolution of the equatorial ridge

As discussed above, the scenario involving the rapid onset of convection is robust with regards to the model assumption and leads to a correct evolution in terms of both despinning and flattening for Iapetus. According to this hot scenario, during the first hundred millions of years, lithospheric thickness remains smaller than 50 km. The persistence of such a thin lithosphere is in agreement with the apparent viscous relaxation of ancient impact basins ([Giese et al., 2008](#)). Crater density statistics indicate that the equatorial ridge has an age similar to the neighboring terrains and the major impact basins ([Neukum et al., 2005](#)). Therefore, the early thin lithosphere could also promote the formation of the ridge due to the stress concentration in the lithosphere resulting from the change of rotational force and the rapid cooling modeled here. However, the mechanisms initiating the rupture of the lithosphere and the rise of the ridge still remain unclear. The formation of the ridge could have been either triggered by the collapse of an ancient ring system ([Ip, 2006](#)) or associated to lithospheric stress concentration in the equatorial region caused by a combination of thermal contraction and change of the shape. The evaluation of these two different scenarios require further modeling efforts.

Owing to the rapid decay of short-lived radioactive isotopes and the early initiation of convection, the hot initial period is followed by a rapid thickening of the elastic lithosphere. As this strong elastic lithosphere on Iapetus is able to sustain a global shape 35 km from equilibrium, it is not surprising that it is able to support the 20 km high equatorial ([Giese et al., 2008](#)) ridge over Iapetus' entire evolution even without any isostatic compensation.



## Conclusion

To summarize, this study investigates the initiation of solid-state convection within an undifferentiated Iapetus and the subsequent evolution of its spin rate and of its global shape. Our models indicate that a scenario involving the onset of convection leads to a correct evolution in terms of both despinning and flattening for Iapetus. This scenario is associated with large amounts of short-lived radiogenic heating ( $[^{26}\text{Al}] = 19\text{--}72$  ppb) and thus suggests that the accretion process needs to be completed between 2 and 4 millions after the formation of CAIs. In this scenario, the lithosphere is thin enough during the early period to promote the partial relaxation of impact basins and the building of the equatorial ridge. Due to the non-zero rigidity of the lithosphere, Iapetus never reaches the equilibrium figure for a hydrostatic body, even during the hot early period. During the despinning period, the satellite is partially relaxed. Once despinning is completed, the global shape is preserved. Gravimetric and altimetric measurements by a future flyby mission would provide pertinent tests of the ideas presented here. In particular, it will constrain the lithospheric structure and the degree of compensation of the ridge, thus providing key informations on its origin.

## Acknowledgments

We thank Julie Castillo-Rogez for her comments during the course of this study. G. Choblet, O. Grasset, G. Robuchon and G. Tobie benefited from ANR ETHER and PNP-INSU in France. O. Čadež benefited from Charles University grant GAUK 280/2006/B-GEO/MFF as well as the research project MSM 0021620860 of the Ministry of Education in the Czech Republic. Part of the work was carried out at the Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology under a contract from NASA.



## Chapitre 5

# Vers un couplage True Polar Wander - convection : application à Mars

Après avoir démontré l'intérêt d'un couplage entre l'évolution thermique et la rotation, nous étudions le couplage avec l'évolution de la position de l'axe de rotation ("True Polar Wander"). Ce couplage est suggéré pour expliquer la dichotomie martienne ([Roberts et Zhong, 2006](#)), la position des geysers sur Encelade ([Nimmo et Pappalardo, 2006](#)) ou encore celle du cratère Caloris sur Mercure ([Matsuyama et Nimmo, 2009](#)).

Ici nous nous intéressons à l'impact de la géométrie de la convection, liée à l'évolution thermique des corps, sur la position de l'axe de rotation. Nous présentons ainsi dans cette dernière section les premiers résultats concernant l'obtention d'une convection de bas degré. Le développement d'un programme de couplage entre la convection et le True Polar Wander, faisant intervenir les programmes précédemment décrits (*OEDIPUS* (sec. 2.1.3) et relaxation (sec. 2.3.3)), est également abordé.

Dans la première partie nous évoquons la convection de faible degré ainsi que les différentes stratégies mises en place dans les études précédentes afin de l'obtenir. Nous choisissons ainsi une stratégie que nous développons dans une seconde partie où nous présentons les premiers résultats obtenus. La troisième partie nous permet de décrire l'ensemble du programme qui nous envisageons pour déterminer l'évolution de la position de l'axe de rotation du corps.

## 5.1 Convection à bas degré

Par la suite, on nommera degré de la convection le degré de l'harmonique sphérique associé au maximum d'amplitude du spectre du champ de température défini à une profondeur donné, le degré peut varier avec le rayon. Ainsi le champ de température présenté dans la figure 5.1 correspond à un degré deux.

Depuis la découverte de la dichotomie martienne plusieurs hypothèses ont été avancées pour relier sa nature à des processus d'origine interne. L'une d'entre elles propose que celle-ci résulte d'un panache unique (degré un) ayant pu conduire aussi à une réorientation de l'axe de rotation de Mars. Plusieurs preuves peuvent venir étayer cette hypothèse. D'anciens pôles magnétiques à la surface de Mars ont été localisés au niveau de l'équateur ainsi sur le plateau de Tharsis ([Sprenke et Baker, 2000](#); [Boutin et Arkani-Hamed, 2006](#)). Dans le cas où, comme sur Terre, nous prenons l'hypothèse que l'axe magnétique est confondu avec l'axe de rotation, ces anciens pôles magnétiques montrent un mouvement de l'axe de rotation. Les anciens dépôts polaires à la surface de Mars ne sont pas parfaitement centrés autour des pôles actuels ([Kite et al., 2009](#)). Ils indiqueraient également un mouvement de l'axe de rotation de quelques degrés. Le géoïde martien, après soustraction de la composante liée à Tharsis, montre une forme non-hydrostatique ([Sprenke et al., 2005](#)). Une analyse de cette forme, en prenant en compte une lithosphère élastique, donne lieu à un changement de la position du pôle d'environ 15 degrés ([Daradich et al., 2008](#)). Enfin, l'analyse d'anciennes lignes de rivages d'un ancien océan occupant l'hémisphère nord, démontre qu'elles auraient été déformées par une réorientation de l'axe de rotation de Mars ([Perron et al., 2007](#)).

La convection à bas degré a été proposée pour comme étant impliqué dans les cycles de formation des super-continentaux à la surface de la Terre ([Evans, 2003](#); [Zhong et al., 2007](#)). La structure actuelle du manteau terrestre serait composée principalement de deux panaches de matière chaude localisés sous l'océan Pacifique et l'Afrique ainsi qu'une ceinture de matière plus froide et plongeante autour du Pacifique ([Romanowicz et Gung, 2002](#)). Pour les autres planètes telluriques, il est supposé d'après les observations géodésiques, que des convections à bas degré prédominent également dans le manteau de Vénus et de Mars ([Schubert et al., 2001](#)).

### 5.1.1 Obtention d'une convection de bas degré

Dans notre étude, nous nous intéressons à l'obtention d'une convection de bas degré sur Mars. Une première étude de [Schubert et al. \(1990\)](#), montre qu'un important flux de chaleur dû à la formation du noyau pourrait induire une convection de degré un. Néanmoins, dans ce cas, selon les temps de formation des noyaux de planètes telluriques (quelques dizaines de millions d'années ([Yin et al., 2002](#))) cela impliquerait une origine primordiale pour la formation de la dichotomie. L'âge de la surface de l'hémisphère devrait être beaucoup plus important que celui estimé actuellement, un scénario de renouvellement de la surface devrait ainsi être pris en compte.

Une convection de degré un peut également être obtenue par des mécanismes directement internes au manteau. Plusieurs possibilités existent : un changement de phase endothermique (spinel - perovskite) dans la minéralogie du manteau. [Tackley et al. \(1993\)](#) montrent qu'un tel changement de phase encourage la présence de grandes longueurs d'ondes dans

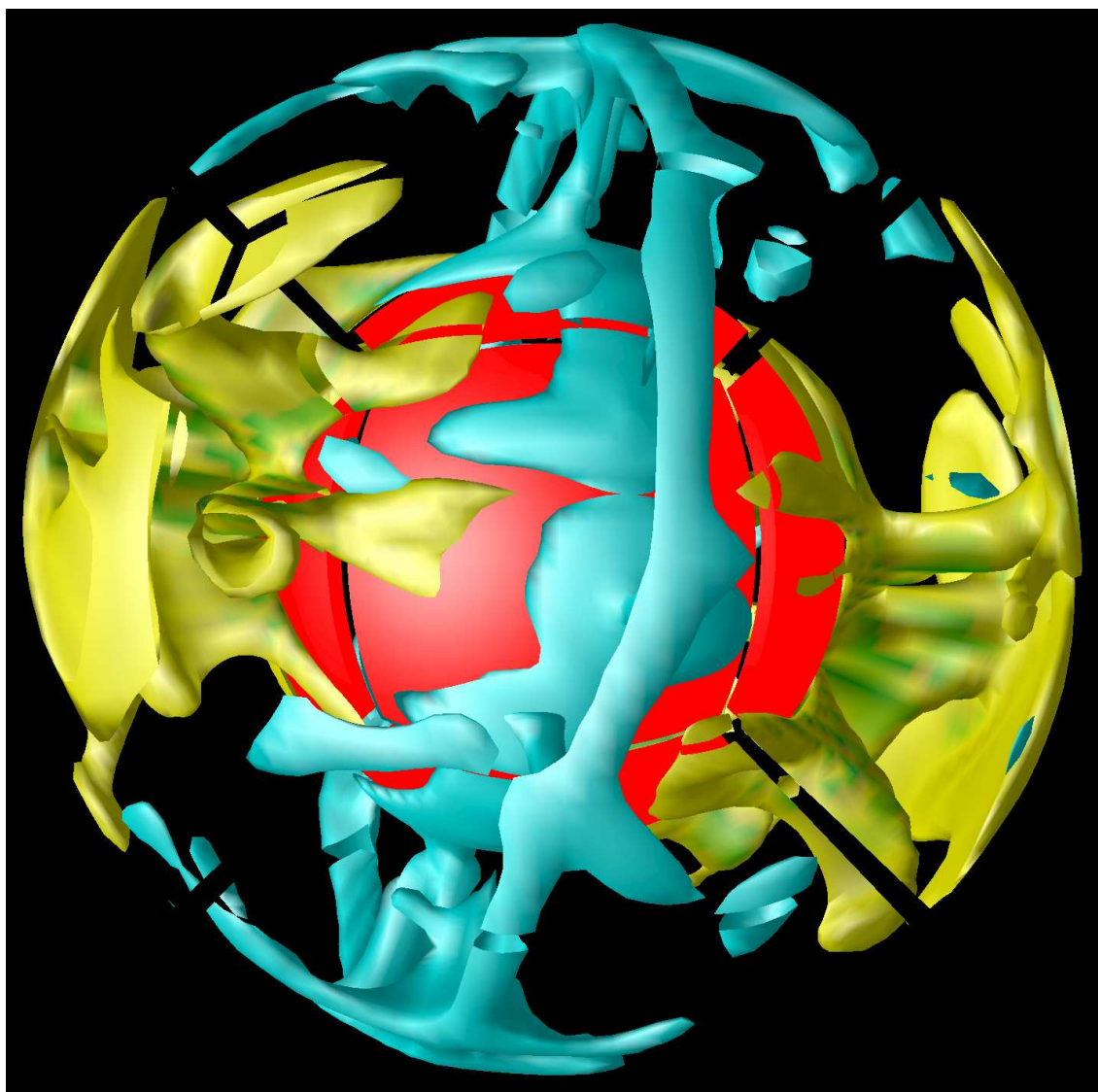


FIG. 5.1 – Illustration d’une convection de degré deux réalisée à partir d’*OEDIPUS*. Les panaches de matières chaudes sont en jaune et la matière froide est en bleu. Le noyau est en rouge. Cette simulation correspond au cas r6e0 du tableau 5.1.

la convection. De plus un tel changement de phase est supposé être présent juste au-dessus de l'interface manteau-noyau (Harder et Christensen, 1996). Il se forme alors une barrière thermique que les plus petits panaches montants ne peuvent traverser et une convection de bas degré apparaît afin que de grands panaches puissent traverser cette zone de changement de phase (Breuer et al., 1998; Harder, 2000). Néanmoins ces études n'ont considéré qu'un manteau isovisqueux. Dans le cas d'une viscosité dépendante de la température, Roberts et Zhong (2006) montrent qu'un tel changement de phase ne peut produire une convection de degré un.

On peut également considérer un manteau possédant une stratification de la viscosité avec la profondeur. De nombreuses études (e.g. Bunge et al., 1996; Zhong et al., 2000; McNamara et Zhong, 2005; Yoshida et Kageyama, 2006) ont démontré qu'un saut de viscosité dans le manteau conduit à l'apparition d'une convection de faible degré. Cette variation de la viscosité peut être causée par une transition entre un fluage en diffusion et un fluage en dislocation, par une transition de phase comme évoquée précédemment, ou encore une variation de composition engendré par les résidus d'un océan magmatique. Dans le cas de Mars, (Zhong et Zuber, 2001) montrent qu'un contraste de viscosité de 500 entre le manteau inférieur et supérieur peut amener au développement d'une convection à grandes longueurs d'ondes. Leurs simulations numériques sont en 2D et dans une géométrie sphérique axisymétrique. Il est donc possible que l'emploi de simulation 3D change leurs résultats. Roberts et Zhong (2006) utilisent, par contre, des simulations 3D. Ils emploient un saut de viscosité de 8 à 25, allié à une viscosité dépendante de la température et de la pression. Le développement d'une convection de degré se produit de 100 à quelques centaines de millions d'années inversement dépendant de la vigueur de la convection.

Dans cette étude, nous utilisons une dépendance de la viscosité du manteau avec la profondeur afin d'essayer d'obtenir une convection à bas degré.

### 5.1.2 Description du modèle choisi

Nous suivons la stratégie mise en place par Yoshida et Kageyama (2006) pour effectuer nos simulations : nous menons une série de simulations en augmentant progressivement, dans un premier temps, la dépendance en température de la viscosité. Chaque simulation utilise le résultat de la simulation précédente (température, vitesse et pression) comme condition initiale. À une valeur donnée de dépendance en température, nous implémentons la dépendance en profondeur. Cette stratégie nous permet d'obtenir des résultats intermédiaires qui peuvent être comparés aux études précédentes. De plus, l'augmentation du contraste de viscosité se fait de manière plus douce évitant ainsi à *OEDIPUS* (cf sec. 2.1.3) de devoir lisser le champ de viscosité pour atteindre une solution. Néanmoins cette méthode multiplie le nombre de simulations et donc le temps de calcul nécessaire.

Dans un premier temps, nous avons choisi un maillage faible de  $32 \times 32 \times 32 \times 6$  afin d'accélérer le temps de calcul des simulations. Par la suite, un maillage plus important de  $64 \times 64 \times 64 \times 6$  sera également envisagé. Ce maillage plus fin sera implémenté soit à la suite des simulations avec un maillage faible pour vérifier la convergence, soit directement à partir de l'état initial conducteur à des fins de comparaisons. Les conditions limites du champ de vitesse à la surface et à la base sont de type bords libres. La perturbation du champ de température utilisé est de type aléatoire. On perturbe le champ une seule fois au démarrage de la simulation et l'amplitude de cette perturbation est de 0,1.

Nous avons choisi de suivre la structure thermique initiale imposée par [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#). Le profil de température initial de la première simulation est conductif dans le manteau. Pour les simulations suivantes, nous utilisons l'état thermique de la précédente comme conditions initiales. Aucune source de chaleur interne n'est considérée et la température est prise comme constante à l'interface manteau-noyau.

Dans notre étude, le nombre de Rayleigh est calculé en fonction de la viscosité en surface. Dans l'étude de [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#), ce nombre de Rayleigh peut être soit calculé en fonction de la viscosité à la base soit en fonction de la température moyenne entre la surface et la base. [Ratcliff et al. \(1996\)](#) donnent les relations existant entre les différents nombres de Rayleigh en fonction de la viscosité de référence choisie :

$$Ra_0 = Ra_1 \frac{\Delta\eta_p}{\Delta\eta_T} = Ra_{1/2} \left( \frac{\Delta\eta_p}{\Delta\eta_T} \right)^{0,5} \quad (5.1)$$

où  $Ra_0$ ,  $Ra_1$  et  $Ra_{1/2}$  définissent respectivement les nombres de Rayleigh avec une viscosité de référence à la surface, à la base et avec la moyenne entre la base et la surface et  $\Delta\eta_T$  et  $\Delta\eta_p$  sont respectivement les contrastes de viscosité en température et en pression. Les simulations sont arrêtées quand les valeurs de température moyenne et de vitesse RMS oscillent autour d'une valeur constante.

### 5.1.2.1 Dépendance en profondeur de la viscosité

Nous reproduisons les méthodes de stratification et de dépendance en pression de la viscosité précédemment utilisées par [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#) et [Roberts et Zhong \(2006\)](#) pour obtenir une convection de bas degré. La dépendance en pression et/ou le saut de viscosité à une profondeur donnée sont implémentés lorsque que nous avons atteint un contraste de viscosité en température  $\Delta\eta_T$  égal à  $10^6$ .

La loi de viscosité appliquée au manteau suit l'approximation de Frank-Kamenetskii (cf sec. 1.13) :

$$\eta = a(r) \exp \left( \ln \Delta\eta_T (T_{ref} - T) + \ln \Delta\eta_p (R_s - r - T_{ref}) \right) \quad (5.2)$$

où  $a(r)$  est un facteur multiplicatif de viscosité à un rayon  $r$  donné, il permet de simuler un saut de viscosité, la dépendance en  $r$  est donc double. Les contrastes en températures  $\Delta\eta_T$  et en pression  $\Delta\eta_p$  sont :

$$\Delta\eta_T = \frac{\eta_T(R_s)}{\eta_T(R_n)} \quad \text{et} \quad \Delta\eta_p = \frac{\eta_p(R_n)}{\eta_p(R_s)} \quad (5.3)$$

où  $R_s$  le rayon de surface,  $R_n$  le rayon à la base de la couche modélisée,  $T$  la température et  $T_{ref}$  la température de référence.

Le contraste en température  $\Delta\eta_T$  est compris entre 1 (cas isovisqueux) et  $10^6$  suivant [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#). Celui en pression  $\Delta\eta_p$ , suivant la même source, va de 1 à  $10^{2,5}$ . La profondeur  $r$  du saut de viscosité  $a(r)$  est prise à 0,7 suivant [Roberts et Zhong \(2006\)](#). Seule une simulation avec un saut de 25 est présentée.



## 5.2 Résultats préliminaires

Les résultats des simulations que nous présentons ici peuvent se séparer en deux parties : d'un côté les simulations ne possédant aucune dépendance de la viscosité en fonction de la profondeur et d'un autre côté celle ayant cette dépendance. Les valeurs données sont adimensionnées afin de pouvoir comparer avec [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#) et le nombre de Rayleigh donnée est remis en fonction de la viscosité à la base (cf Eq. 5.1).

### 5.2.1 Convection avec viscosité non-dépendante de la profondeur

#### 5.2.1.1 Convection isovisqueuse

La première simulation effectuée a un maillage de  $32 \times 32 \times 32 \times 6$ . Un profil de température conductif sur le manteau est pris comme condition initiale. Cette simulation est isovisqueuse et possède un nombre de Rayleigh de  $10^6$ . Les résultats sont présentés dans les figures 5.2 et 5.3.

Les premiers instants de la simulation sont caractérisés par une brusque élévation de température des niveaux les moins profonds du manteau (Fig. 5.2a). Cette augmentation est due aux panaches chauds générés à l'interface manteau-noyau. Par la suite, la température moyenne décroît progressivement jusqu'à atteindre une valeur stable aux alentours de 0,23 après un temps de 0,05. La vitesse RMS atteint, par contre, une valeur stable beaucoup plus tôt dans l'évolution. Celle-ci oscille autour de 500 dès un temps de 0,003. Dans leur étude, [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#) prennent comme critère de convergence l'obtention de valeurs stables en vitesse RMS et nombre de Nusselt. Ici, le nombre de Nusselt atteint une valeur stable après un temps d'environ 0,01. L'utilisation de leur critère amène ainsi à une sous-estimation de la température moyenne finale.

La figure 5.3a montre l'évolution, en fonction de la profondeur, du degré prédominant de la décomposition en harmoniques sphériques de la température moyenne. Les premiers instants de l'évolution sont caractérisés par une convection à faibles longueurs d'ondes qui peut être liée à la forte perturbation aléatoire du champ de température initiale. À partir d'un temps de 0,005 la convection s'organise autour de plus bas degré, puis une convection de degré deux commence à se former. Ce degré de convection est la forme prédominante, à la fois dans les couches les plus profondes et dans celles près de la surface, à partir d'un temps de 0,03. Les couches centrales sont dominées, à cet instant, par une convection de plus basses longueurs d'ondes. Celles-ci disparaissent peu à peu au profit d'une convection de degré deux. Cette forme de convection est globale à un temps de 0,055. Le critère de [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#), avec un temps de convergence de 0,01, donne une forme de convection différente où le degré n'est présent que dans les couches peu profondes. La figure 5.3b montre à la fin de la simulation la contribution de chaque degré normalisé au plus fort degré à chaque profondeur. On observe bien que le degré deux est la forme prédominante à chaque profondeur.

Dans la simulation suivante, on augmente le nombre de Rayleigh à une valeur de  $10^7$ . La vigueur de la convection est ainsi augmentée et on observe logiquement une forte augmentation de la vitesse RMS qui est multipliée par 4 par rapport au cas précédent. La forme de la convection évolue également et on perd une convection de bas degré dans les couches centrales. La convection de degré deux persiste seulement dans les couches proches du noyau et celles proches de la surface. La température moyenne n'évolue quasiment pas et

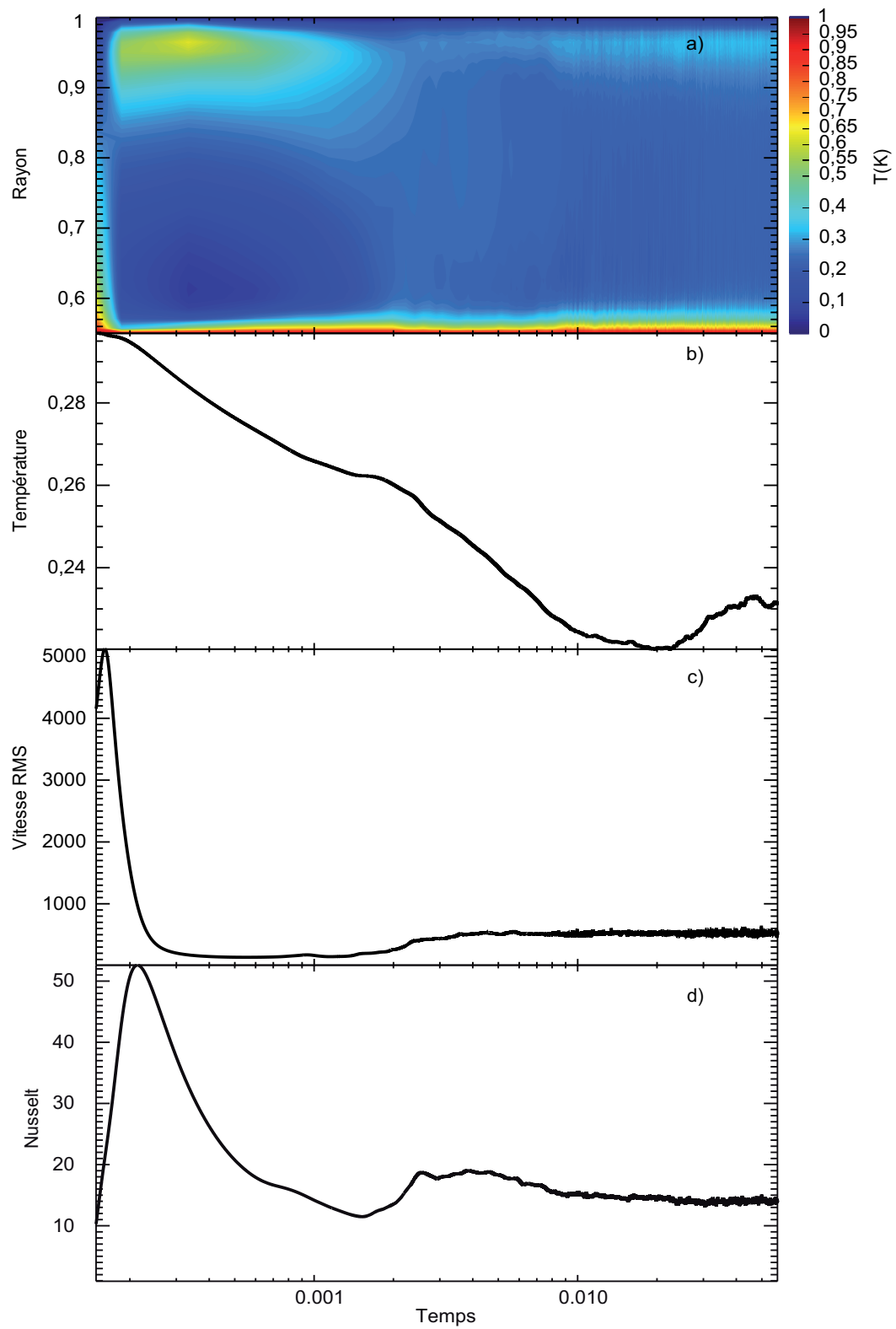


FIG. 5.2 – Résultats de la première simulation  $r6e0$  pour un cas isovisqueux. Évolution temporelle : a) de la température à chaque profondeur, b) de la température moyenne, c) de la vitesse RMS et d) du nombre de Nusselt.

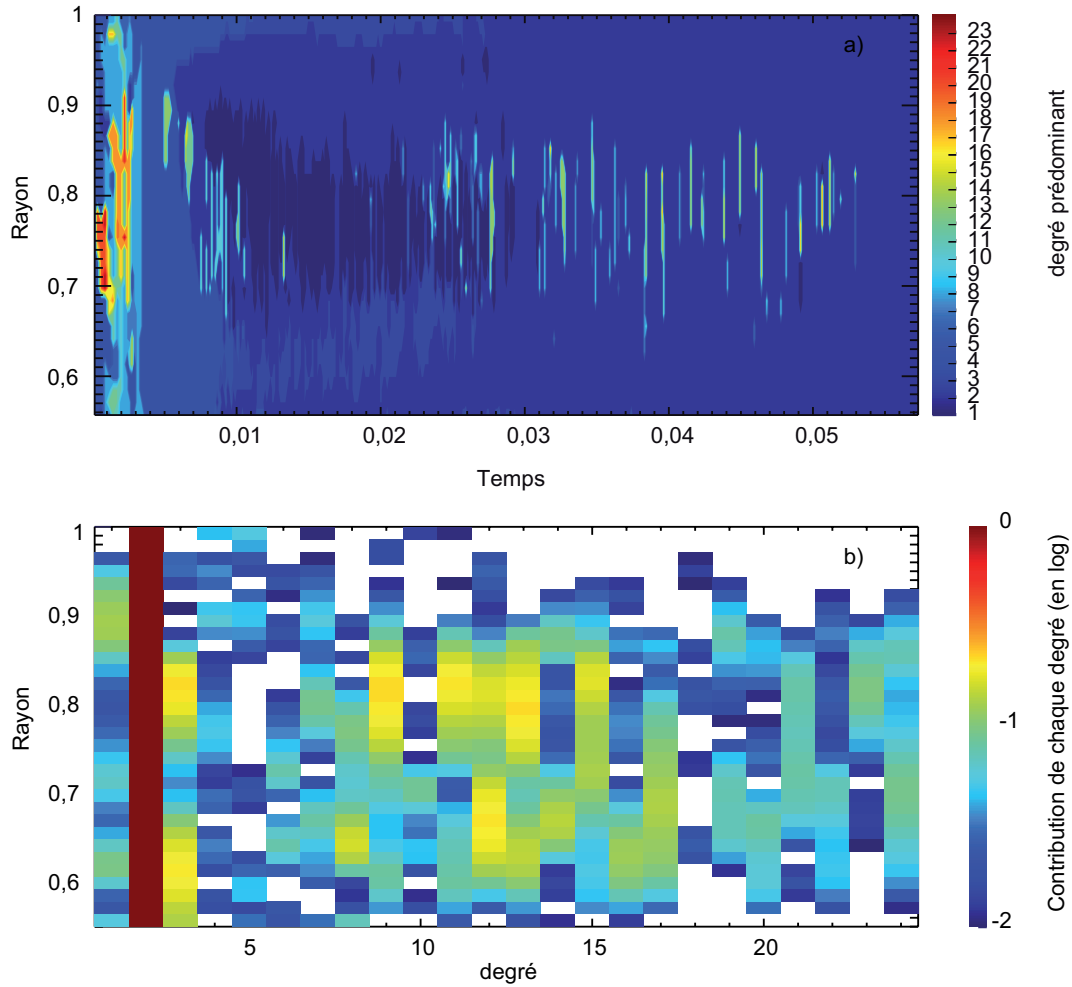


FIG. 5.3 – Résultats de la première simulation r6e0 pour un cas isovisqueux : a) évolution temporelle du degré prédominant à chaque profondeur de la décomposition en harmoniques sphériques du champ de température et b) Contribution, normalisée au degré prédominant, de chaque degré à chaque profondeur à la fin du calcul.

on observe une valeur de 0,23 à la fin de la simulation. La valeur donnée par [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#) pour cette simulation est 0,27. L'écart peut s'expliquer par la différence entre nos deux critères ainsi que les résolutions différentes entre les modèles.

### 5.2.1.2 Viscosité dépendante de la température

Nous incorporons maintenant une dépendance en température pour le calcul de la viscosité. L'ensemble des résultats de ces simulations est présenté dans le tableau 5.1. Nous commençons par prendre un  $\Delta\eta_T$  de 10. Le champ de température, de vitesse et de pression initiale est hérité de la simulation précédente. Le nombre de Rayleigh est inchangé et vaut  $10^7$ . La viscosité est dorénavant plus élevée que dans les cas précédents. On observe ainsi que la vitesse RMS est plus que divisée par deux par rapport à la simulation précédente, sa valeur étant d'environ 800. La forme de la convection est également affectée. Des structures à plus grandes longueurs d'ondes sont observées : dans les couches

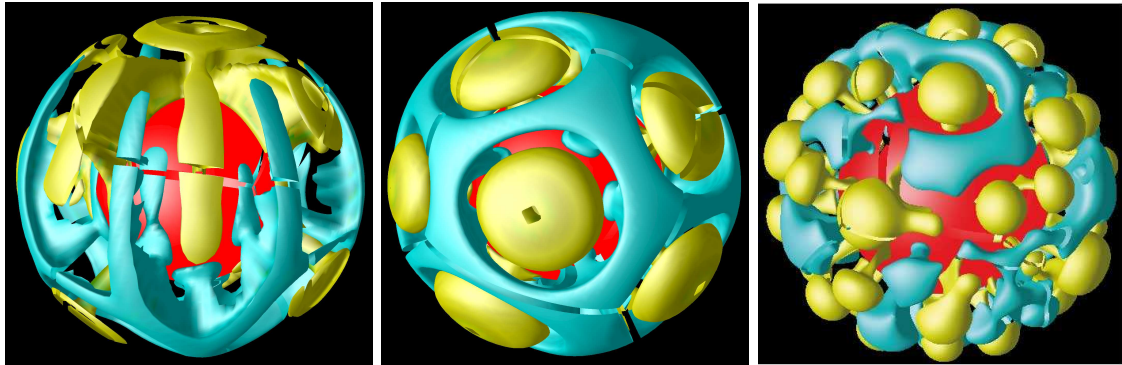


FIG. 5.4 – Images de différentes simulations. De gauche à droite : cas r7e2, cas r7e4 et cas r7e6.

centrales le degré deux est prédominant tandis que près de la surface et du noyau le degré cinq domine. De son côté, la température augmente pour passer à une valeur d'environ 0,27.

Nous continuons à augmenter la dépendance en température de la viscosité dans les simulations qui suivent. Le passage à un  $\Delta\eta_T$  de  $10^2$  produit également les mêmes effets que dans la simulation précédente : baisse de la vitesse RMS et hausse de la température moyenne. Le degré prédominant de la convection devient ainsi le degré 1. Il faut néanmoins tempérer cette observation, car même si ce degré est prédominant sur plus de 90% du manteau, de plus faibles longueurs d'ondes sont présentes près de la surface (degré 4) et près du noyau (degrés 5 et 6) (Fig. 5.4).

La dépendance en température de la viscosité est augmentée progressivement jusqu'à une valeur de  $10^6$ . La figure 5.4 montre la convection pour différents cas. L'évolution temporelle de la vitesse RMS ainsi que de la température moyenne est montrée pour l'ensemble des simulations sur la figure 5.5. On observe une augmentation progressive de la température du manteau entre l'incorporation de la dépendance en température jusqu'à une dépendance de  $10^5$  (Fig. 5.5a et 5.5b). L'épaisseur de la lithosphère (arbitrairement prise à un isotherme de 0,35) augmente également progressivement durant ces simulations pour atteindre environ 20% de la zone modélisée durant la dernière simulation (Fig. 5.5a). Simultanément la zone convective se restreint de plus en plus aux couches les plus profondes du manteau. La température moyenne augmente progressivement durant ces simulations (Fig. 5.5b). Seule la dernière simulation montre une baisse de cette température, sans doute liée à l'épaississement de la lithosphère qui semble alors prendre le pas sur le réchauffement du manteau. La vitesse RMS décroît sur l'ensemble des simulations avec la viscosité dépendante de la température (Fig. 5.5c). Cette baisse est toutefois de moins en moins forte au fur et à mesure des simulations. Une observation plus fine des vitesses radiales, dans les couches les plus profondes, montre celles-ci inchangées dès la simulation r6e3. Une limite est donc atteinte dans la vitesse minimale de montée des panaches expliquant ainsi la quasi-stagnation de la vitesse RMS dans les dernières simulations.

La figure 5.6 montre l'évolution temporelle du degré prédominant de la convection à chaque profondeur. Les couches les plus profondes et celles proches de la surface montrent, sur l'ensemble des simulations, un bas degré de convection (au maximum 6 pour les dernières simulations). Les couches centrales montrent, par contre, une évolu-

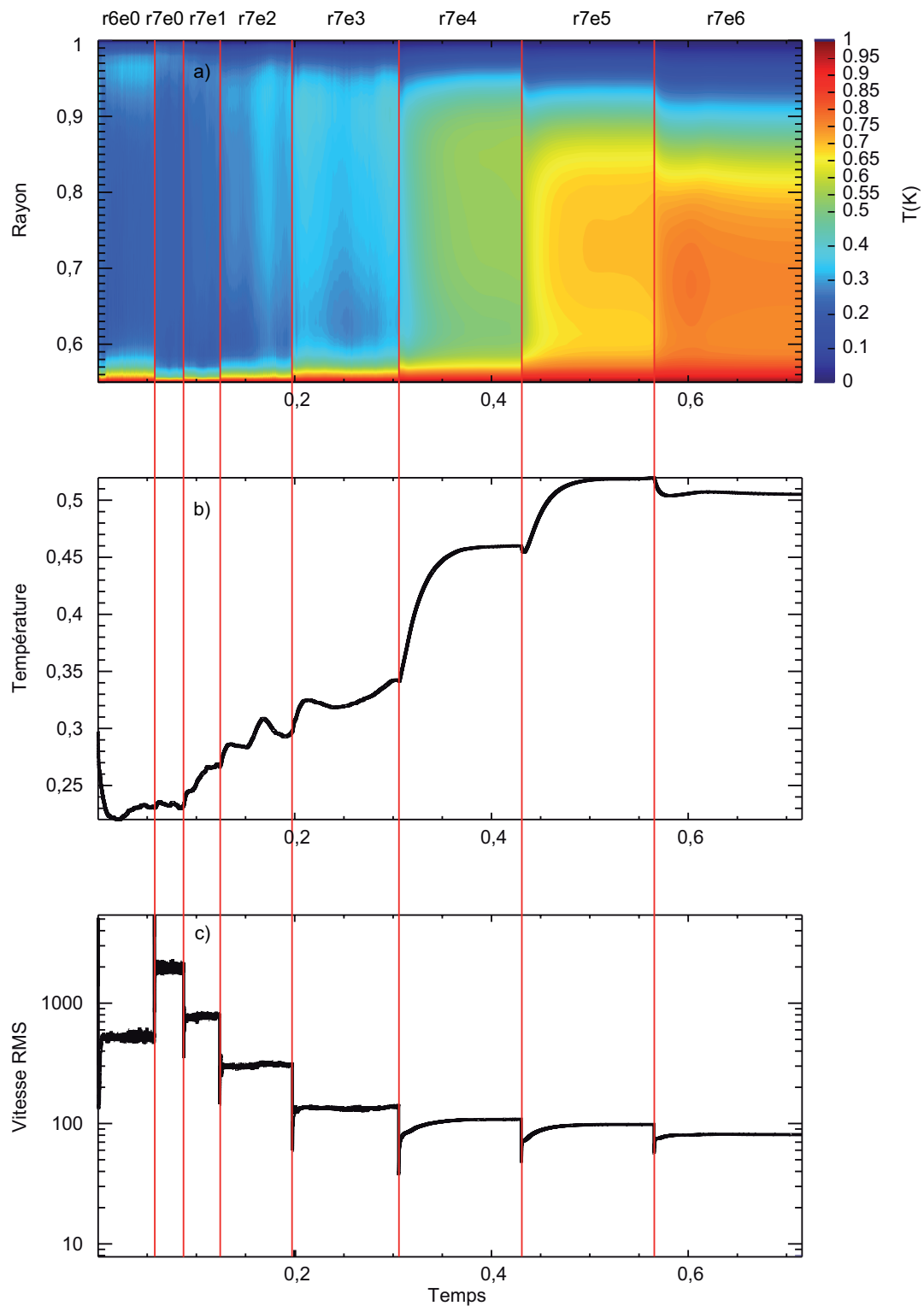


FIG. 5.5 – Résultats de l'ensemble des simulations sans dépendance en profondeur de la viscosité. Évolution temporelle : a) de la température à chaque profondeur, b) de la température moyenne et c) de la vitesse RMS. Les différentes simulations sont notées et font référence au tableau 5.1.

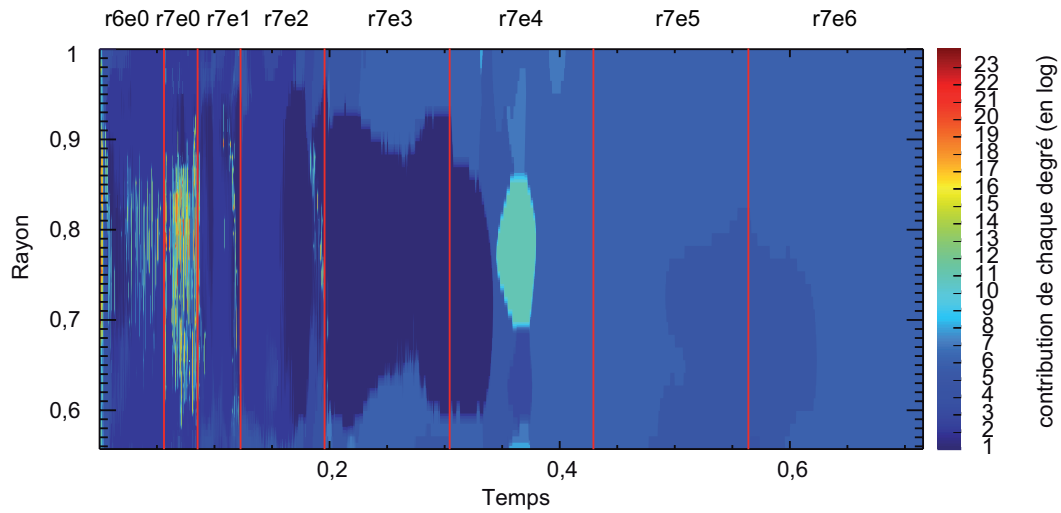


FIG. 5.6 – Évolution temporelle du degré prédominant à chaque profondeur de la décomposition en harmoniques sphériques du champ de température pour l'ensemble des simulations sans dépendance en profondeur de la viscosité. Les différentes simulations sont notées et font référence au tableau 5.1.

tion différente. Lors des deux premières simulations isovisqueuses, de faibles longueurs d'ondes pouvaient apparaître, mais lors de l'incorporation de la dépendance celles-ci disparaissent. On observe alors une convection de bas degré pouvant même atteindre le degré 1 (simulation r6e2). À la fin de ces simulations, on observe un degré 6 prédominant sur l'ensemble du manteau.

Seulement une simulation avec une taille de maillage plus fin ( $64 \times 64 \times 64 \times 6$ ) a pu être effectuée. Nous avons ainsi poursuivi cette dernière simulation r7e6 en passant à ce maillage plus fin. La forme de la convection change légèrement et un degré 4 apparaît dans la partie inférieure du manteau. Une comparaison de la forme de la convection pour différentes tailles de maillage devrait ainsi être effectuée dans une prochaine étude.

### 5.2.2 Viscosité dépendante de la profondeur

Nous abordons maintenant l'incorporation d'une dépendance en profondeur de la viscosité. Préalablement à cette incorporation, et suivant la stratégie employée [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#), nous reprenons la simulation r7e6 où nous augmentons le nombre de Rayleigh à la base à une valeur de  $10^{10}$ . Cette violente augmentation a eu pour conséquence d'empêcher la convergence d'*OEDIPUS*. Nous avons donc tenté d'augmenter ce nombre de manière plus progressive par palier de  $10^1$ . Nous avons également choisi d'utiliser une taille de maillage de  $64 \times 64 \times 64 \times 6$  afin de s'affranchir d'éventuels problèmes liés à une taille de maillage trop faible.

Les deux premiers paliers, jusqu'à un nombre de Rayleigh de  $10^9$ , ont montré aucun problème. La température moyenne a augmenté pour atteindre une valeur de 0,67. De son côté, la vitesse RMS a fortement augmenté, de manière analogue au passage r6e0 - r7e0, jusqu'à une valeur d'environ 1420. La forme de la convection a également évolué, et de plus faibles longueurs d'ondes sont apparues dans les couches proches de la surface et

Cas	Rayleigh	$\Delta\eta_T$	$\Delta\eta_p$	Vitesse RMS	Température	Degrés dominants
r6e0	$10^6$	0	0	526	0,23	2
r7e0	$10^7$	0	0	2000	0,23	2-3-12-18
r7e1	$10^7$	$10^1$	0	788	0,27	2-5
r7e2	$10^7$	$10^2$	0	311	0,30	1-4-5-6
r7e3	$10^7$	$10^3$	0	139	0,34	1-6
r7e4	$10^7$	$10^4$	0	108	0,46	6
r7e5	$10^7$	$10^5$	0	98	0,52	5-6
r7e6	$10^7$	$10^6$	0	81	0,51	6
r8e6_64	$10^8$	$10^6$	0	355	0,64	4-8-10
r9e6_64	$10^9$	$10^6$	0	1420	0,67	3-8-10
r8e6w1_64	$10^8$	$10^6$	$10^{1,5}$	1104	0,64	8
r7e6w1	$10^7$	$10^6$	$10^{1,5}$	20	0,35	3-4
r7e6w3	$10^7$	$10^6$	$10^{2,5}$	0	conduction	
r7e6v25	$10^7$	$10^6$	25	0	conduction	

TAB. 5.1 – Résultats de l'ensemble des simulations présentés dans cette partie. Le nombre de Rayleigh donnée est celui à la base.

celles proches du noyau. Le degré prédominant reste néanmoins un degré 3. Le passage à un Rayleigh de  $10^{10}$  a généré des problèmes à notre programme. Un lissage du champ de viscosité a été obligatoire pour amener à la convergence, de plus le temps de calcul, déjà important, s'est révélé beaucoup trop long (seulement quelques milliers d'itération à la semaine). Ainsi cette simulation n'a pu être menée jusqu'à son terme.

Nous avons tout de même lancé des simulations avec une dépendance de la viscosité en profondeur. Dans un premier temps, une dépendance de la viscosité avec la pression ( $\Delta\eta_p = 10^{1,5}$ ) a été testée à la suite de la dernière simulation réussie (cas r9e6\_64). Hélas, le même problème que précédemment est réapparu (non convergence du programme) et la simulation n'a pu être conduite jusqu'à son terme. Nous avons alors testé la même dépendance avec la simulation d'avant (cas r8e6\_64). Des résultats ont pu être obtenus, nous observons la convergence de la simulation suivant le critère de [Yoshida et Kageyama \(2006\)](#) mais pas suivant notre critère : la température moyenne continue encore à chuter à la fin de la simulation. Néanmoins, la forme de la convection a été acquise et un degré 8 domine l'ensemble du manteau. Il semble donc que la dépendance en pression de la viscosité n'ait pu donner un bas degré de convection. Le nombre de Rayleigh plus faible que dans l'étude précédente pourrait être en cause, [Roberts et Zhong \(2006\)](#) utilisent également des nombres de Rayleigh à la base supérieure ou égale  $10^8$  pour obtenir un degré



1.

Afin de vérifier cette assertion, nous reprenons le cas r7e6 où nous implémentons la dépendance en pression de la viscosité. Nous testons deux cas : dans le premier  $\Delta\eta_p = 10^{1,5}$  et dans le deuxième  $\Delta\eta_p = 10^{2,5}$ . Les deux simulations parviennent à converger. Lors de la première simulation la vitesse RMS et la température moyenne baisse fortement jusqu'à des valeurs respectives de 20 et 0,35 tandis que la forme de la convection évolue d'un degré 6 (cas r7e6) à un degré 4 à la base et un degré 3 près de la surface. On enregistre donc bien une évolution vers une convection de plus bas degré. Le deuxième cas est également intéressant : en effet la convection n'existe plus (vitesse RMS nulle et profil de température en conduction). La trop forte dépendance en pression de la viscosité allié à une faible vigueur de la convection a "tué" notre convection initiale. La stratégie d'augmenter la vigueur de la convection avant de donner une dépendance en profondeur de la convection semble donc la bonne, néanmoins elle n'a pu être mise en place ici.

Une dernière simulation avec une différence de viscosité de 25 à une profondeur de 0,7 est effectuée. De la même manière que précédemment la convection est stoppée par le saut de viscosité imposé. D'autres simulations n'ont pu être effectuées avec des sauts de viscosité plus faibles.

## 5.3 Couplage True Polar Wander - convection

Nous présentons dans cette partie la méthode de calcul envisagée pour déterminer l'évolution de la position de l'axe de rotation d'un corps soumis à des mouvements de masse interne. Dans notre étude, ces mouvements sont dus à une convection dans le manteau du corps étudié.

Notre programme se divise en trois parties distinctes : l'obtention du potentiel gravitationnel associée à notre modèle, le calcul des perturbations du tenseur d'inertie associé à ce potentiel et enfin le calcul de la nouvelle position de l'axe de rotation à travers la résolution des équations de Liouville.

### 5.3.1 Interaction entre les différents programmes

Lors de la première itération du programme, nous devons dans un premier temps obtenir le potentiel gravitationnel dû à notre modèle. Pour cela, nous avons deux contributions différentes : le potentiel lié à la convection et celui lié au bourrelet de rotation. À travers *OEDIPUS* (cf sec. 2.1.3) nous pouvons obtenir directement (partie liée à la convection) et indirectement (partie liée à la rotation) le calcul de ces deux contributions. Grâce au calcul de l'évolution thermique nous obtenons deux résultats que nous utilisons ici : d'un côté le profil de viscosité de la zone d'étude et d'un autre côté les contraintes normales en surfaces engendrées par la convection.

Le profil de viscosité est donné comme paramètre d'entrée au code de relaxation (cf sec. 2.3.3), nous lui donnons également la vitesse de rotation du corps. Ce code nous donne le déplacement en surface, et donc le bourrelet équatorial dû à la rotation, ainsi que les contraintes radiales. Nous utilisons ces contraintes dans l'équation 2.126 pour obtenir les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques des anomalies du potentiel gravitationnel engendré par la rotation du corps. Comme nous ne regardons ici que les anomalies liées à la rotation, le dernier terme de cette équation, relatif aux variations de densité, est pris nul. Les coefficients de la décomposition des anomalies du potentiel engendrées par la convection sont également calculées suivant l'équation 2.126. Les contraintes radiales ainsi que les anomalies de densités nécessaires à ce calcul sont données par *OEDIPUS*.

Le calcul des perturbations du tenseur d'inertie grâce aux formules de MacCullagh (Eq. 2.122 et 2.123) implique la connaissance de  $\Phi_{20}$  et  $\Phi_{21}$ . Nous pouvons donc arrêter le calcul à cet ordre dans l'équation 2.126. L'équation 2.123 implique également la trace du tenseur d'inertie des perturbations. Pour la première itération, nous supposons aucune perturbation préalable et nous prenons la trace comme nulle. Par contre, dans les itérations qui suivront nous devons utiliser la trace du tenseur de l'itération précédente.

La dernière partie du programme est consacrée au calcul de la nouvelle position de l'axe de rotation. Les équations de Liouville (Eq. 5.6 à 5.8) sont résolues à l'aide des perturbations du tenseur d'inertie préalablement obtenues. Nous déterminons ainsi la nouvelle position ainsi que la nouvelle vitesse de rotation du corps.

Nous passons ensuite à la deuxième itération du programme où nous implémentons dans un premier temps, préalablement aux calculs précédents, la nouvelle vitesse de rotation du corps et la nouvelle position du pôle dans le code de relaxation. Cette nouvelle

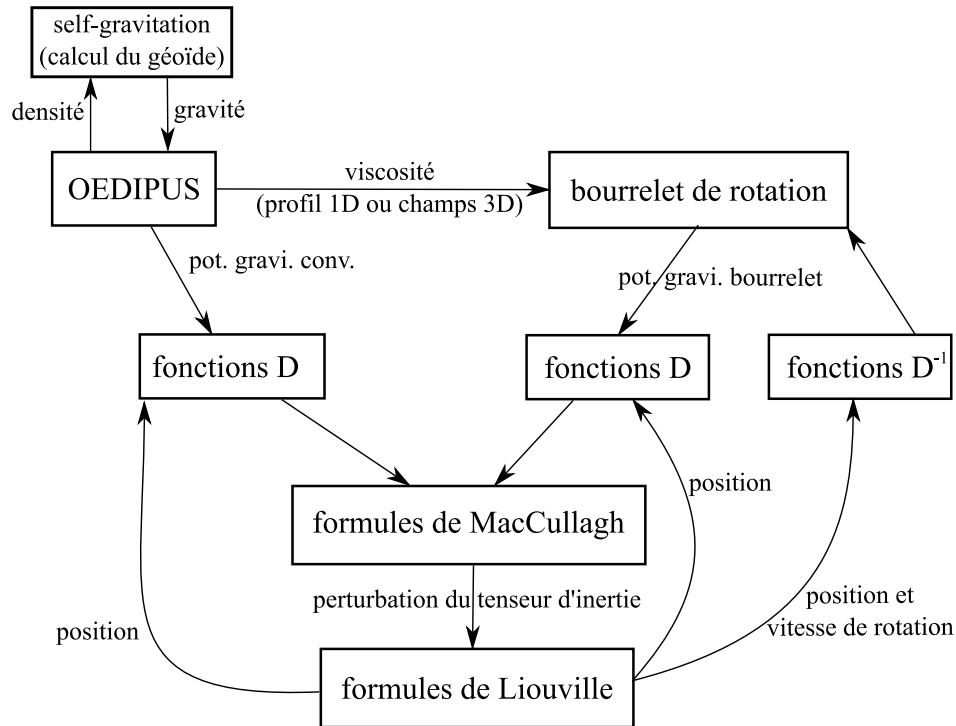


FIG. 5.7 – Principales étapes de calcul, pour la détermination d'un True Polar Wander lié à des mouvements de masse interne.

vitesse implique une force centrifuge différente : nous utilisons ainsi la vitesse de rotation comme paramètre d'entrée du programme. La nouvelle position implique, elle, une rotation du champ de force centrifuge et de la position du bourrelet équatorial : nous devons donc procéder à une rotation de ce champ par rapport à sa position à l'itération initiale.

### 5.3.2 Rotation d'harmoniques sphériques

Le champ de force centrifuge, dans le code de relaxation, ainsi que celui du potentiel gravitationnel dans *OEDIPUS* impliquent une décomposition en harmoniques sphériques. La rotation, due au changement de position du pôle, de ces deux champs fait intervenir les fonctions D et les angles d'Euler ( $\alpha, \beta, \gamma$ ). Ces angles sont définis tel que pour un solide dans un référentiel  $Oxyz$ , l'angle  $\alpha$  définit une rotation autour de l'axe  $z$ , puis l'angle  $\beta$  une rotation autour du nouvel axe  $y$  et enfin l'angle  $\gamma$  donne une rotation autour du nouvel axe  $z$ . L'obtention de ces trois angles se fera grâce à la détermination des perturbations  $m_i$  du vecteur rotation. Ainsi la rotation d'une harmonique sphérique suivant les angles d'Euler s'écrit (Risbo, 1996) :

$$Y_{jm}(\theta, \phi) = \sum_{m'=-j}^j D_{m,m'}^j(\alpha, \beta, \gamma) Y_{jm'}(\theta', \phi') \quad (5.4)$$

où les fonctions  $D_{m,m'}^j(\alpha, \beta, \gamma)$  s'écrivent comme (Varshalovich et al., 1988) :

$$D_{m,m'}^j(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-im\alpha} d_{m,m'}^j(\beta) e^{-im'\gamma} \quad (5.5)$$

avec  $d_{m,m'}^j(\beta)$  une fonction réelle dont une définition est :

$$d_{m,m'}^j(\beta) = (-1)^{j-m'} ((j+m)!(j-m)!(j+m')!(j-m')!)^{\frac{1}{2}} \sum_k (-1)^k \frac{\left(\cos \frac{\beta}{2}\right)^{m+m'+2k} \left(\sin \frac{\beta}{2}\right)^{2j-m-m'-2k}}{k!(j+m-k)!(j-m'-k)!(m+m'+k)!}$$

On peut trouver de multiples autres définition de cette fonction  $d$  dans [Varshalovich et al. \(1988\)](#).

La rotation du potentiel gravitationnel dans *OEDIPUS* intervient après le calcul de ce potentiel par *OEDIPUS*. De manière analogue la rotation du potentiel gravitationnel dû à la force centrifuge se place après son calcul par le code de relaxation. Une fonction  $D^{-1}$  (réciproque de la fonction  $D$ ) intervient avant le code de relaxation afin de replacer le bourrelet et la force centrifuge du temps  $t$  dans le référentiel initial. Le programme se déroule ensuite conformément à la description donnée dans le paragraphe précédent. La figure 5.7 résume les principales étapes que nous venons de présenter.

### 5.3.3 Résolution de l'équation de Liouville

À la suite de la détermination des perturbations du tenseur d'inertie, grâce aux formules de MacCullagh (cf sec. 2.4.1.2), nous devons résoudre l'équation de Liouville (Eq. 2.111). Nous décrivons le mouvement de l'axe de rotation comme une somme de mouvement de très faibles amplitudes. Nous utilisons ainsi un pas de temps  $dt$  très faible et, de cette manière, les perturbations du tenseur d'inertie peuvent être considérées comme très faibles. Les quantités  $c_{ij}(t)$  et  $h_i(t)$  sont alors très petites par rapport au moment d'inertie initial et nous pouvons négliger en première approximation les termes du second ordre tel que  $m_i^2, c_{ij}^2, m_i \times c_{ij}$ .

La résolution de l'équation de Liouville 2.111 est permise grâce à l'incorporation de 2.115 et 2.113 dans 2.112 puis dans 2.111. On obtient ainsi un système de trois équations différentielles :

$$\begin{aligned} \dot{m}_1(t+dt) = m_2(t+dt)\omega(t) \frac{B(t)-C(t)}{A(t)} \\ + \frac{1}{A(t)}(-\dot{c}_{13} + \dot{h}_2 + c_{23}\omega(t)) - \frac{\dot{h}_1}{A(t)\omega(t)} + \frac{\mathfrak{M}_1}{A(t)\omega(t)} \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_2(t+dt) = m_1(t+dt)\omega(t) \frac{C(t)-A(t)}{B(t)} \\ + \frac{1}{B(t)}(-\dot{c}_{23} - \dot{h}_1 - c_{13}\omega(t)) - \frac{\dot{h}_2}{B(t)\omega(t)} + \frac{\mathfrak{M}_2}{B(t)\omega(t)} \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\dot{m}_3(t+dt) = -\frac{\dot{c}_{33}}{C(t)} - \frac{\dot{h}_3}{C(t)\omega(t)} + \frac{\mathfrak{M}_3}{C(t)\omega(t)} \quad (5.8)$$

où  $A(t)$ ,  $B(t)$  et  $C(t)$  sont les moments d'inerties principaux au temps  $t$ ,  $\omega(t)$  est la vitesse de rotation et  $\mathfrak{M}_i$  est le moment des forces extérieures appliquées à la planète. Le point  $\dot{\cdot}$  signifie une dérivée par rapport au temps.

Nous pouvons résoudre ces équations pour un cas simple. Nous commençons par prendre

Paramètres	Valeurs
$\omega$	$7,292115 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$
A	$8,0101 \times 10^{37} \text{ kg.m}^2$
B	$8,0103 \times 10^{37} \text{ kg.m}^2$
C	$8,0365 \times 10^{37} \text{ kg.m}^2$
C-A	$2,6398 \times 10^{35} \text{ kg.m}^2$

TAB. 5.2 – Vitesse de rotation et moment d’inertie de la Terre d’après [Groten \(2004\)](#).

$h_i = 0$ , nous nous plaçons ainsi dans un référentiel dit de Tisserand ([Munk et MacDonald, 1960](#)). Nous prenons également  $A = B$  et ne considérons aucune perturbation externe ni interne ( $\mathfrak{M}_i = 0$  et  $c_{ij} = 0$ ). Dans ce cas, les équations 5.6 à 5.8 se simplifient :

$$\dot{m}_1(t + dt) = m_2(t + dt)\omega(t)\frac{A(t) - C(t)}{A(t)} \quad (5.9)$$

$$\dot{m}_2(t + dt) = m_1(t + dt)\omega(t)\frac{C(t) - A(t)}{A(t)} \quad (5.10)$$

$$\dot{m}_3(t + dt) = 0 \quad (5.11)$$

Dans ce cas, nous n’avons pas de variation de la période de rotation ( $\dot{m}_3 = 0$ ). La résolution du système à deux équations 5.9 et 5.10, nous donne comme solution :

$$m_1(t) = \cos(\sigma\omega t) \quad (5.12)$$

$$m_2(t) = -\sin(\sigma\omega t) \quad (5.13)$$

où  $\sigma$  est  $(A-C)/A$ . Le pôle décrit ainsi un mouvement de rotation d’une période de  $\sigma\omega$ . L’application, pour le cas de la Terre (les valeurs sont données dans le tableau 5.2), nous donne un mouvement de rotation autour du pôle avec une période d’environ 303,4 jours : c’est la période d’Euler. La valeur exacte, sans nos approximations vaut 304,46 jours. Ce mouvement s’explique par la différence entre l’axe principal d’inertie autour duquel la Terre a tendance à vouloir tourner et l’axe de rotation instantanée autour duquel on force la rotation. Mais la période observée (dite de Chandler) pour la Terre est de 433 jours ([Wilson et Vicente, 1990](#)). Cette différence s’explique car nous avons fait l’hypothèse d’une Terre rigide sans atmosphère ni océan, nous n’avons pas pris en compte le noyau liquide ni les déformations de la croûte et du manteau liées à cette rotation. La prise en compte de ces différents paramètres permet d’obtenir une période de Chandler d’environ 427 jours ([Gross, 2007](#)). La différence restante serait due à l’an-élasticité du manteau ([Gross, 2007](#)).

## 5.4 Conclusions

Ces résultats de convection à bas degré et ce programme de couplage entre cette forme de convection et la rotation de l'axe de rotation d'un corps s'inscrivent comme des résultats préliminaires à une étude plus poussée. Des simulations ont été acquises où une convection de bas degré est présente, néanmoins aucune simulation n'a pu être obtenue avec un degré un dominant l'ensemble du manteau. Le développement du programme de couplage est fortement avancé et nous possédons la presque totalité des “briques” nécessaire à son achèvement.

L'obtention future d'une convection de degré un sera poursuivie. Il semble déjà que les stratégies employées pour cela nécessite une convection très vigoureuse (nombre de Rayleigh d'au moins  $10^8$ ). Néanmoins le nombre de Rayleigh de la convection dans le manteau terrestre est estimé entre  $10^6$  et  $10^7$  (e.g [Schubert et al., 2001](#)). Un autre mécanisme pourrait exister pour expliquer ainsi une convection à bas degré dans le manteau terrestre. Les simulations obtenues pourront néanmoins servir de tests pour notre future programme. La dernière étape avant l'achèvement de notre programme reste les communications entre les différents blocs (cf Fig. 5.7). Néanmoins d'éventuels problèmes pourraient advenir comme l'implication d'une self-gravitation.

# Conclusions

La motivation de cette thèse était d'apporter, à travers les exemples de Mercure et de Japet, la preuve que les modèles d'évolutions primordiales des corps doivent prendre en compte de manière couplée l'évolution thermique et celle de rotation. On pouvait pressentir que cette évolution couplée avait jouée un rôle majeur pour chacun de ces deux corps : Japet présente un aplatissement de 35 kilomètres compatible avec une période de rotation de 16 heures alors que sa période de rotation actuelle est d'environ 79 jours. Sa forme serait donc une preuve d'une période de rotation beaucoup plus rapide, elle aurait "gelée" suite à l'évolution thermique du satellite. Pour Mercure, les images de sa surface montrent des escarpements lobés de plusieurs centaines de kilomètres de long et possédant un relief pouvant atteindre quelques kilomètres. Ils semblent posséder une orientation préférentielle nord-sud. Ces escarpements et leur orientation seraient la trace respectivement de la contraction de Mercure dû à son évolution thermique et du ralentissement de sa période de rotation.

Nous avons ainsi effectué pour Mercure, des simulations numériques d'évolution couplée. Nous montrons que la période de rotation actuelle de Mercure est atteinte très tôt dans son évolution, suivant nos paramètres initiaux elle s'obtient entre 7 et 85 millions d'années. À cet instant, les contraintes en surface dues à ce ralentissement sont acquises. Elles montrent une orientation préférentielle nord-sud sur une bande comprise entre  $\pm 35^\circ$  de latitude puis est-ouest jusqu'au pôle. Nos résultats sont ainsi conforme à la cartographie établie pour ces escarpements. La forme de Mercure est également examinées : son état thermique chaud durant l'évolution primordiale conduit à un aplatissement de quelques centaines de mètres au maximum, compatible avec les mesures de Mariner 10, et qui coïncide avec l'obtention de sa période de rotation actuelle ( $< 100$  Ma). L'évolution à long terme de Mercure montre que la convection s'initie systématiquement après cette première phase (entre 100 et 500 millions d'années). Elle se caractérise par la remontée de panaches chauds depuis l'interface manteau-noyau. Cette convection pourrait toujours être présente, bien que faible, à la période actuelle. L'évolution du noyau montre qu'il est possible de former un noyau interne. Selon la loi de fusion considérée pour un alliage fer-soufre, cette graine peut soit être déjà présente au début de l'évolution, soit commencer sa croissance à un temps de 400 millions d'années au maximum. Néanmoins, dans tous les cas, la présence d'un noyau externe liquide est obtenue qui autorise une origine de type dynamo dans le noyau métallique pour le champ magnétique observé par Mariner 10 et Messenger.

Nous proposons aussi l'étude pour le satellite de Saturne, Japet. Les modèles décrivant une histoire couplée du ralentissement de la rotation, de l'aplatissement de Japet et



de l'évolution thermique peuvent conduire aux valeurs déduites actuellement des observations de la mission Cassini-Huygens. Ces modèles qui conduisent à des scénarios acceptables du point de vue des valeurs synthétiques qu'ils produisent pour l'évolution actuelle (vitesse de rotation, aplatissement) impliquent de fortes quantités d'éléments radioactifs à courte durée de vie, principalement des concentrations d'aluminium 26 comprise entre 19 et 72 ppb. Ces teneurs suggèrent que la formation de Japet était achevée 2 à 4 millions d'années après la formation des CAI, soit une durée correspondant aux scénarios les plus brefs. De plus, les vitesses de rotations initiales doivent être de l'ordre de la dizaine d'heures. Dans les modèles correspondant à ces valeurs, la lithosphère est assez fine durant les premières centaines de millions d'années de l'évolution afin que Japet puisse se relaxer partiellement. Durant la suite de son évolution, Japet se refroidit et sa lithosphère s'épaissit. Une fois la période de rotation actuelle atteinte, la forme globale de Japet est figée.

Le couplage entre notre modèle d'évolution thermique et l'évolution de la position de l'axe de rotation n'est pas totalement achevée. Nous avons présenté les premières simulations liées à l'obtention d'une convection de bas degré et avons obtenu une simulation de degré deux. Nous avons également introduit les différentes composantes de notre programme de couplage. Des tests pourront néanmoins être effectués, à l'aide des résultats de simulations déjà obtenus, dès que le programme de couplage aura été entièrement accomplie. La dernière étape restera l'application de ce couplage à Mars.

Les deux modèles premiers pourront certes être affinés, dans les années futures, en lien avec l'obtention de nouvelles données sur ces corps : des mesures gravimétriques ainsi qu'altimétriques permettront de mieux contraindre et d'infirmer les scénarios présentés dans cette thèse. De plus un modèle plus complet d'évolution orbitale prenant en compte la variation temporelle du demi-grand axe, de l'excentricité ou encore de l'inclinaison de l'orbite reste à être construit. De même le calcul des contraintes en surface pourra sans conteste être améliorer par la prise en compte de rhéologie plus sophistiquées pour la lithosphère. Néanmoins, la pertinence de la démarche qui consiste à produire des évolutions couplées, telles qu'elles sont mise en oeuvre dans ces pages, ne peut-être mise en doute et son implication pour l'évolution primordiale de certains corps est manifeste. Il convient de systématiser cette approche pour mieux étudier l'évolution des corps du Système Solaire. Les découvertes de multiples systèmes planétaires dans notre Galaxie fournissent de nombreux objets à différents stades de leur évolution. Les progrès des télescopes permettront dans quelques dizaines d'années de bénéficier d'images de ces corps et d'ainsi fournir des observations correspondant aux périodes décrites dans cette thèse. Néanmoins, la période réduite de l'évolution primordiale (quelques dizaine de millions d'années comparés aux 10 milliards d'années d'espérance de vie d'une étoile de type solaire) ainsi que les poussières des disques de ces nébuleuse solaires sont des obstacles. Le nombres grandissant de découverte permettra sans doute de passer outre, nous offrant ainsi la possibilité de mieux contraindre les modèles qui nous proposons dans cette thèse.

# Annexe A

## *OEDIPUS* : tests numériques

La section qui suit regroupe plusieurs tests numériques exécutés sur le programme servant à calculer l'évolution thermique : *OEDIPUS*. Ces tests permettent de voir l'influence sur les résultats de deux paramètres : la perturbation et la précision du solveur. Un exemple de calcul ainsi que du traitement des résultats est données dans une dernière partie.

### A.1 Influence de la perturbation

La convection est initiée par des perturbations du champ de température. Nous utilisons une perturbation aléatoire basée sur la fonction *rand* du compilateur fortran 77. En fonction des compilateurs installés cette fonction peut varier d'un centre de calcul à l'autre. Cette fonction sort un nombre compris entre 0 et 1, dans notre cas nous lui retranchons 0,5 afin d'avoir une gamme de variation de température comprise entre -0,5 et 0,5 :

$$T(r, \xi, \eta) = T(r, \xi, \eta) + (T_{moy} * (rand - 0,5) * fact) \quad (A.1)$$

où  $T_{moy}$  est la température moyenne à une profondeur donnée et *fact* est un ordre de grandeur de la perturbation. Nous notons la variable *fact* directement dans le code. Nous pouvons donner des valeurs à *fact* comprises entre 0,1 et 0 (rien ne nous interdit de prendre des valeurs largement supérieures ou inférieures mais il serait inintéressant de perturber le champ de température avec des valeurs supérieures à ce même champ). Nous avons donc testé différentes valeurs de *fact* comprise entre  $10^{-3}$  et  $10^{-9}$ . Les résultats sont représentés dans la figure A.1. La convection s'initie beaucoup plus vite si la perturbation est grande à l'inverse une très faible perturbation donne des temps beaucoup plus longs. À partir d'une perturbation de l'ordre de  $10^{-6}$  l'instant de début de convection ne change que très peu (moins de 2%). L'ordre de grandeur de la perturbation doit ainsi être au minimum de  $10^{-6}$  pour permettre une influence minimum de ce facteur sur le temps. Un test a également été fait sans aucune perturbation, dans ce cas la convection démarre à un temps égal à celui d'une perturbation minimum ( $10^{-9}$ ). Ceci s'explique par le "bruit" numérique produit par le code et la machine. Afin de contrôler parfaitement cet aspect, les résultats suivants seront donnés (sauf notation contraire) avec une perturbation de  $10^{-6}$ . Cette taille de perturbation permettra également au solveur de converger plus vite vers une solution, accélérant légèrement le temps de calcul.

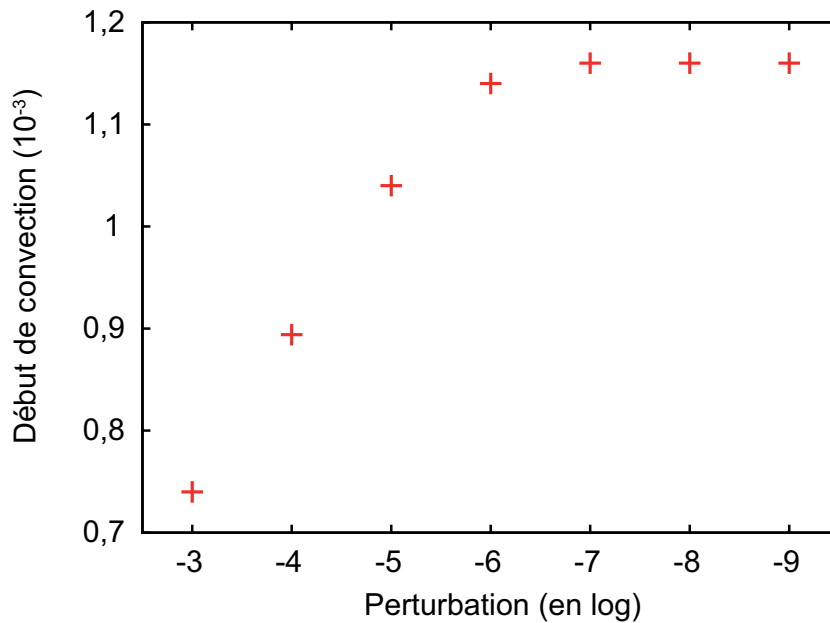


FIG. A.1 – Évolution de l’instant de début de la convection en fonction de l’ordre de grandeur de la perturbation.

## A.2 Influence de la précision du solveur

Le solveur est la partie du programme qui à l’aide d’un algorithme multigrille permet la résolution des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Cet algorithme a besoin d’une borne qui est fixée sur la valeur du résidu maximum (entre les différents résidus liés aux composantes de la vitesse et de la pression). Cette borne est fixée au démarrage du programme et ne varie pas jusqu’à la fin du calcul. Dès que le résidu maximum est inférieur à cette valeur, le solveur renvoie les solutions du champ de vitesse et de pression ainsi trouvées. Une borne de plus en plus faible permet d’avoir une meilleure précision dans les résultats mais au prix d’un temps de calcul plus important. Nous avons testé différentes valeurs et comparé le temps de début de la convection pour chacune. La figure A.2 montre les résultats, il faut ainsi une valeur minimum de 1 pour obtenir une précision suffisante. Les temps de calculs associés aux simulations plus précises sont également affichés. On voit une augmentation quasi-exponentielle pour les précisions les plus importantes. Le meilleur rapport temps de calcul / précision se situe donc pour une valeur de 1. Un test a été fait pour une valeur de  $10^{-8}$ , le solveur a pu dans un premier résoudre le calcul, mais après quelques pas de temps la précision demandée fut trop importante et le solveur ne pu l’atteindre.

Le cas d’une précision fixe a été ici pris en compte, mais il pourrait être beaucoup plus utile de faire varier la précision du solveur en fonction de l’ordre de grandeur des composantes de la vitesse. En effet pour des vitesses initiales nulles une plus grande précision permet de mieux quantifier le démarrage de la vitesse, par contre par la suite, quand la convection a débuté, la vitesse atteint des valeurs qui sont de plusieurs ordres de grandeur supérieurs. Une précision fluctuante pourrait être très utile, elle s’adapterait ainsi automatiquement au valeur de la vitesse. Nous contrôlons donc les variations en vitesse et en

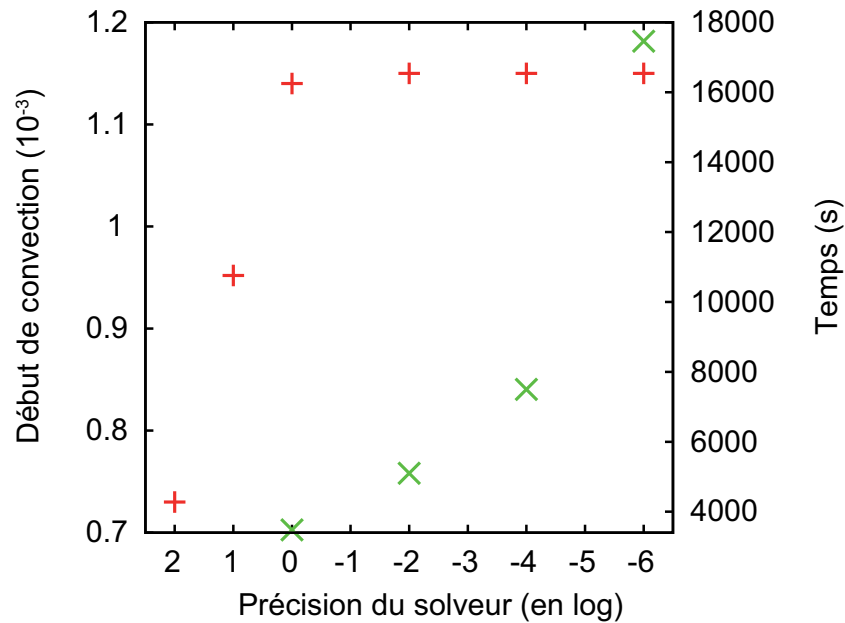


FIG. A.2 – Évolution de l’instant de début de la convection en fonction de la précision demandée au solveur (en rouge). Les temps de calcul sont également donnés (en vert) pour les simulations les plus longues.

pression donnée par le solveur. La variation maximal entre les composantes de la vitesse et la pression est retenue. Quand celle-ci atteint un seuil prédéterminé nous stoppons alors le solveur et gardons la dernière solution. Un test a été effectué sur un calcul pour Mercure (voir les configurations du calcul dans la section 3.2). La figure A.3 montre qu’à partir d’un certain nombre d’itérations la précision maximale du solveur est atteinte, les composantes de la vitesse sont constantes ainsi que le résidu. La pression n’est pas indiquée mais converge beaucoup plus vite (en quelques dizaines d’itérations). La variation montre que l’on peut estimer la solution atteinte quand l’on obtient une différence inférieure à 1% entre deux itérations successives du solveur. Il est par contre inutile d’essayer d’obtenir une précision inférieure. Cette méthode allonge néanmoins considérablement le temps de calcul. On peut lui privilégier la première méthode (Fig. A.2) avec des relances successives ayant des précisions différentes fonction des valeurs de la vitesse atteinte. Dans le cas de Japet, nous avons préféré faire des relances du programme car la convergence du solveur ne se faisait qu’à plusieurs milliers d’itérations (Fig. A.4). Plusieurs facteurs influencent ce comportement, on peut citer le champ de température initial ou encore le nombre de Rayleigh.

### A.3 Exemple de calcul complet et traitement des données

Le lancement d’un calcul sur *OEDIPUS* s’accompagne des différentes sorties qu’on y a implémentées. Ces données sont ensuite traitées afin de remettre en variables dimensionnées les différentes données et de créer des graphiques plus représentatifs. Il est également possible d’avoir une représentation du champ de température en utilisant un logiciel de

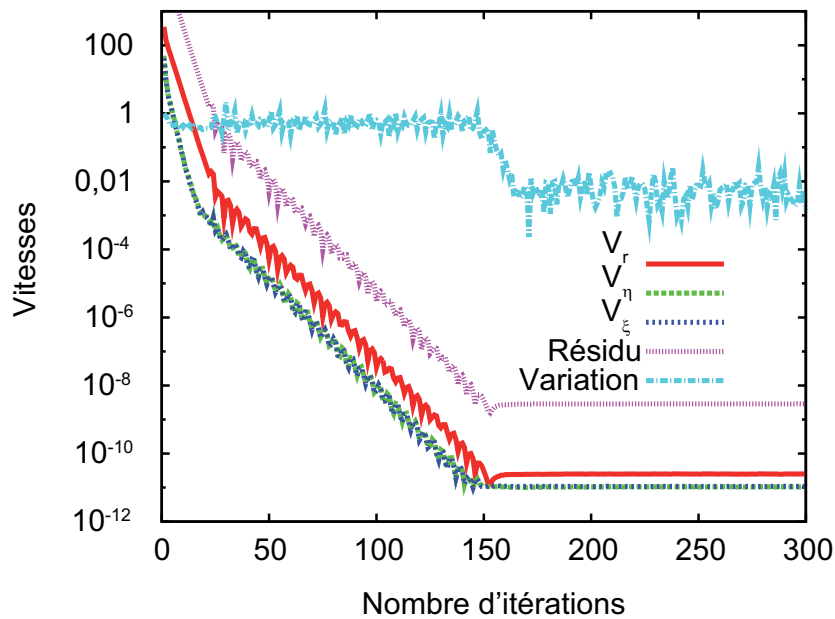


FIG. A.3 – Évolution des composantes de la vitesse, du résidu maximum et de la variation maximale de la vitesse par rapport aux itérations en fonction du nombre d'itérations du solveur dans le cas de Mercure.

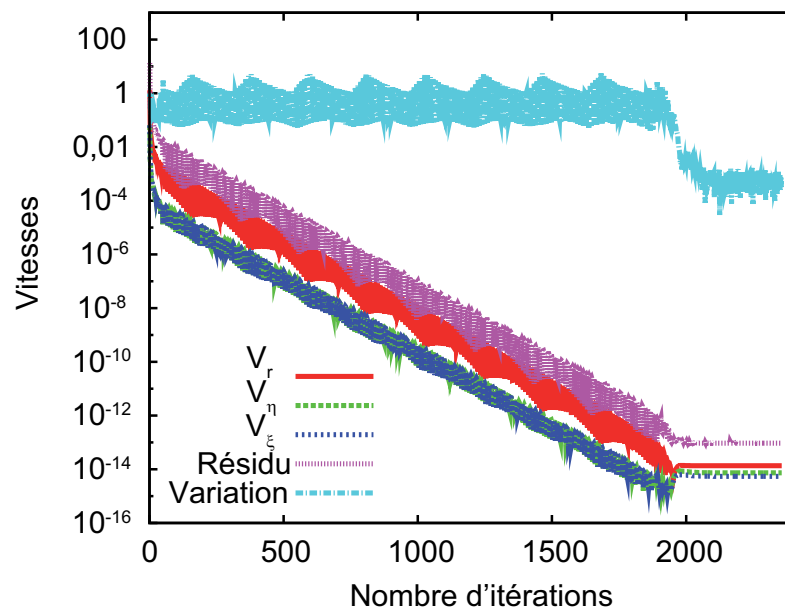


FIG. A.4 – Évolution des composantes de la vitesse, du résidu maximum et de la variation maximale de la vitesse par rapport aux itérations en fonction du nombre d'itérations du solveur dans le cas de Japet.

7184.4	14	100d0				Ra,avis,hs
1						ng0
128	64	64				np1,np2,np3
4	2	2				ng1,ng2,ng3
800	100	0	1	0	1	nsteps,nplot,nzero,ind,itest,is
5	1	5	5	1		ny,mg,m,grid_d,nsmooth
1.0	0.7	1.5d0				aaa,asq,tol
0.9						tau
0.2	2	0				f,ipert,ibound

TAB. A.1 – Exemple de fichier input pour une simulation de Japet.

735.6d3	1083d0	0.063d0		rp,rho,fs
2.192843d6	2d9	0.4d0		taccr,tfin,haccr
50	273d0	90d0	273d0	sautaccr,tfus,tsol,tbas
3510d0	920d0			rho_sil,rho_ice
50d3	2.5d0			eact,vact
100.d3	1.d0	0.d0		vis_lay,saut_vis,Tref

TAB. A.2 – Exemple de fichier body pour une simulation de Japet.

visualisation 3D. Je vais présenter dans cette partie les différentes variables en sortie ainsi que les graphiques et les visualisation qui peuvent être effectués.

### A.3.1 Lancement du calcul

Le lancement s’effectue au moyen de trois fichiers, le programme proprement dit et deux fichiers d’entrées. Le premier fichier est le fichier “input” (Tab.A.1). Il comporte l’ensemble des données essentielles au calcul comme le nombre de processeurs utilisés, le nombre de sorties à effectuer ou encore les paramètres du solveur. Le deuxième fichier d’entrée (qui a été rajouté durant cette thèse) concerne les paramètres physiques du corps étudié (Tab. A.2). On y retrouve le rayon, la densité des différents matériaux ou encore la fraction volumique de silicate.

### A.3.2 Les sorties

*OEDIPUS* donne plusieurs fichiers de sorties (11 au maximum mais cela est entièrement configurable). Ces fichiers peuvent être repartis en deux catégories : les fichiers de profils qui donnent une valeur à chaque profondeur avec une sortie configurée toutes les 50 itérations par exemple et les autres fichiers dont les sorties sont à toutes les itérations. Les fichiers de profils permettent d’avoir :

- la température (moyenne, minimale et maximale) et en conduction
- la vitesse maximale et minimale de la composante  $r$
- la viscosité moyenne

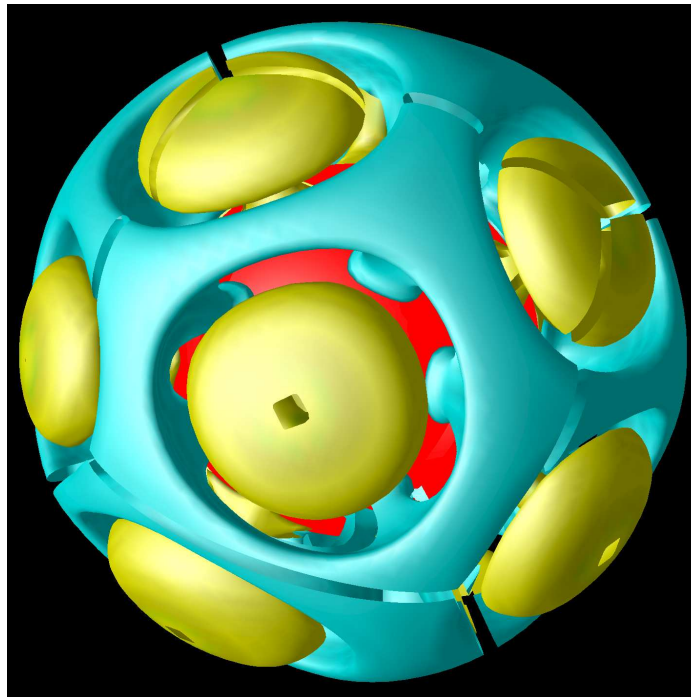


FIG. A.5 – Exemple de visualisation en 3D des champs de température. En bleu apparaissent les panaches froids et en jaune les panaches chauds. Le noyau apparaît lui en rouge.

- les coefficients de la décomposition spectrale de la température

Les autres fichiers donnent à toutes les itérations :

- la température moyenne
- la vitesse RMS ainsi que la vitesse maximale suivant chacune composante
- le temps
- le nombre de Nusselt à la base et en surface
- le flux de chaleur en surface et à la base
- le critère de démarrage de l'onset (différence entre le profil en conduction et chaque point à chaque profondeur)
- la rayon polaire, équatorial ainsi que l'aplatissement et le facteur  $J_2$
- la période de rotation et le  $k_2$
- le rayon du noyau interne et la température à la CMB

Certaines variables de sorties sont adimensionnées (température moyenne, vitesse RMS ...) alors que d'autres ne le sont naturellement pas ( $k_2$ , aplatissement ...), toutes seront traitées dans un programme écrit en langage IDL (logiciel propriétaire de ITT Visual Information Solutions). Ce programme écrit durant ces travaux permet de convertir les variables adimensionnées ainsi que de créer des graphiques pour chacune d'entre elles. A titre d'exemple deux graphiques d'évolution sont donnés avec les figures A.6 et A.7.



La visualisation en 3D des champs de température est effectuée au moyen du logiciel OpenDX. On peut ainsi accéder aux différentes iso-surfaces de température, ainsi qu'aux différents panaches qui naissent. L'assemblage de plusieurs images (quelques dizaines à centaines) permet la construction de petit film montrant l'évolution de la dynamique interne. Un exemple d'image 3D est donnée avec la figure A.5.

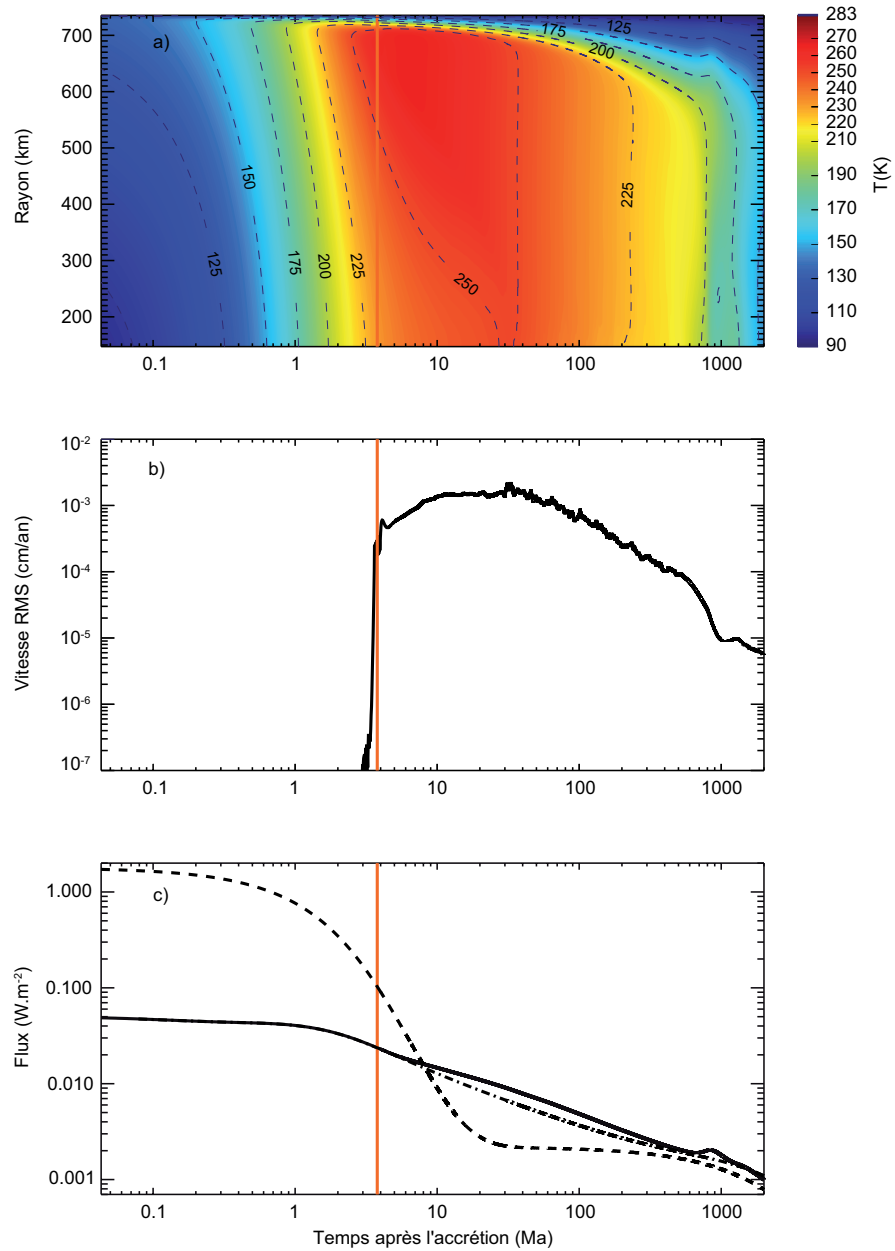


FIG. A.6 – Exemple de sortie d'*OEDIPUS* après traitement par le code IDL pour un cas Japet. En haut l'évolution de la température moyenne à chaque profondeur, au centre évolution de la vitesse RMS et en bas évolution du flux de chaleur (trait plein) en surface et comparaison avec le flux en conduction (grand tiret) et le flux lié aux éléments radioactifs (petit tiret). Le trait rouge correspond au début de la convection.

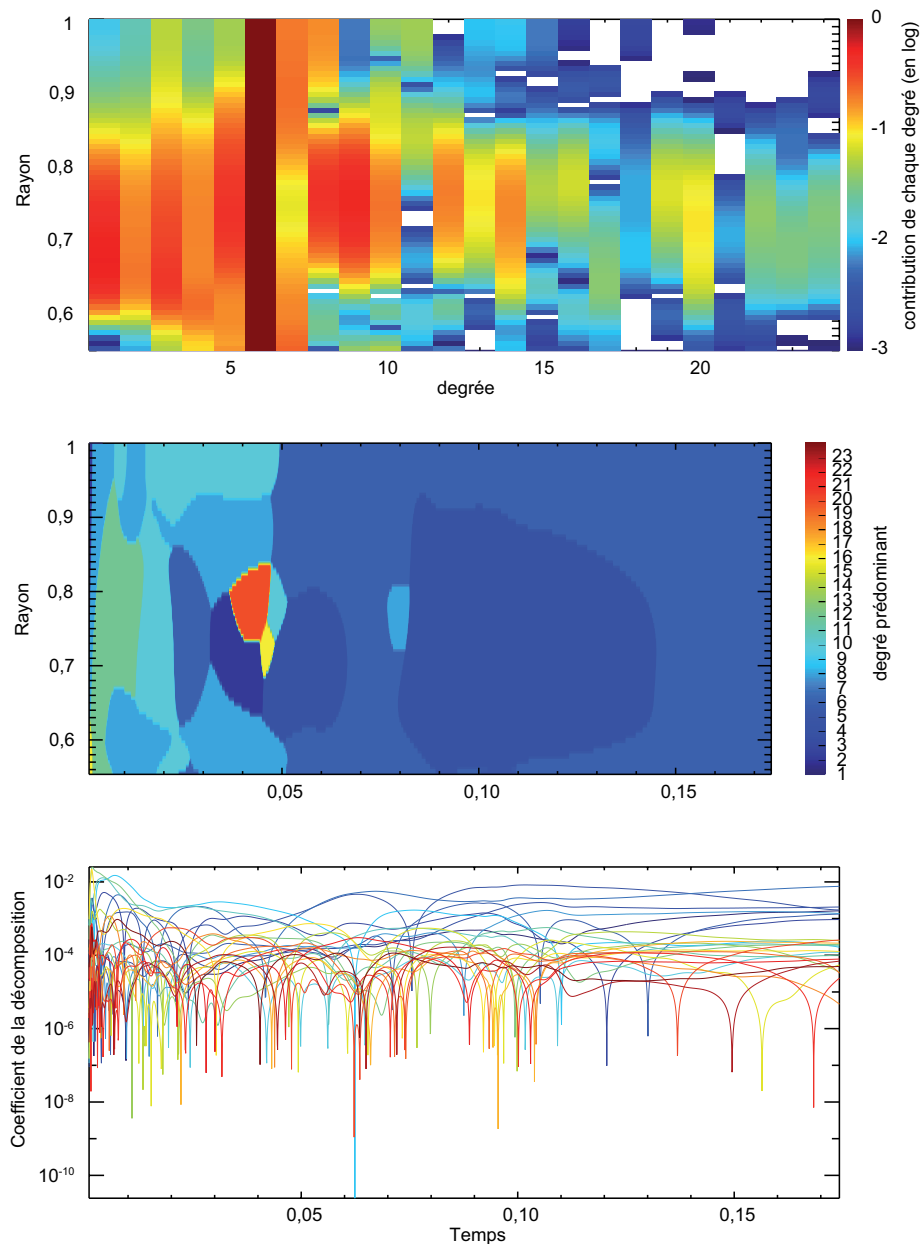


FIG. A.7 – Exemple de sortie d'*OEDIPUS* après traitement par le code IDL pour un cas ayant un Rayleigh de  $10^7$  et un rapport de viscosité de  $10^4$ . En haut contribution de chaque degré à chaque profondeur (normalisée au degré maximal) à la décomposition en harmonique sphérique du champ de température à un instant donné (ici à la fin du calcul), au centre évolution du degré principal à chaque profondeur et en bas évolution de chaque degré de la décomposition.



# Annexe B

## Divers

### B.1 Calcul des fonctions radiales

Le code de dissipation résout un système de six équations différentielles qui permettent d'obtenir les fonctions radiales  $y_i(r)$  (cf sec. 2.2.5.1). Ce système est ([Alterman et al., 1959](#); [Takeuchi et Saito, 1972](#)) :

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dr} &= \frac{1}{K + \frac{2}{3}\mu} \left( \frac{K - \frac{2}{3}\mu}{r} + (2y_1 - \ell(\ell + 1)y_3) \right) \\ \frac{dy_2}{dr} &= -\omega_{\ell m}^2 \rho y_1 \frac{2}{r} \left( \left( K - \frac{2}{3}\mu \right) \frac{dy_1}{dr} - y_2 \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{2(K + \frac{\mu}{3})}{r} - \rho g \right) \cdot \\ &\quad (2y_1 - \ell(\ell + 1)y_3) + \frac{\ell(\ell + 1)}{r} y_4 - \rho \left( y_6 - \frac{n + 1}{r} y_5 + \frac{2g}{r} y_1 \right) \\ \frac{dy_3}{dr} &= \frac{1}{\mu} y_4 + \frac{1}{r} (y_3 - y_1) \\ \frac{dy_4}{dr} &= -\omega_{\ell m}^2 \rho y_3 \frac{K - \frac{2}{3}\mu}{r} \frac{dy_1}{dr} + \frac{K + \frac{4}{3}\mu}{r^2} (2y_1 - \ell(\ell + 1)y_3) \\ &\quad + \frac{2\mu}{r^2} (y_1 - y_3) - \frac{3}{r} y_4 - \frac{\rho}{r} (y_5 - g y_1) \\ \frac{dy_5}{dr} &= y_6 + 4\pi G \rho y_1 - \frac{\ell + 1}{r} y_5 \\ \frac{dy_6}{dr} &= \frac{\ell - 1}{r} (y_6 + 4\pi G \rho y_1) + \frac{4\pi G \rho}{r} (2y_1 - \ell(\ell + 1)y_3) \end{aligned} \tag{B.1}$$

où  $\mu$  et  $K$  sont respectivement la rigidité et l'incompressibilité du matériau et  $\omega_{\ell m}$  est la fréquence associée à un degré  $\ell$  et un ordre  $m$ .

## **B.2 Relation pour le système de coordonnées de la sphère cubique**

Le tableau B.1 donne les relations entre le système de coordonnées de la sphère cubique et les systèmes cartésiens et sphériques. La visualisation des champs de température sous le logiciel OpenDX impose, par exemple, que les coordonnées de chaque points soit dans un système de coordonnées cartésien.

n° bloc	CS à cartésien	CS à sphérique	Cartésien et sphérique à CS	Matrice de passage
équateur 0 (x > 0)	$\begin{cases} x = \frac{r}{\sqrt{\delta}} \\ y = \frac{rX}{\sqrt{\delta}} \\ z = \frac{rY}{\sqrt{\delta}} \end{cases}$	$\begin{cases} \tan\phi = \frac{X}{C/Y} \\ \tan\theta = \frac{X}{C/Y} \end{cases}$	$\begin{cases} X = \frac{y}{x} = \tan\phi \\ Y = \frac{z}{x} = 1/(\cos\phi\tan\theta) \end{cases}$	$\begin{cases} V_\theta = -V_\eta + \frac{XY}{\sqrt{CD}} V_\xi \\ V_\phi = \frac{\sqrt{\delta}}{CD} V_\xi \end{cases}$
équateur 1 (y > 0)	$\begin{cases} x = \frac{-rX}{\sqrt{\delta}} \\ y = \frac{r}{\sqrt{\delta}} \\ z = \frac{rY}{\sqrt{\delta}} \end{cases}$	$\begin{cases} \tan\phi = -1/X \\ \tan\theta = C/Y \end{cases}$	$\begin{cases} X = -\frac{x}{y} = -1/\tan\phi \\ Y = \frac{z}{y} = 1/(\sin\phi\tan\theta) \end{cases}$	$\begin{cases} V_\theta = -V_\eta + \frac{XY}{\sqrt{CD}} V_\xi \\ V_\phi = \frac{\sqrt{\delta}}{CD} V_\xi \end{cases}$
équateur 2 (x < 0)	$\begin{cases} x = \frac{-r}{\sqrt{\delta}} \\ y = \frac{-rY}{\sqrt{\delta}} \\ z = \frac{-rX}{\sqrt{\delta}} \end{cases}$	$\begin{cases} \tan\phi = \frac{Y}{D/X} \\ \tan\theta = D/X \end{cases}$	$\begin{cases} X = \frac{z}{x} = 1/(\tan\theta\cos\phi) \\ Y = \frac{y}{x} = 1\tan\phi \end{cases}$	$\begin{cases} V_\theta = V_\xi - \frac{XY}{\sqrt{CD}} V_\eta \\ V_\phi = \frac{\sqrt{\delta}}{CD} V_\eta \end{cases}$
équateur 3 (y < 0)	$\begin{cases} x = \frac{rY}{\sqrt{\delta}} \\ y = \frac{-r}{\sqrt{\delta}} \\ z = \frac{-rX}{\sqrt{\delta}} \end{cases}$	$\begin{cases} \tan\phi = \frac{Y}{D/X} \\ \tan\theta = D/X \end{cases}$	$\begin{cases} X = \frac{z}{y} = 1/(\tan\theta\cos\phi) \\ Y = \frac{-x}{y} = \tan\phi \end{cases}$	$\begin{cases} V_\theta = V_\xi - \frac{XY}{\sqrt{CD}} V_\eta \\ V_\phi = \frac{\sqrt{\delta}}{CD} V_\eta \end{cases}$
pôle nord 4 (z > 0)	$\begin{cases} x = \frac{-rX}{\sqrt{\delta}} \\ y = \frac{-rY}{\sqrt{\delta}} \\ z = \frac{r}{\sqrt{\delta}} \end{cases}$	$\begin{cases} \tan\phi = \frac{Y/X}{\sqrt{\delta}-1} \\ \tan\theta = \frac{Y/X}{\sqrt{\delta}-1} \end{cases}$	$\begin{cases} X = \frac{-x}{z} = -\tan\theta\cos\phi \\ Y = \frac{-y}{z} = -\tan\theta\sin\phi \end{cases}$	$\begin{cases} V_\theta = \frac{1}{\sqrt{\delta}-1} \left( \frac{Y}{C} V_\eta + \frac{X}{D} V_\xi \right) \\ V_\phi = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\delta}-1} \left( -\frac{X}{C} V_\eta + \frac{Y}{D} V_\xi \right) \end{cases}$
pôle sud 5 (z < 0)	$\begin{cases} x = \frac{rY}{\sqrt{\delta}} \\ y = \frac{\sqrt{\delta}}{rX} \\ z = \frac{-r}{\sqrt{\delta}} \end{cases}$	$\begin{cases} \tan\phi = \frac{Y/X}{\sqrt{\delta}-1} \\ \tan\theta = \frac{Y/X}{\sqrt{\delta}-1} \end{cases}$	$\begin{cases} X = \frac{-y}{z} = -\tan\theta\sin\phi \\ Y = \frac{-x}{z} = -\tan\theta\cos\phi \end{cases}$	$\begin{cases} V_\theta = -\frac{1}{\sqrt{\delta}-1} \left( \frac{Y}{C} V_\eta + \frac{X}{D} V_\xi \right) \\ V_\phi = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\delta}-1} \left( \frac{X}{C} V_\eta - \frac{Y}{D} V_\xi \right) \end{cases}$

TAB. B.1 – Le système de coordonnées modifié de la "sphère cubique" d'après [Choblet et al. \(2007\)](#).





# Bibliographie

- Alexeev, V. (2005). The history of ordinary chondrites from the data on stable isotopes of noble gases (a review). *Solar Syst. Res.*, 39, 124–149.
- Alterman, Z., Jarosch, H., et Pekeris, C.L. (1959). Oscillations of the Earth. *Proc. R. Soc. London A*, 252, 80–95.
- Amelin, Y., Krot, A.N., Hutcheon, I.D., et Ulyanov, A.A. (2002). Lead isotopic ages of chondrules and calcium-aluminum-rich inclusions. *Science*, 297, 5587, 1678–1683.
- Anderson, J.D., Lau, E.L., Sjogren, W.L., Schubert, G., et Moore, W.B. (1996). Gravitational constraints on the internal structure of Ganymede. *Nature*, 384, 541–543.
- Anderson, J.D., Colombo, G., Esposito, P.B., Lau, E.L., et Trager, G.B. (1987). The mass, gravity field, and ephemeris of Mercury. *Icarus*, 71, 3, 337–349.
- Arenson, L.U. et Palmer, A.C. (2005). Rock glaciers, fault gouge and asphalt : Hard particles in a nonlinear creeping matrix. *Cold Regions Science and Technology*, 43, 3, 117–127.
- Barnett, D.N. et Nimmo, F. (2002). Strength of Faults on Mars from MOLA Topography. *Icarus*, 157, 1, 34–42.
- Barr, A.C. et Canup, R.M. (2008). Constraints on gas giant satellite formation from the interior states of partially differentiated satellites. *Icarus*, 198, 163–177.
- Barr, A.C. et Pappalardo, R.T. (2005). Onset of convection in the icy galilean satellites : Influence of rheology. *J. Geophys. Res.*, 110, E9, E12005.
- Barr, A. et McKinnon, W. (2007). Convection in ice I shells and mantles with self-consistent grain size. *J. Geophys. Res.*, 112, E11, E02012.
- Baumgardner, J.R. (1985). Three-dimensional treatment of convective flow in the Earth's mantle. *J. Statistical Physics*, 39, 5, 501–511.
- Benz, W., Anic, A., Horner, J., et Whitby, J. (2007). The Origin of Mercury. *Space Sci. Rev.*, 132, 2, 189–202.
- Besse, J. et Courtillot, V. (1991). Revised and synthetic apparent polar wander paths of the African, Eurasian, North American and Indian plates, and true polar wander since 200 Ma. *J. Geophys. Res.*, 96, 4029–4050.

- Besse, J. et Courtillot, V. (2002). Apparent and true polar wander and the geometry of the geomagnetic field over the last 200 Myr. *J. Geophys. Res.*, 107, 2300.
- Bischoff, A. (2001). Meteorite classification and the definition of new chondrite classes as a result of successful meteorite search in hot and cold deserts. *Planet. Space Sci.*, 49, 8, 769–776.
- Boehler, R. (1996). Fe-FeS eutectic temperatures to 620 kbar. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 96, 2-3, 181–186.
- Boutin, D. et Arkani-Hamed, J. (2006). Pole wandering of Mars : Evidence from paleomagnetic poles. *Icarus*, 181, 1, 13–25.
- Brandt, A. (1977). Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems. *Math. Comp.*, 31, 138, 333–390.
- Breuer, D., Yuen, D.A., Spohn, T., et Zhang, S. (1998). Three dimensional models of Martian mantle convection with phase transitions. *Geophys. Res. Lett.*, 25, 229–232.
- Breuer, D., Hauck, S., Buske, M., Pauer, M., et Spohn, T. (2007). Interior Evolution of Mercury. *Space Sci. Rev.*, 132, 2, 229–260.
- Bunge, H.P., Richards, M.A., et Baumgardner, J.R. (1996). Effect of depth-dependent viscosity on the planform of mantle convection. *Nature*, 379, 436–438.
- Buratti, B., Hicks, M., et Davies, A. (2005). Spectrophotometry of the small satellites of Saturn and their relationship to Iapetus, Phoebe, and Hyperion. *Icarus*, 175, 2, 490–495.
- Čadež, O. (2003). Viscoelastic relaxation of spherical Earth with a 3D viscosity structure. Dans *EGS-AGU-EUG Joint Assembly, Nice, France, 6-11 April 2003*, page 5279.
- Calvet, N., Hartmann, L., et Strom, S.E. (2000). Evolution of disk accretion. Dans M. Vince, A.P. Boss, et S. Russell, rédacteurs, *Protostars and Planets IV*, pages 963–994. University of Arizona press.
- Cameron, A.G.W. (1985). The partial volatilization of mercury. *Icarus*, 64, 2, 285–294.
- Cameron, A.G.W., Fegley Jr., B., Benz, W., et Slattery, W. (1988). The strange density of Mercury : theoretical consideration. Dans F. Vilas, C.R. Chapman, et M.S. Matthews, rédacteurs, *Mercury*, pages 692–708. University of Arizona press.
- Canup, R. et Ward, W. (2002). Formation of the galilean satellites : Conditions of accretion. *Astron. J.*, 124, 3404–3423.
- Canup, R.M. (2004). Simulations of a late lunar-forming impact. *Icarus*, 168, 2, 433–456.
- Castillo-Rogez, J., Johnson, T., Lee, M., Turner, N., Matson, D., et Lunine, J. (2009).  $^{26}\text{Al}$  decay : Heat production and a revised age for iapetus. *Icarus*, 204, 658–662.
- Castillo-Rogez, J., Matson, D., Sotin, C., Johnson, T., Lunine, J., et Thomas, P. (2007). Iapetus' geophysics : Rotation rate, shape, and equatorial ridge. *Icarus*, 190, 1, 179–202.

- Chambers, J. (2007). Planet formation. Dans H.D. Holland et K.K. Turekian, rédacteurs, *Treatise on Geochemistry*, pages 1–17. Pergamon, Oxford.
- Chaussidon, M. et Gounelle, M. (2007). Short-lived radioactive nuclides in meteorites and early solar system processes. *C. R. Geosci.*, 339, 14–15, 872–884.
- Chen, B., Li, J., et Hauck, S.A. (2008). Non-ideal liquidus curve in the Fe-S system and Mercury's snowing core. *Geophys. Res. Lett.*, 35, 7201.
- Choblet, G., Cadek, O., Couturier, F., et Dumoulin, C. (2007). Oedipus : a new tool to study the dynamics of planetary interiors. *Geophys. J. Int.*, 170, 1, 9–30.
- Choblet, G. et Sotin, C. (2000). 3D thermal convection with variable viscosity : can transient cooling be described by a quasi-static scaling law ? *Phys. Earth Planet. Inter.*, 119, 3–4, 321–336.
- Choblet, G. (2005). Modelling thermal convection with large viscosity gradients in one block of the 'cubed sphere'. *J. Comput. Phys.*, 205, 1, 269–291.
- Choukroun, M., Grasset, O., Sotin, C., et Tobie, G. (2008). Cryovolcanic release of methane on Titan : Experimental constraints from the experimental study of methane clathrates in presence of ammonia. Dans *Lunar and Planetary Institute Conference Abstracts*, tome 39 de *Lunar and Planetary Institute Conference Abstracts*, page 1837.
- Cole, D.M. (1995). A model for the anelastic straining of saline ice subjected to cyclic loading. *Philos. Mag. A*, 72, 1, 231–248.
- Correia, A.C. et Laskar, J. (2009). Mercury's capture into the 3/2 spin-orbit resonance including the effect of core-mantle friction. *Icarus*, 201, 1–11.
- Coulomb, J. et Jobert, G., rédacteurs (1973). *Traité de Géophysique Interne*, tome 1, chapitre Marées terrestres, pages 507–527. Masson.
- Cruikshank, D.P., Owen, T.C., Ore, C.D., Geballe, T.R., Roush, T.L., de Bergh, C., Sandford, S.A., Poulet, F., Benedix, G.K., et Emery, J.P. (2005). A spectroscopic study of the surfaces of Saturn's large satellites : H<sub>2</sub>O ice, tholins, and minor constituents. *Icarus*, 175, 1, 268–283.
- Czechowski, L. et Leliwa-Kopystynski, J. (2005). Convection driven by tidal and radiogenic heating in medium size icy satellites. *Planet. Space Sci.*, 53, 749–769.
- Daradich, A., Mitrovica, J.X., Matsuyama, I., Perron, J.T., Manga, M., et Richards, M.A. (2008). Equilibrium rotational stability and figure of Mars. *Icarus*, 194, 2, 463–475.
- Davaille, A. et Jaupart, C. (1993). Transient high Rayleigh number thermal convection with large viscosity variations. *J. Fluid Mech.*, 253, 141–166.
- Davaille, A. et Jaupart, C. (1994). Onset of thermal convection in fluids with temperature-dependent viscosity : Application to the oceanic mantle. *J. Geophys. Res.*, 99, 19853–19866.

- De La Chapelle, S., Milsch, H., Castelnau, O., et Duval, P. (1999). Compressive creep of ice containing a liquid intergranular phase : rate-controlling processes in the dislocation creep regime. *Geophys. Res. Lett.*, 26, 251–254.
- Deleplace, B. et Cardin, P. (2006). Viscomagnetic torque at the core mantle boundary. *Geophys. J. Int.*, 167, 557–566.
- Dobrovolskis, A.R. (1995). Chaotic Rotation of Nereid ? *Icarus*, 118, 1, 181–198.
- Dombard, A.J. et Hauck, I.S.A. (2008). Despinning plus global contraction and the orientation of lobate scarps on Mercury : Predictions for MESSENGER. *Icarus*, 198, 1, 274–276.
- Dumoulin, C., Doin, M.P., Arcay, D., et Fleitout, L. (2005). Onset of small-scale instabilities at the base of the lithosphere : scaling laws and role of pre-existing lithospheric structures. *Geophys. J. Int.*, 160, 345–357.
- Dumoulin, C. (2000). *Convection mantellique et structure de la lithosphère*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure.
- Durand, G., Weiss, J., Lipenkov, V., Barnola, J.M., Krinner, G., Parrenin, F., Delmonte, B., Ritz, C., Duval, P., Röthlisberger, R., et Bigler, M. (2006). Effect of impurities on grain growth in cold ice sheets. *J. Geophys. Res.*, 111, F01015.
- Durham, W.B., Kirby, S.H., et Stern, L.A. (1997). Creep of water ices at planetary conditions : A compilation. *J. Geophys. Res.*, 102, 16293–16302.
- Durham, W.B., Kirby, S.H., Stern, L.A., et Zhang, W. (2003). The strength and rheology of methane clathrate hydrate. *J. Geophys. Res.*, 108, 2182.
- Durham, W. et Stern, L. (2001). Rheological properties of water ice-applications to satellites of the outer planets. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 29, 1, 295–330.
- Duval, P., Ashby, M.F., et Anderman, I. (1983). Rate-controlling processes in the creep of polycrystalline ice. *J. Phys. Chem.*, 87, 21, 4066–4074.
- Dziewonski, A.M. et Anderson, D.L. (1981). Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 25, 4, 297–356.
- Efroimsky, M. et Williams, J. (2009). Tidal torques : a critical review of some techniques. *Celest. Mech. Dynam. Astron.*, 104, 3, 257–289.
- Ellsworth, K. et Schubert, G. (1983). Saturn's icy satellites : Thermal and structural models. *Icarus*, 54, 3, 490–510.
- Eluszkiewicz, J. (1990). Compaction and internal structure of Mimas. *Icarus*, 84, 1, 215–225.
- Evans, D.A.D. (2003). True polar wander and supercontinents. *Tectonophysics*, 362, 1-4, 303–320.

- Faul, U.H. et Jackson, I. (2005). The seismological signature of temperature and grain size variations in the upper mantle. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 234, 1-2, 119–134.
- Fegley, B. et Lewis, J.S. (1980). Volatile element chemistry in the solar nebula : Na, K, F, Cl, Br, and P. *Icarus*, 41, 3, 439–455.
- Fegley Jr., B. et Cameron, A. (1987). A vaporization model for iron/silicate fractionation in the Mercury protoplanet. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 82, 3-4, 207–222.
- Fei, Y., Bertka, C.M., et Finger, L.W. (1997). High-pressure iron-sulfur compound,  $\text{Fe}_3\text{S}_2$ , and melting relations in the Fe-FeS system. *Science*, 275, 5306, 1621–1623.
- Fei, Y., Li, J., Bertka, C.M., et Prewitt, C.T. (2000). Structure type and bulk modulus of  $\text{Fe}_3\text{S}$ , a new iron-sulfur compound. *Am. Mineral.*, 85, 11-12, 1830–1833.
- Ferraz-Mello, S., Rodríguez, A., et Hussmann, H. (2008). Tidal friction in close-in satellites and exoplanets : The Darwin theory re-visited. *Celest. Mech. Dynam. Astron.*, 101, 171–201.
- Giese, B., Denk, T., Neukum, G., Roatsch, T., Helfenstein, P., Thomas, P.C., Turtle, E.P., McEwen, A., et Porco, C.C. (2008). The topography of Iapetus' leading side. *Icarus*, 193, 2, 359–371.
- Gold, T. (1955). Instability of the Earth's axis of rotation. *Nature*, 175, 4456, 526–529.
- Goldreich, P. et Toomre, A. (1969). Some remarks on polar wandering. *J. Geophys. Res.*, 74, 2555–2567.
- Goldreich, P. et Ward, W.R. (1973). The formation of planetesimals. *Astrophys. J.*, 183, 1051–1062.
- Goldsby, D.L. (2007). Diffusion creep of ice : Constraints from laboratory creep experiments. Dans *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, tome 38, page 2186.
- Goldsby, D. et Kohlstedt, D. (2001). Superplastic deformation of ice : Experimental observations. *J. Geophys. Res.*, 106, 11017–11030.
- Gomes, R., Levison, H., Tsiganis, K., et Morbidelli, A. (2005). Origin of the cataclysmic late heavy bombardment period of the terrestrial planets. *Nature*, 435, 466–469.
- Goswami, J.N. et Vanhala, H.A.T. (2000). Extinct radionuclides and the origin of the Solar System. Dans M. Vince, A.P. Boss, et S. Russell, rédacteurs, *Protostars and Planets IV*, pages 963–994. University of Arizona press.
- Gounelle, M. et Russell, S.S. (2005). On early Solar System chronology : Implications of an heterogeneous spatial distribution of  $^{26}\text{Al}$  and  $^{53}\text{Mn}$ . *Geochim. Cosmochim. Acta*, 69, 12, 3129–3144.
- Grasset, O. et Pargamin, J. (2005). The ammonia-water system at high pressures : Implications for the methane of titan. *Planet. Space Sci.*, 53, 4, 371–384.

- Grasset, O. et Parmentier, E. (1998). Thermal convection in a volumetrically heated, infinite Prandtl number fluid with strongly temperature-dependent viscosity : Implications for planetary evolution. *J. Geophys. Res.*, 103, 18171–18181.
- Greenberg, R., Hoppa, G.V., Tufts, B.R., Geissler, P., Riley, J., et Kadel, S. (1999). Chaos on Europa. *Icarus*, 141, 2, 263–286.
- Greff-Lefftz, M. (2005). Upwelling plumes, superswells and true polar wander. *Geophys. J. Int.*, 159, 1125–1137.
- Grimm, R.E. et McSween, H.Y. (1993). Heliocentric zoning of the asteroid belt by aluminum-26 heating. *Science*, 259, 653–655.
- Gross, R. (2007). Earth rotation variations - long period. Dans G. Schubert, rédacteur, *Treatise on Geophysics*, pages 239–294. Elsevier, Amsterdam.
- Groten, E. (2004). Fundamental parameters and current (2004) best estimates of the parameters of common relevance to astronomy, geodesy, and geodynamics. *J. Geodesy*, 77, 724–797.
- Grott, M., Sohl, F., et Hussmann, H. (2007). Degree-one convection and the origin of Enceladus' dichotomy. *Icarus*, 191, 1, 203–210.
- Harder, H. (2000). Mantle convection and the dynamic geoid of Mars. *Geophys. Res. Lett.*, 27, 301.
- Harder, H. et Christensen, U.R. (1996). A one-plume model of martian mantle convection. *Nature*, 380, 507–509.
- Harder, H. et Schubert, G. (2001). Sulfur in Mercury's core ? *Icarus*, 151, 1, 118–122.
- Hauck, S.A., Dombard, A.J., Phillips, R.J., et Solomon, S.C. (2004). Internal and tectonic evolution of Mercury. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 222, 3-4, 713–728.
- Head, J.W., Murchie, S.L., Prockter, L.M., Robinson, M.S., Solomon, S.C., Strom, R.G., Chapman, C.R., Watters, T.R., McClintock, W.E., Blewett, D.T., et Gillis-Davis, J.J. (2008). Volcanism on Mercury : Evidence from the First MESSENGER Flyby. *Science*, 321, 5885, 69–72.
- Hirth, G. et Kohlstedt, D. (2003). Rheology of the upper mantle and the mantle wedge : A view from the experimentalists. Dans J. Eiler, rédacteur, *Inside the Subduction Factory*, tome 138, pages 83–105. Geophysical Monograph, Washington D.C.
- Hobbs, P. (1974). *Ice Physics*. Oxford University Press, Oxford, UK.
- Hsui, A.T., W.S., Y., et Baumgardner, J. (1995). A preliminary study of the effects of some flow parameters in the generation of poloidal and toroidal energies within a 3d spherical thermal convection system with variable viscosity. *Pure Appl. Geophys.*, 145, 487.



- Husmann, H., Choblet, G., Lainey, V., Matson, D., Sotin, C., Tobie, G., et Van Hoolst, T. (in review). Internal processes : Energy sources and heat transport in icy satellites. *Space Sci. Rev.*
- Husmann, H., Sohl, F., et Spohn, T. (2006). Subsurface oceans and deep interiors of medium-sized outer planet satellites and large trans-neptunian objects. *Icarus*, 185, 1, 258–273.
- Hut, P. (1981). Tidal evolution in close binary systems. *Astron. Astrophys.*, 99, 126–140.
- Ip, W.H. (2006). On a ring origin of the equatorial ridge of Iapetus. *Geophys. Res. Lett.*, 33, 16203.
- Jacobson, R., Antreasian, P., Bordi, J., Criddle, K., Ionasescu, R., Jones, J., Mackenzie, R., Meek, M., Parcher, D., Pelletier, F., Owen, Jr., W., Roth, D., Roundhill, I., et Stauch, J. (2006). The gravity field of the saturnian system from satellite observations and spacecraft tracking data. *Astron. J.*, 132, 2520–2526.
- Johansen, A., Oishi, J.S., Low, M.M.M., Klahr, H., Henning, T., et Youdin, A. (2007). Rapid planetesimal formation in turbulent circumstellar disks. *Nature*, 448, 7157, 1022–1025.
- Kageyama, A. et Sato, T. (2004). “Yin-Yang grid” : An overset grid in spherical geometry. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 5, 9005.
- Karato, S.I. (2008). *Deformation of the Earth materials*. Cambridge University Press.
- Karato, S.i. et Wu, P. (1993). Rheology of the upper mantle : A synthesis. *Science*, 260, 5109, 771–778.
- Kaula, W.M. (1968). *An introduction to planetary physics - The terrestrial planets*. John Wiley & Sons, New York, USA.
- Kaula, W. (1979). Thermal evolution of earth and moon growing by planetesimal impacts. *J. Geophys. Res.*, 84, 999–1008.
- Ke, Y. et Solomatov, V. (2006). Early transient superplumes and the origin of the martian crustal dichotomy. *J. Geophys. Res.*, 111, E10, E10001.
- Kirschvink, J.L., Ripperdan, R.L., et Evans, D.A. (1997). Evidence for a large-scale reorganization of early cambrian continental masses by inertial interchange true polar wander. *Science*, 277, 5325, 541–545.
- Kite, E.S., Matsuyama, I., Manga, M., Perron, J.T., et Mitrovica, J.X. (2009). True Polar Wander driven by late-stage volcanism and the distribution of paleopolar deposits on Mars. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 280, 1-4, 254–267.
- Kivelson, M.G., Khurana, K.K., Russell, C.T., Walker, R.J., Warnecke, J., Coroniti, F.V., Polanskey, C., Southwood, D.J., et Schubert, G. (1996). Discovery of Ganymede’s magnetic field by the Galileo spacecraft. *Nature*, 384, 6609, 537–541.

- Kleine, T., Münker, C., Mezger, K., et Palme, H. (2002). Rapid accretion and early core formation on asteroids and the terrestrial planets from Hf-W chronometry. *Nature*, 418, 952–955.
- Kokubo, E. et Ida, S. (1998). Oligarchic growth of protoplanets. *Icarus*, 131, 1, 171–178.
- Korenaga, J. et Jordan, T. (2003). Physics of multiscale convection in Earth's mantle : Onset of sublithospheric convection. *J. Geophys. Res.*, 108(B7), 2333.
- Korenaga, J. et Karato, S.I. (2008). A new analysis of experimental data on olivine rheology. *J. Geophys. Res.*, 113, 2403.
- Krot, A., Keil, K., Scott, E., Goodrich, C., et Weisberg, M. (2007). Classification of meteorites. Dans H.D. Holland et K.K. Turekian, rédacteurs, *Treatise on Geochemistry*, tome 9, page 5155. Elsevier B.V.
- Leliwa-Kopystynski, J. et Kossacki, K.J. (2000). Evolution of porosity in small icy bodies. *Planet. Space Sci.*, 48, 7-8, 727–745.
- Lewis, J. (1988). Origin and composition of Mercury. Dans F. Vilas, C.R. Chapman, et M.S. Matthews, rédacteurs, *Mercury*, pages 651–666. University of Arizona press.
- Li, J., Fei, Y., Mao, H., Hirose, K., et Shieh, S. (2001). Sulfur in the Earth's inner core. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 193, 3-4, 509–514.
- Lissauer, J.J. et Safronov, V.S. (1991). The random component of planetary rotation. *Icarus*, 93, 2, 288–297.
- Lodders, K. (2003). Solar system abundances and condensation temperatures of the elements. *Astrophys. J.*, 591, 1220–1247.
- Lodders, K. et Fegley, B. (1998). *The Planetary Scientist's Companion*. Oxford University Press, New York, USA.
- Love, A.E.H. (1909). The yielding of the Earth to disturbing forces. *Proc. R. Soc. London A*, 69, 476.
- Macke, R.J., Britt, D.T., et Consolmagno, G.J. (2009). Enstatite chondrite physical properties : Density, porosity and magnetic susceptibility. Dans *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, tome 40, page 1598.
- MacPherson, G. (2007). Calcium-aluminum-rich inclusions in chondritic meteorites. Dans H.D. Holland et K.K. Turekian, rédacteurs, *Treatise on Geochemistry*, pages 1–47. Pergamon, Oxford.
- Margot, J.L., Peale, S.J., Jurgens, R.F., Slade, M.A., et Holin, I.V. (2007). Large longitude libration of Mercury reveals a molten core. *Science*, 316, 5825, 710–714.
- Martinec, Z. et Hagedoorn, J. (2005). Time-domain approach to linearized rotational response of a three-dimensional viscoelastic earth model induced by glacial-isostatic adjustment : I. inertia-tensor perturbations. *Geophys. J. Int.*, 163, 443–462.

- Mathews, P.M. et Guo, J.Y. (2005). Viscoelectromagnetic coupling in precession-nutation theory. *J. Geophys. Res.*, 110, –.
- Matsuyama, I., Mitrovica, J.X., Manga, M., Perron, J.T., et Richards, M.A. (2006). Rotational stability of dynamic planets with elastic lithospheres. *J. Geophys. Res.*, 111, E10, 2003.
- Matsuyama, I. et Nimmo, F. (2009). Gravity and tectonic patterns of mercury : Effect of tidal deformation, spin-orbit resonance, nonzero eccentricity, despinning, and reorientation. *J. Geophys. Res.*, 114.
- Matsuyama, I., Nimmo, F., et Mitrovica, J.X. (2007). Reorientation of planets with lithospheres : The effect of elastic energy. *Icarus*, 191, 401–412.
- McClintock, W.E., Izenberg, N.R., Holsclaw, G.M., Blewett, D.T., Domingue, D.L., Head, James W., I., Helbert, J., McCoy, T.J., Murchie, S.L., Robinson, M.S., Solomon, S.C., Sprague, A.L., et Vilas, F. (2008). Spectroscopic observations of Mercury's surface reflectance during MESSENGER's first Mercury flyby. *Science*, 321, 5885, 62–65.
- McCord, T. et Sotin, C. (2005). Ceres : Evolution and current state. *J. Geophys. Res.*, 110, E05009.
- McKeegan, K. et Davis, A. (2007). Early solar system chronology. Dans H.D. Holland et K.K. Turekian, rédacteurs, *Treatise on Geochemistry*, pages 1–38. Pergamon, Oxford.
- McNamara, A.K. et Zhong, S. (2005). Degree-one mantle convection : Dependence on internal heating and temperature-dependent rheology. *Geophys. Res. Lett.*, 32, 1301.
- Melosh, H.J. (1977). Global tectonics of a despun planet. *Icarus*, 31, 2, 221–243.
- Melosh, H.J. et Dzurisin, D. (1978). Mercurian global tectonics : A consequence of tidal despinning ? *Icarus*, 35, 2, 227–236.
- Mignard, F. (1981). The lunar orbit revisited. III. *Moon and Planets*, 24, 189–207.
- Mitrovica, J., Wahr, J., Matsuyama, I., et Paulson, A. (2005). The rotational stability of an ice-age Earth. *Geophys. J. Int.*, 161, 491–506.
- Moore, W.B. et Schubert, G. (2000). The Tidal Response of Europa. *Icarus*, 147, 1, 317–319.
- Moresi, L. et Solomatov, V. (1995). Numerical investigation of 2D convection with extremely large viscosity variations. *Phys. Fluids*, 7, 2154–2162.
- Mosqueira, I. et Estrada, P.R. (2003). Formation of the regular satellites of giant planets in an extended gaseous nebula i : subnebula model and accretion of satellites. *Icarus*, 163, 1, 198–231.
- Mosqueira, I., Estrada, P.R., et Turrini, D. (in review). Planetesimals and satellitesimals : Formation of the satellite systems. *Space Sci. Rev.*

- Multhaup, K. et Spohn, T. (2007). Stagnant lid convection in the mid-sized icy satellites of Saturn. *Icarus*, 186, 2, 420–435.
- Munk, W.H. et MacDonald, G.J.F. (1960). *The rotation of the Earth : A geophysical discussion*. Cambridge University Press, New York, USA.
- Murray, C. et Dermott, S. (1999). *Solar System Dynamics*. Cambridge University Press.
- Nagel, K., Breuer, D., et Spohn, T. (2004). A model for the interior structure, evolution, and differentiation of Callisto. *Icarus*, 169, 2, 402–412.
- Neukum, G., Wagner, R., Denk, T., Porco, C., et Team, T.C.I. (2005). The cratering record of the saturnian satellites Phoebe, Tethys, Dione and Iapetus in comparison : First results from analysis of the Cassini ISS imaging data. Dans *Lunar Planet. Sci.* 36, page 2034.
- Neumann, G., Zuber, M., Wieczorek, M., McGovern, P., Lemoine, F., et Smith, D. (2004). Crustal structure of Mars from gravity and topography. *J. Geophys. Res.*, 109, 8002.
- Niemann, H.B., Atreya, S.K., Bauer, S.J., Carignan, G.R., Demick, J.E., Frost, R.L., Gautier, D., Haberman, J.A., Harpold, D.N., Hunten, D.M., Israel, G., Lunine, J.I., Kasprzak, W.T., Owen, T.C., Paulkovich, M., Raulin, F., Raaen, E., et Way, S.H. (2005). The abundances of constituents of Titan's atmosphere from the GCMS instrument on the Huygens probe. *Nature*, 438, 779–784.
- Nimmo, F., Hart, S.D., Korycansky, D.G., et Agnor, C.B. (2008). Implications of an impact origin for the martian hemispheric dichotomy. *Nature*, 453, 7199, 1220–1223.
- Nimmo, F. et Pappalardo, R.T. (2006). Diapir-induced reorientation of Saturn's moon Enceladus. *Nature*, 441, 7093, 614–616.
- O'Brien, D.P., Morbidelli, A., et Levison, H.F. (2006). Terrestrial planet formation with strong dynamical friction. *Icarus*, 184, 1, 39–58.
- Ojakangas, G.W. et Stevenson, D.J. (1989). Polar wander of an ice shell on Europa. *Icarus*, 81, 2, 242–270.
- Peale, S.J. (1999). Origin and evolution of the natural satellites. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 37, 533–602.
- Peltier, W.R. (1974). The impulse response of a Maxwell Earth. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 12, 649–669.
- Perron, J.T., Mitrovica, J.X., Manga, M., Matsuyama, I., et Richards, M.A. (2007). Evidence for an ancient martian ocean in the topography of deformed shorelines. *Nature*, 447, 7146, 840–843.
- Phillips, B.R., Bunge, H.P., et Schaber, K. (2009). True polar wander in mantle convection models with multiple, mobile continents. *Gondwana Research*, 15, 3-4, 288–296.

- Pollack, J.B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P., Lissauer, J.J., Podolak, M., et Greenzweig, Y. (1996). Formation of the giant planets by concurrent accretion of solids and gas. *Icarus*, 124, 1, 62–85.
- Poppe, T., Blum, J., et Henning, T. (2000). Analogous experiments on the stickiness of micron-sized preplanetary dust. *Astrophys. J.*, 533, 454–471.
- Prévoit, M., Mattern, E., Camps, P., et Daignières, M. (2000). Evidence for a 20° tilting of the Earth's rotation axis 110 million years ago. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 179, 3-4, 517–528.
- Rambaux, N., van Hoolst, T., Dehant, V., et Bois, E. (2007). Inertial core-mantle coupling and libration of Mercury. *Astron. Astrophys.*, 468, 711–719.
- Ratcliff, J., Schubert, G., et Zebib, A. (1996). Steady tetrahedral and cubic patterns of spherical shell convection with temperature-dependent viscosity. *J. Geophys. Res.*, 101, 25473–25484.
- Redmond, H.L. et King, S.D. (2007). Does mantle convection currently exist on Mercury ? *Phys. Earth Planet. Inter.*, 164, 3-4, 221–231.
- Reeh, N., Lintz Christensen, E., Mayer, C., et Olesen, O. (2003). Tidal bending of glaciers : a linear viscoelastic approach. *Ann. Glaciol.*, 37, 83–89.
- Ribe, N. (2007). Analytical approaches to mantle dynamics. Dans G. Schubert, rédacteur, *Treatise on Geophysics*, pages 167–226. Elsevier, Amsterdam.
- Ricard, Y., Spada, G., et Sabadini, R. (1993). Polar wandering of a dynamic Earth. *Geophys. J. Int.*, 113, 2, 284–298.
- Ricard, Y., Srámek, O., et Dubuffet, F. (2009). A multi-phase model of runaway core-mantle segregation in planetary embryos. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 284, 1-2, 144–150.
- Riccioli, D., Blanco, C., et Cigna, M. (2001). Rotational periods of asteroids II. *Planet. Space Sci.*, 49, 7, 657–671.
- Richards, M., Bunge, H., Ricard, Y., et Baumgardner, J. (1999). Polar wandering in mantle convection models. *Geophys. Res. Lett.*, 26, 1777–1780.
- Risbo, T. (1996). Fourier transform summation of legendre series and d-functions. *J. Geodesy*, 70, 7, 383–396.
- Rivoldini, A., Van Hoolst, T., et Verhoeven, O. (2009). The interior structure of Mercury and its core sulfur content. *Icarus*, 201, 12–30.
- Roberts, J.H. et Zhong, S. (2006). Degree-1 convection in the martian mantle and the origin of the hemispheric dichotomy. *J. Geophys. Res.*, 111, 6013.
- Roberts, J.H. et Zhong, S. (2007). The cause for the north-south orientation of the crustal dichotomy and the equatorial location of Tharsis on Mars. *Icarus*, 190, 1, 24–31.

- Romanowicz, B. et Gung, Y. (2002). Superplumes from the core-mantle boundary to the lithosphere : Implications for heat flux. *Science*, 296, 513–516.
- Ronchi, C., Iacono, R., et Paolucci, P.S. (1996). The “cubed sphere” : A new method for the solution of partial differential equations in spherical geometry. *J. Comput. Phys.*, 124, 1, 93–114.
- Ross, R.G. et Kargel, J.S. (1998). Thermal conductivity of Solar System ices, with special reference to martian polar caps. Dans B. Schmitt, C. de Bergh, et M. Festou, rédacteurs, *Solar System Ices*, tome 227 de *Astrophysics and Space Science Library*, page 33. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.
- Rouby, H., Greff-Lefftz, M., et Besse, J. (2008). Rotational bulge and one plume convection pattern : Influence on martian true polar wander. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 272, 1-2, 212–220.
- Rudraswami, N. et Goswami, J. (2007). <sup>26</sup>Al in chondrules from unequilibrated L chondrites : Onset and duration of chondrule formation in the early Solar System. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 257, 1-2, 231–244.
- Sabadini, R., Marotta, A., De Franco, R., et Vermeersen, L. (2002). Style of density stratification in the mantle and true polar wander induced by ice loading. *J. Geophys. Res.*, 107, 2258.
- Sabadini, R. et Peltier, W. (1981). Pleistocene deglaciation and the Earth’s rotation : implications for mantle viscosity. *Geophys. J. Int.*, 66, 553–578.
- Sabadini, R., Yuen, D.A., et Gasperini, P. (1985). The effects of transient rheology on the interpretation of lower mantle viscosity. *Geophys. Res. Lett.*, 12, 361–364.
- Sager, W.W. et Koppers, A.A.P. (2000). Late cretaceous polar wander of the pacific plate : Evidence of a rapid true polar wander event. *Science*, 287, 455–459.
- Sanloup, C. et Fei, Y. (2004). Closure of the Fe-S-Si liquid miscibility gap at high pressure. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 147, 1, 57–65.
- Schubert, G., Bercovici, D., et Glatzmaier, G.A. (1990). Mantle dynamics in Mars and Venus : Influence of an immobile lithosphere on three-dimensional mantle convection. *J. Geophys. Res.*, 95, 14105–14129.
- Schubert, G., Ross, M.N., Stevenson, D.J., et Spohn, T. (1988). Mercury’s thermal history and the generation of its magnetic field. Dans F. Vilas, C.R. Chapman, et M.S. Matthews, rédacteurs, *Mercury*, pages 429–460. University of Arizona press.
- Schubert, G., Stevenson, D.J., et Ellsworth, K. (1981). Internal structures of the galilean satellites. *Icarus*, 47, 1, 46–59.
- Schubert, G., Turcotte, D.L., et Olson, P. (2001). *Mantle Convection in the Earth and Planets*. Cambridge University Press.



- Schubert, G., Anderson, J.D., Travis, B.J., et Palguta, J. (2007). Enceladus : Present internal structure and differentiation by early and long-term radiogenic heating. *Icarus*, 188, 2, 345–355.
- Schulson, E.M. et Duval, P. (2009). *Creep and fracture of ice*. Cambridge University Press.
- Scott, E. et Krot, A. (2007). Chondrites and their components. Dans H.D. Holland et K.K. Turekian, rédacteurs, *Treatise on Geochemistry*, pages 1–72. Pergamon, Oxford.
- Segatz, M., Spohn, T., Ross, M.N., et Schubert, G. (1988). Tidal dissipation, surface heat flow, and figure of viscoelastic models of Io. *Icarus*, 75, 2, 187–206.
- Seidelmann, P., Archinal, B., A’hearn, M., Conrad, A., Consolmagno, G., Hestroffer, D., Hilton, J., Krasinsky, G., Neumann, G., Oberst, J., Stooke, P., Tedesco, E., Tholen, D., Thomas, P., et Williams, I. (2007). Report of the iau/iag working group on cartographic coordinates and rotational elements : 2006. *Celest. Mech. Dynam. Astron.*, 98, 3, 155–180.
- Showman, A. et Han, L. (2004). Numerical simulations of convection in Europa’s ice shell : Implications for surface features. *J. Geophys. Res.*, 109, E01010.
- Sohl, F., Spohn, T., Breuer, D., et Nagel, K. (2002). Implications from Galileo observations on the interior structure and chemistry of the Galilean satellites. *Icarus*, 157, 1, 104–119.
- Solomatov, V.S. (2002). Constraints on the grain size in the mantles of terrestrial planets. Dans *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, tome 33, page 1446.
- Solomon, S.C., McNutt, Ralph L., J., Watters, T.R., Lawrence, D.J., Feldman, W.C., Head, J.W., Krimigis, S.M., Murchie, S.L., Phillips, R.J., Slavin, J.A., et Zuber, M.T. (2008). Return to Mercury : A global perspective on MESSENGER’s first Mercury flyby. *Science*, 321, 5885, 59–62.
- Song, M., Cole, D., et Baker, I. (2006). Investigation of newtonian creep in polycrystalline ice. *Philos. Mag. L.*, 86, 12, 763–771.
- Sotin, C., Tobie, G., et J., W. (2009). Tides and tidal heating on europa. Dans Pappalardo, McKinnon, et Khurana, rédacteurs, *Europa*, page 720. University of Arizona Press, Tucson, Arizona.
- Spada, G., Sabadini, R., et Boschi, E. (1996). Long-term rotation and mantle dynamics of the Earth, Mars, and Venus. *J. Geophys. Res.*, 101, 2253–2266.
- Spada, G., Ricard, Y., et Sabadini, R. (1992). Excitation of true polar wander by subduction. *Nature*, 360, 6403, 452–454.
- Spencer, J., Barr, A., Esposito, L., Helfenstein, P., Ingersoll, A., Jaumann, R., McKay, C., Nimmo, F., Porco, C., et J.H., W. (2009). Enceladus : An active cryovolcanic satellite. Dans M.K. Dougherty, L.W. Esposito, et S.M. Krimigis, rédacteurs, *Saturn after Cassini/Huygens*, chapitre 21, pages 683–724. Springer.



- Spohn, T., Sohl, F., Wiczerkowski, K., et Conzelmann, V. (2001). The interior structure of Mercury : what we know, what we expect from BepiColombo. *Planet. Space Sci.*, 49, 14-15, 1561–1570.
- Sprenke, K.F. et Baker, L.L. (2000). Magnetization, paleomagnetic poles, and polar wander on mars. *Icarus*, 147, 1, 26–34.
- Sprenke, K.F., Baker, L.L., et Williams, A.F. (2005). Polar wander on Mars : Evidence in the geoid. *Icarus*, 174, 2, 486–489.
- Stanley, S., Bloxham, J., Hutchison, W.E., et Zuber, M.T. (2005). Thin shell dynamo models consistent with Mercury's weak observed magnetic field. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 234, 1-2, 27–38.
- Stemmer, K., Harder, H., et Hansen, U. (2006). A new method to simulate convection with strongly temperature- and pressure-dependent viscosity in a spherical shell : Applications to the earth's mantle. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 157, 3-4, 223–249.
- Stevenson, D.J., Spohn, T., et Schubert, G. (1983). Magnetism and thermal evolution of the terrestrial planets. *Icarus*, 54, 3, 466–489.
- Stewart, A.J., Schmidt, M.W., van Westrenen, W., et Liebske, C. (2007). Mars : A new core-crystallization regime. *Science*, 316, 5829, 1323–1325.
- Strom, R.G., Trask, N.J., et Guest, J.E. (1975). Tectonism and volcanism on Mercury. *J. Geophys. Res.*, 80, 2478–2507.
- Tachibana, S., Huss, G.R., Kita, N.T., Shimoda, G., et Morishita, Y. (2006).  $^{60}\text{Fe}$  in chondrites : Debris from a nearby supernova in the early Solar System ? *Astrophys. J.*, 639, L87–L90.
- Tackley, P.J., Stevenson, D.J., Glatzmaier, G.A., et Schubert, G. (1993). Effects of an endothermic phase transition at 670 km depth in a spherical model of convection in the Earth's mantle. *Nature*, 361, 6414, 699–704.
- Takeuchi, H. et Saito, M. (1972). Seismic surfaces waves. Dans B. Alder, rédacteur, *Methods in Computational Physics*, tome 11, pages 217–295. Academic Press, New-York, N.Y.
- Tatibouet, J., Perez, J., et Vassoille, R. (1986). High-temperature internal friction and dislocations in ice Ih. *J. Phys. France*, 47, 1, 51–60.
- Thomas, P., Burns, J., Helfenstein, P., Squyres, S., Veverka, J., Porco, C., Turtle, E., McEwen, A., Denk, T., Giese, B., Roatsch, T., Johnson, T., et Jacobson, R. (2007). Shapes of the saturnian icy satellites and their significance. *Icarus*, 190, 2, 573–584.
- Tobie, G. (2003). *Impact du chauffage de marée sur l'évolution géodynamique d'Europe et de Titan*. Thèse de doctorat, Université Paris 7.
- Tobie, G., Cadek, O., et Sotin, C. (2008). Solid tidal friction above a liquid water reservoir as the origin of the south pole hotspot on Enceladus. *Icarus*, 196, 2, 642–652.

- Tobie, G., Choblet, G., et Sotin, C. (2003). Tidally heated convection : Constraints on Europa's ice shell thickness. *J. Geophys. Res.*, 108(E11), 5124.
- Tobie, G., Mocquet, A., et Sotin, C. (2005a). Tidal dissipation within large icy satellites : Applications to Europa and Titan. *Icarus*, 177, 2, 534–549.
- Tobie, G., Grasset, O., Lunine, J.I., Mocquet, A., et Sotin, C. (2005b). Titan's internal structure inferred from a coupled thermal-orbital model. *Icarus*, 175, 2, 496–502.
- Tonks, W.B. et Melosh, H.J. (1993). Magma ocean formation due to giant impacts. *J. Geophys. Res.*, 98, 5319–5333.
- Tozer, D.C. (1965). Thermal history of the Earth. *Geophys. J. Int.*, 9, 95–112.
- Tsiganis, K., Gomes, R., Morbidelli, A., et Levison, H.F. (2005). Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system. *Nature*, 435, 7041, 459–461.
- Tsuno, K., Ohtani, E., et Terasaki, H. (2007). Immiscible two-liquid regions in the Fe-O-S system at high pressure : Implications for planetary cores. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 160, 1, 75–85.
- Turcotte, D. et Schubert, G. (2002). *Geodynamics - 2nd Edition*. Cambridge Editor.
- Van Den Berg, A.P. et Yuen, D.A. (1997). The role of shear heating in lubricating mantle flow. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 151, 1-2, 33–42.
- Van Hoolst, T., Sohl, F., Holin, I., Verhoeven, O., Dehant, V., et Spohn, T. (2007). Mercury interior structure, rotation, and tides. *Space Sci. Rev.*, 132, 2, 203–227.
- Varshalovich, D., Moskalev, A., et Khersonskii, V. (1988). *Quantum Theory of Angular Momentum*. World Scientific Publishing.
- Wasson, J. (1988). The building stones of the planets. Dans F. Vilas, C.R. Chapman, et M.S. Matthews, rédacteurs, *Mercury*, pages 622–650. University of Arizona press.
- Watters, T.R., Robinson, M.S., Bina, C.R., et Spudis, P.D. (2004). Thrust faults and the global contraction of Mercury. *Geophys. Res. Lett.*, 31, 4701.
- Watters, T.R., Robinson, M.S., et Cook, A.C. (1998). Topography of lobate scarps on Mercury : New constraints on the planet's contraction. *Geology*, 26, 991–994.
- Weidenschilling, S.J. (1978). Iron/silicate fractionation and the origin of Mercury. *Icarus*, 35, 1, 99–111.
- Weidenschilling, S.J. (1980). Dust to planetesimals : Settling and coagulation in the solar nebula. *Icarus*, 44, 1, 172–189.
- Wetherill, G.W. (1988). Accumulation of Mercury from planetesimals. Dans F. Vilas, C.R. Chapman, et M.S. Matthews, rédacteurs, *Mercury*, pages 670–691. University of Arizona press.

- Willemann, R.J. (1984). Reorientation of planets with elastic lithospheres. *Icarus*, 60, 3, 701–709.
- Williams, J.P., Aharonson, O., et Nimmo, F. (2007). Powering Mercury's dynamo. *Geophys. Res. Lett.*, 34, 21201.
- Wilson, C.R. et Vicente, R.O. (1990). Maximum likelihood estimates of polar motion parameters. Dans D.D. McCarthy et W.E. Carter, rédacteurs, *Variations in Earth Rotation*, tome 59, pages 151–155. American Geophysical Union, Washington DC.
- Yan, N., Chassefière, E., Leblanc, F., et Sarkissian, A. (2006). Thermal model of Mercury's surface and subsurface : Impact of subsurface physical heterogeneities on the surface temperature. *Adv. Space Res.*, 38, 4, 583–588.
- Yin, Q., Jacobsen, S.B., Yamashita, K., Blichert-Toft, J., Télouk, P., et Albarède, F. (2002). A short timescale for terrestrial planet formation from Hf-W chronometry of meteorites. *Nature*, 418, 949–952.
- Yoder, C. F. and Konopliv, A. S. and Yuan, D. N. and Standish, E. M. and Folkner, W. M. (2003). Fluid core size of Mars from detection of the solar tide. *Science*, 300, 5617, 299–303.
- Yoshida, M. et Kageyama, A. (2006). Low-degree mantle convection with strongly temperature- and depth-dependent viscosity in a three-dimensional spherical shell. *J. Geophys. Res.*, 111, B10, 3412.
- Zanda, B. (2004). Chondrules. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 224, 1-2, 1–17.
- Zarnek, S.E. et Parmentier, E.M. (2004). The onset of convection in fluids with strongly temperature-dependent viscosity cooled from above with implications for planetary lithospheres. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 224, 3-4, 371–386.
- Zhang, L. et Fei, Y. (2008). Effect of Ni on Fe-FeS phase relations at high pressure and high temperature. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 268, 1-2, 212–218.
- Zhong, S., Paulson, A., et Wahr, J. (2003). Three-dimensional finite-element modelling of Earth's viscoelastic deformation : effects of lateral variations in lithospheric thickness. *Geophys. J. Int.*, 155, 679–695.
- Zhong, S., Zuber, M., Moresi, L., et Gurnis, M. (2000). Role of temperature-dependent viscosity and surface plates in spherical shell models of mantle convection. *J. Geophys. Res.*, 105, 11063–11082.
- Zhong, S., Zhang, N., Li, Z.X., et Roberts, J.H. (2007). Supercontinent cycles, true polar wander, and very long-wavelength mantle convection. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 261, 3-4, 551–564.
- Zhong, S. et Zuber, M.T. (2001). Degree-1 mantle convection and the crustal dichotomy on Mars. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 189, 1-2, 75–84.

**Couplage entre dynamique interne et rotation : application à l'évolution de Mercure, Japet et Mars.** L'évolution de certains corps planétaires fait intervenir de manière couplée la dynamique interne et la dynamique de rotation. La convection solide, qui façonne le champ de température et donc la rhéologie visqueuse, contrôle la dissipation visqueuse du forçage de marée qui intervient sur l'évolution de l'orbite et la période de rotation. En retour, la dissipation de marée induit une composante de chauffage pour l'évolution thermique. A travers l'étude de trois corps, Mercure, Mars et Japet, je montre l'intérêt de cette formulation couplée de l'évolution. La dissipation de marée a joué un rôle important dans les premiers temps de l'évolution de Mercure (contribution au budget de chaleur, ralentissement de la rotation). L'étude couplée indique que l'orientation des escarpements lobés observés à la surface de Mercure peut être héritée de cette interaction. L'évolution du noyau issue de cette étude préserve une partie liquide à l'heure actuelle qui autorise une origine comparable à la dynamo terrestre pour le champ magnétique de Mercure. La différence importante entre les rayons équatorial et polaire de Japet peut être comprise comme une forme fossile héritée d'une époque où la période de rotation fut plus rapide et l'intérieur plus chaud. Ce scénario n'est possible que si les éléments radioactifs abondent dans les premiers instants de l'évolution de Japet. Mars ne présente en revanche aucune interaction de marée notable mais l'influence de la dynamique interne sur l'orientation de la rotation est invoquée pour expliquer les positions relatives du dôme de Tharsis et de la dichotomie hémisphérique. J'introduis un formalisme qui permet de mieux tester cette hypothèse.

**Mots clefs :** évolution thermique, convection, true polar wander, rotation, Mercure, Japet, Mars.

**Coupling between internal dynamic and rotation : application at the evolution of Mercury, Iapetus and Mars.** The evolution of some planetary bodies involves so coupled internal dynamic and rotation dynamic. The solidus convection, which shapes the temperature field and thus the viscous rheology controls the viscous dissipation of tidal forcing that occurs on the evolution of the orbit and rotation period. In return, the tidal dissipation induced heating element for the thermal evolution. Through the study of three bodies, Mercury, Mars and Iapetus, I show the interest of this coupled formulation of the evolution. The tidal dissipation has played an important role in the early stages of the evolution of Mercury (contribution to the heat budget, despinning). The combined study indicates that the orientation of lobate scarps observed on the Mercury surface can be inherited from this interaction. The evolution of the core outcome of this study preserves a liquid part at the moment which allows a similar origin at the terrestrial dynamo for the magnetic field of Mercury. The major difference between the equatorial and polar radii of Iapetus can be understood as a fossil form inherited from a time when the rotation period was faster and the interior was hotter. This scenario is possible if the radioactive elements abound in the first moments of the Iapetus evolution. In return, Mars not present significant tidal interaction, but the influence of internal dynamic on the direction of rotation is invoked to explain the relative positions of Tharsis and of the hemispheric dichotomy. I introduce a formalism that allows to better test this hypothesis.

**Keys words :** thermal evolution, convection, true polar wander, rotation, Mercury, Iapetus, Mars.